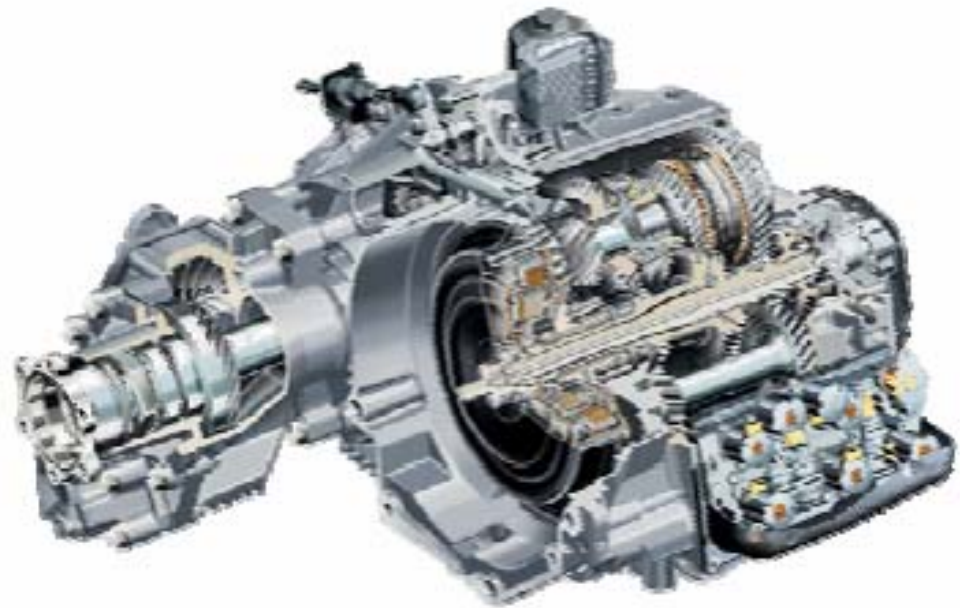


# Numerická simulace elastohydrodynamicky mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

Disertační práce

Ing. Libor Urbanec



# ■ Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

## ■ Obsah

### Úvod

- elastohydrodynamické (EHD) mazání
- hladké povrchy
- nehladké povrchy

### Cíl disertační práce

### Numerická simulace

### Dosažené výsledky

- hladké povrchy
- nehladké povrchy

### Závěr



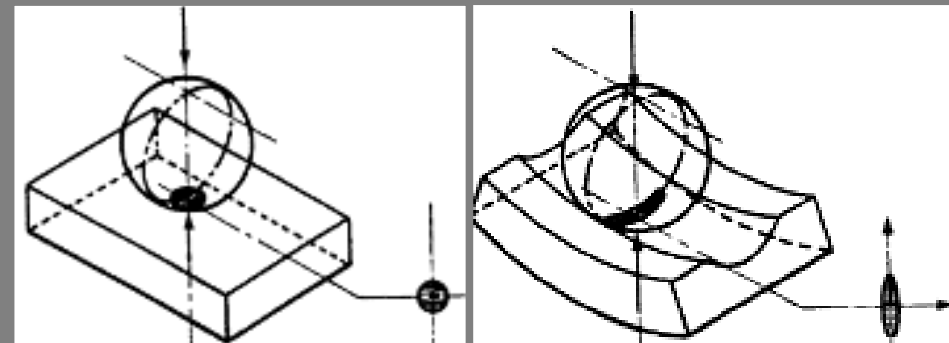
- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Elastohydrodynamické mazání

- Nekonformní povrchy
- Povrchy plně separovány vrstvou maziva
- Velké kontaktní zatížení
- Významná elastická deformace
- Tlakově-viskózní chování maziva



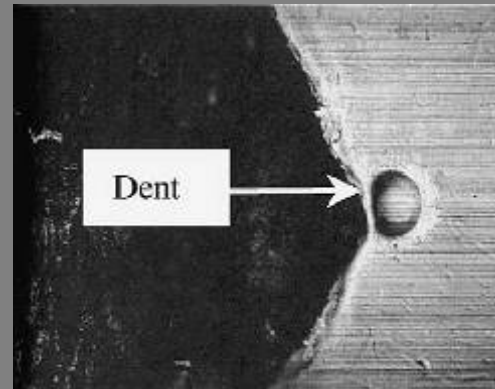
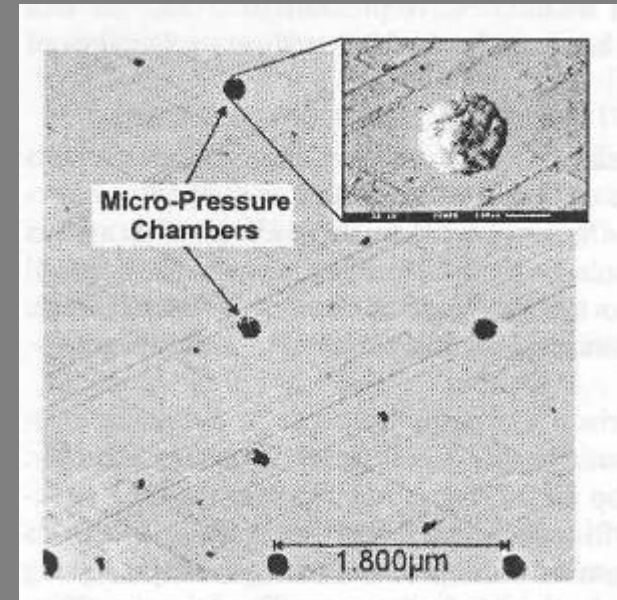
### Sledované parametry

- Tloušťka mazací vrstvy
- Tlakový profil v mazací vrstvě



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Nehladké povrchy

- Povrchové vady – nehladké kontakty
- Drsnost povrchu – reálné kontakty
- Záměrné modifikace povrchů
- Povrchové textury



Zdroje: LMC CNRS/INSA de Lyon, [www.photonics.com](http://www.photonics.com), University of Sheffield, [www.surface-tech.com](http://www.surface-tech.com)

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Cíl disertační práce

**Cílem disertační práce je vytvoření numerického nástroje pro simulaci parametrů elastohydrodynamického mazání v kruhové kontaktní oblasti nehladkých povrchů a porovnání numerických a experimentálních výsledků.**

### **Etapy řešení**

- Implementace vícevrstevných numerických metod
- Numerické řešení hladkého kontaktu
- Porovnání s experimentálními výsledky
- Rozšíření řešení na problém nehladkých povrchů
- Numerické řešení nehladkého kontaktu
- Porovnání s experimentálními výsledky

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Numerická simulace – matematický popis problému

### Reynoldsova rovnice

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) - u_m \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = 0$$

### Závislost viskozity (Roelands) a hustoty (Dowson & Higginson) na tlaku

$$\eta(p) = \eta_0 \exp \left( (\ln(\eta_0) + 9.67) \left( -1 + \left( 1 + \frac{p}{p_0} \right)^z \right) \right) \quad \rho(p) = \rho_0 \frac{5.9 \cdot 10^8 + 1.34 p}{5.9 \cdot 10^8 + p}$$

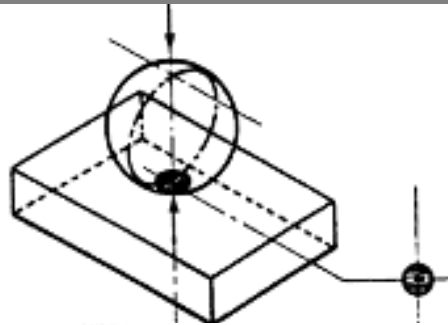
### Rovnice tloušťky mazací vrstvy

$$h(x, y) = h_0(t) + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} - D(x, y, t) + \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x', y') dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$

### Rovnice silové rovnováhy

$$w = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x', y') dx' dy'$$

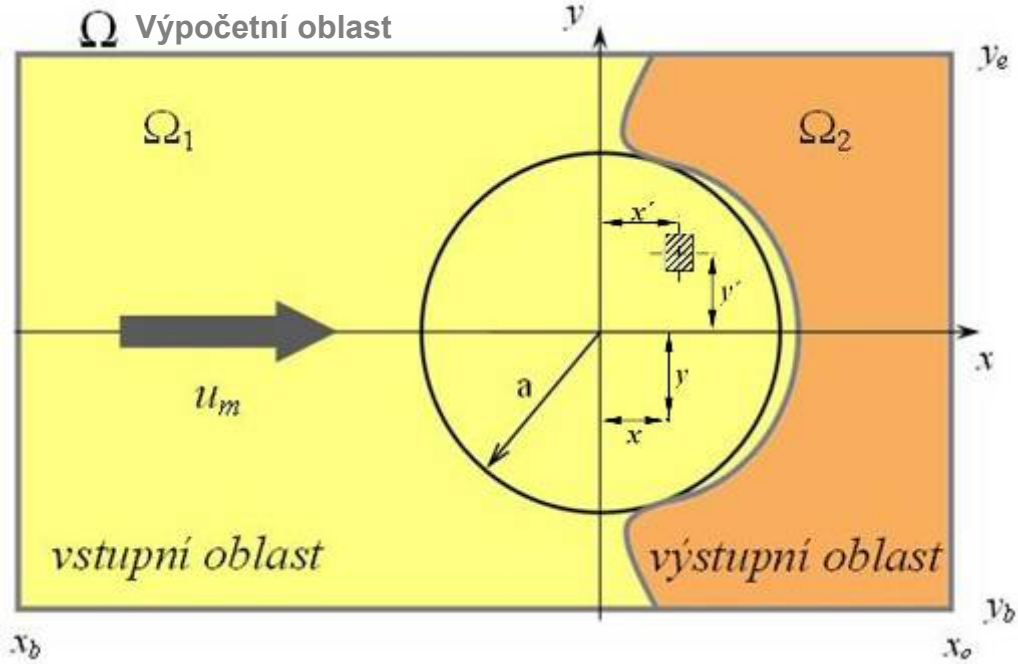
- Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů
- Numerická simulace



Vícevrstvá vícenásobná numerická integrace (*Multi Level Multi Integration*)  
 Vícevrstvé iterační řešení (*Multigrid Iterative Solver*)  
 (Gauss-Seidel iterační metoda)

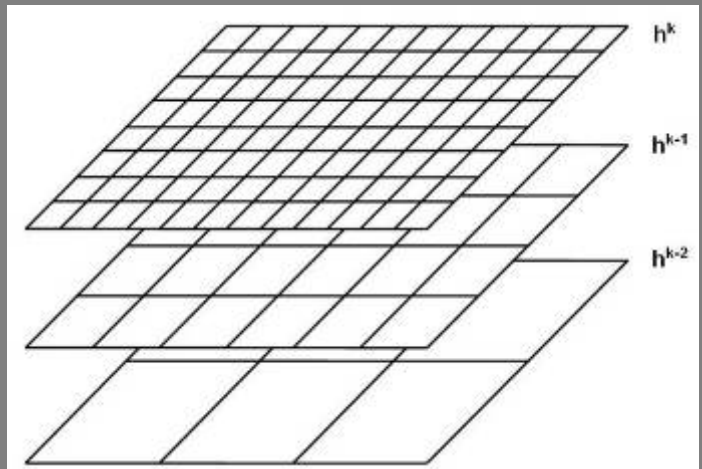
$$\bar{p}_{i,j} = \tilde{p}_{i,j} + \omega_p \delta_{i,j}$$

$$\delta_{i,j} = r_{i,j} \left( \frac{\partial(Lp)_{i,j}}{\partial p_{i,j}} \right)^{-1}$$



1 ≤ j<sub>s</sub> ≤ 512 příp. 1 ≤ j<sub>r</sub> ≤ 256

1 ≤ i<sub>s</sub> ≤ 512 příp. 1 ≤ i<sub>r</sub> ≤ 256



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Hladký kontakt – bezrozměrné parametry

### Bezrozměrné veličiny kontaktu

$$X = \frac{x}{a} \quad Y = \frac{y}{a} \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}$$

$$P = \frac{p}{p_h} \quad H = \frac{h \cdot R_x}{a^2} \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

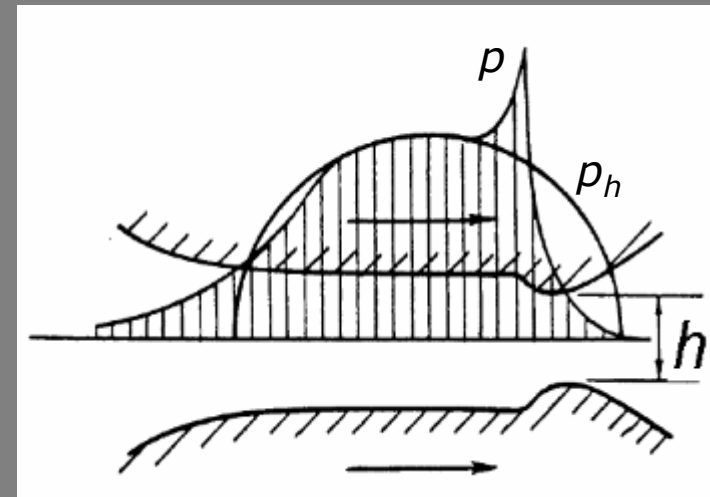
### Vstupní bezrozměrné parametry

Bezrozměrný parametr rychlosti  $U = \frac{\eta_0 \cdot u}{E' \cdot R_x}$

Bezrozměrný parametr zatížení  $W = \frac{w}{E' \cdot R_x^2}$

Bezrozměrný parametr materiálů  $G = \alpha \cdot E'$

### Elastohydrodynamický hladký kontakt

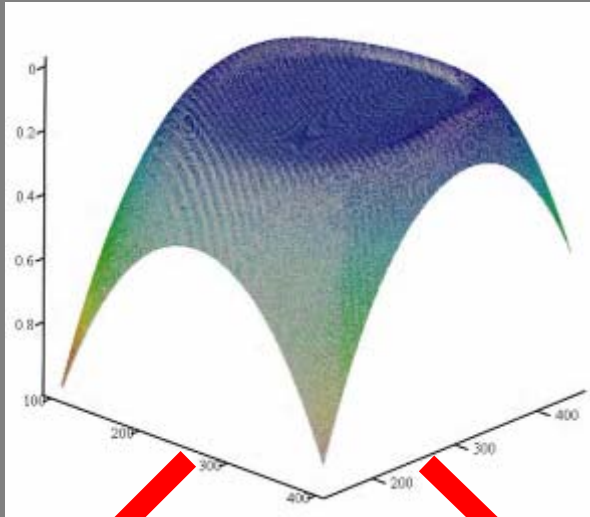


$$M = \frac{w}{E' \cdot R_x^2} \left( \frac{\eta_0 \cdot u_S}{E' \cdot R_x} \right)^{-3/4}$$

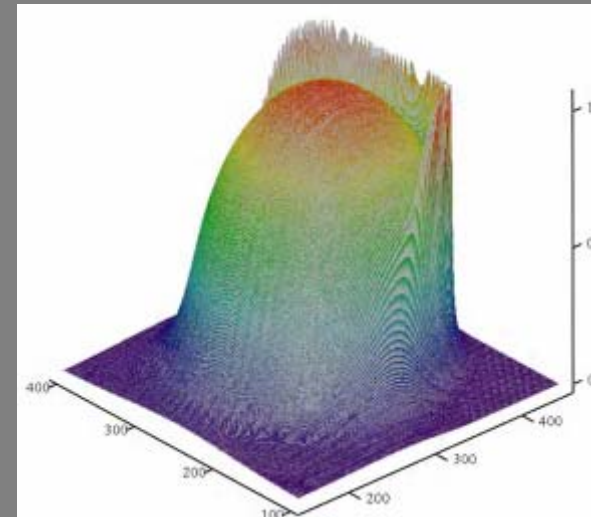
$$L = \alpha \cdot E' \left( \frac{\eta_0 \cdot u_S}{E' \cdot R_x} \right)^{-1/4}$$

- Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů
- Numerická simulace – hladké povrchy

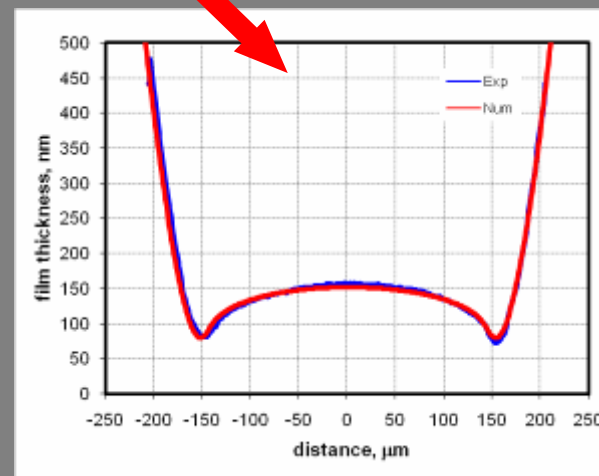
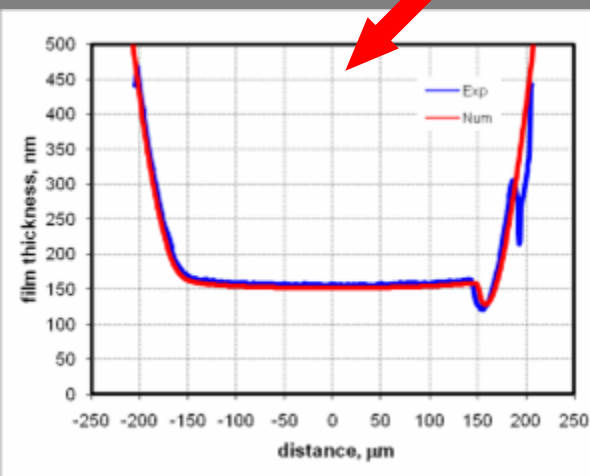
Tloušťka mazací vrstvy H



Tlak v mazací vrstvě P

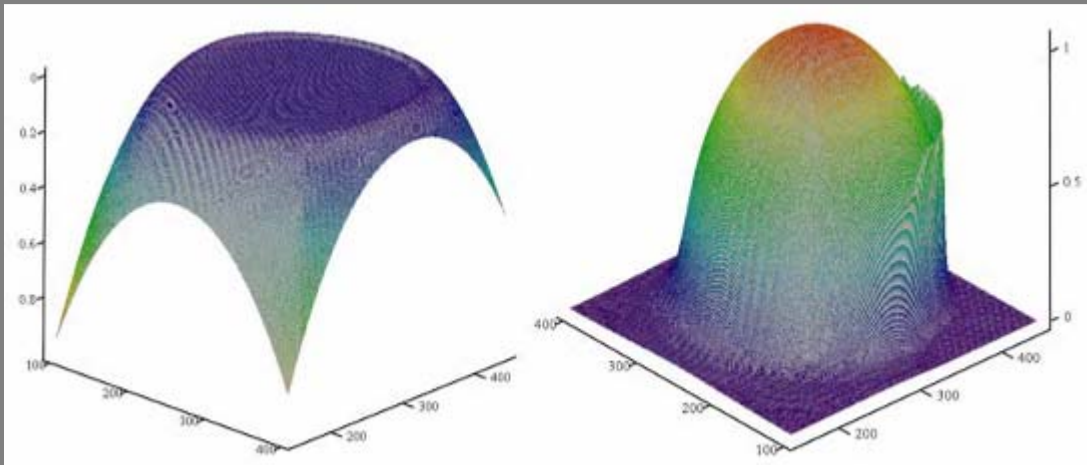


$U=2,40632 \times 10^{-11}$   
 $W=1,45517 \times 10^{-6}$   
 $G=3830$   
 $u_m=0,1180 \text{ m/s}$



- Lokální extrémy H a P
- $H_C$  a  $H_{MIN}$

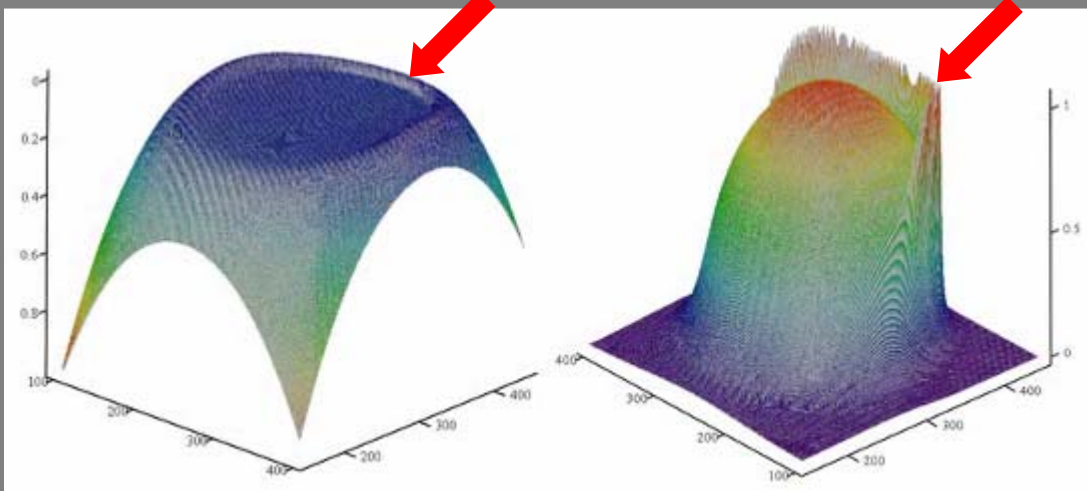
- Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů
- Numerická simulace – hladké povrchy



$U=6,97424 \times 10^{-12}$   
 $W=1,45517 \times 10^{-6}$   
 $G=3830$   
 $u_m = 0,0342 \text{ m/s}$

Průměrná rychlost valení  $u_m$

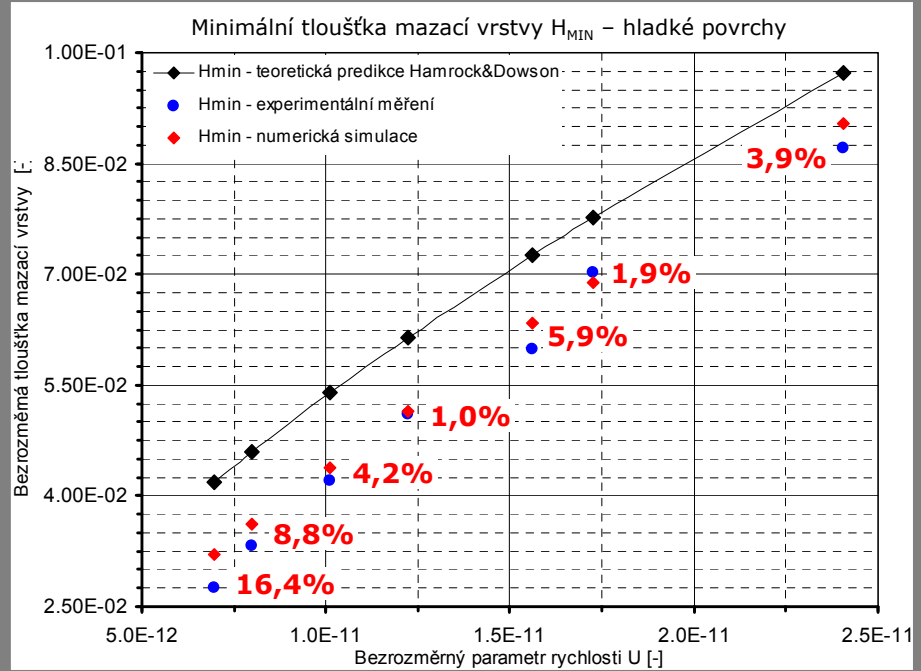
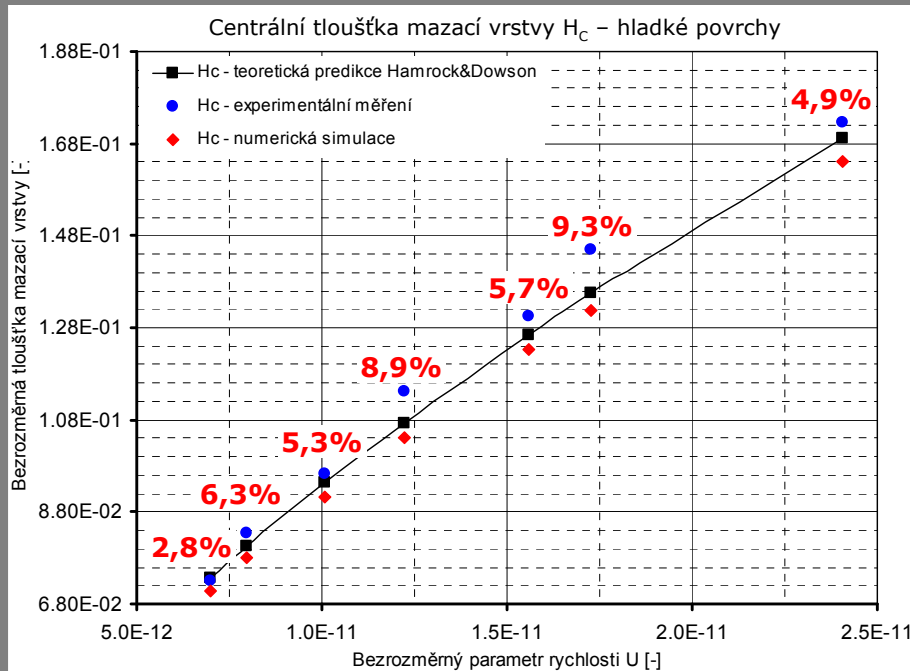
$0,0342 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $0,0391 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $0,0495 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $0,0599 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $0,0765 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $0,0847 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$   
 $0,1180 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$



$U=2,40632 \times 10^{-11}$   
 $W=1,45517 \times 10^{-6}$   
 $G=3830$   
 $u_m = 0,1180 \text{ m/s}$

# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

- Hladké povrchy: numerická simulace - teor. predikce - exper. data



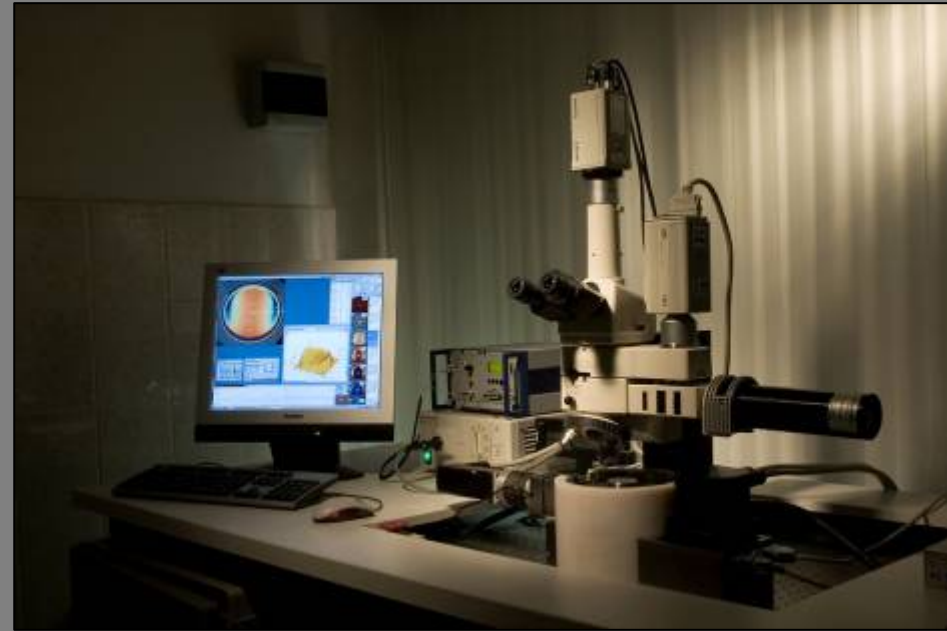
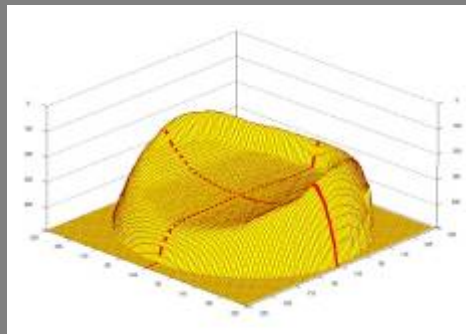
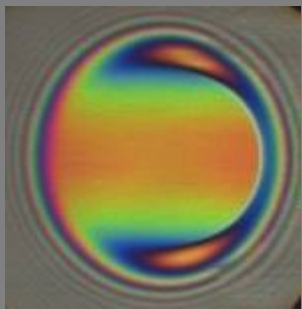
$$\tilde{H}_{e,\min} = \frac{\bar{h}_{\min}}{R_x} = 3,63 \cdot U^{0,68} \cdot G^{0,49} \cdot W^{-0,073} \cdot \left(1 - e^{-0,68 \cdot k_e}\right)$$

$$\tilde{H}_{e,c} = 2,69 \cdot U^{0,67} \cdot G^{0,53} \cdot W^{-0,067} \cdot \left(1 - 0,61 \cdot e^{-0,73 \cdot k_e}\right)$$

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Experimentální zařízení

## Kolorimetrická interferometrie

- chromatické interferogramy
- skleněný nebo safírový disk
- ocelová kulička



Experimentální zařízení  
tribologické laboratoře ÚK

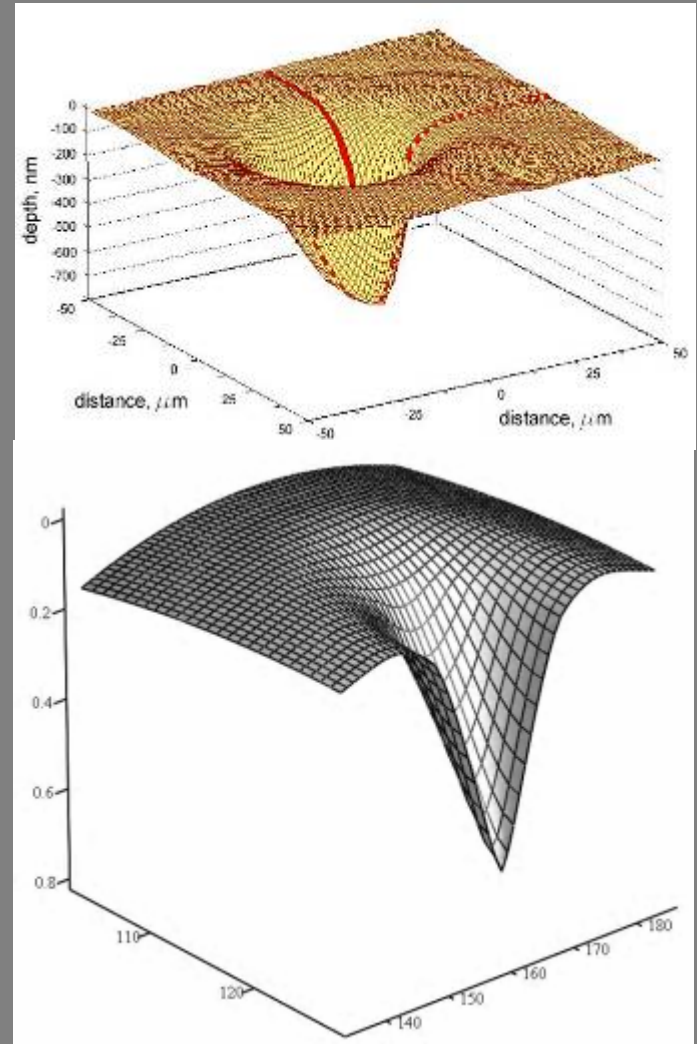
- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Nehladký povrch - povrchová nerovnost (vtisk)

## Reálná

- kuželový vtisk
- hrot Rockwellova indentoru
- leštěný okraj vtisku
- průměr  $73\mu\text{m}$ , hloubka  $0,7\mu\text{m}$

## Modelová

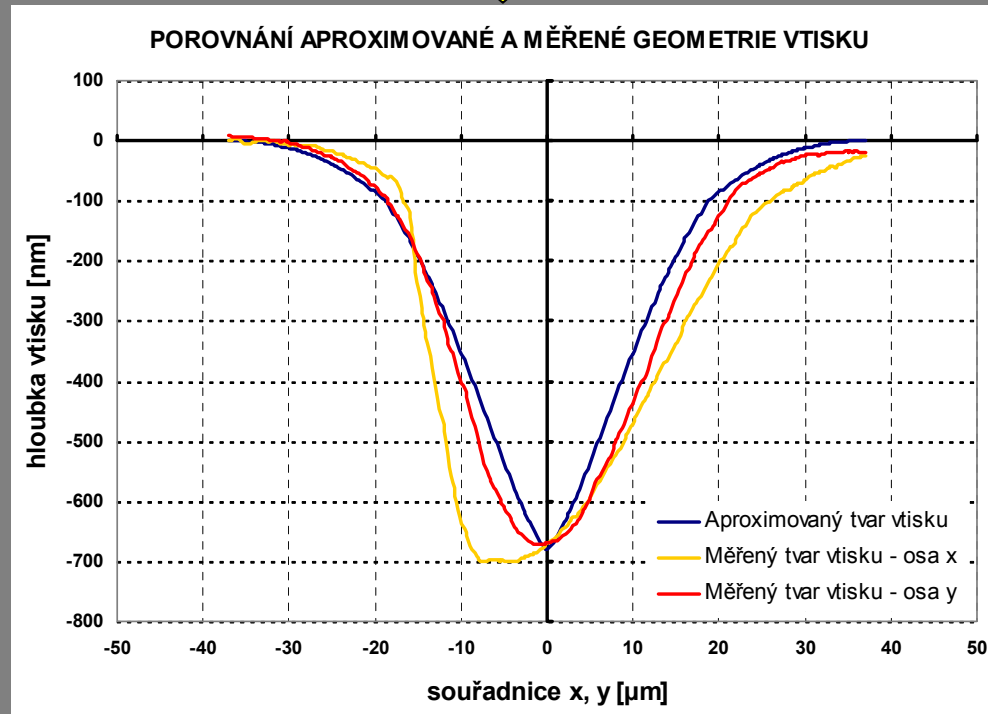
- aproximace povrchového vtisku
- matematická formulace
- harmonická funkce



- Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů
- Povrchová nerovnost v rovnici tloušťky mazací vrstvy

## Rovnice kontaktní geometrie

$$h(x, y) = h_0(t) + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} - D(x, y, t) + \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x', y') dx' dy'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}$$



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Nehladké povrchy - numerická simulace

- Vícevrstvé iterační řešení (*Multi Grid Iterative Solver*)
- Vícevrstvá vícenásobná integrace (*Multi Level Multi Integration*)
- Formulace povrchové nerovnosti (nehladký povrch)

- Vliv velikosti prokluzu  $\Sigma = \frac{2 * (u_D - u_B)}{u_D + u_B}$

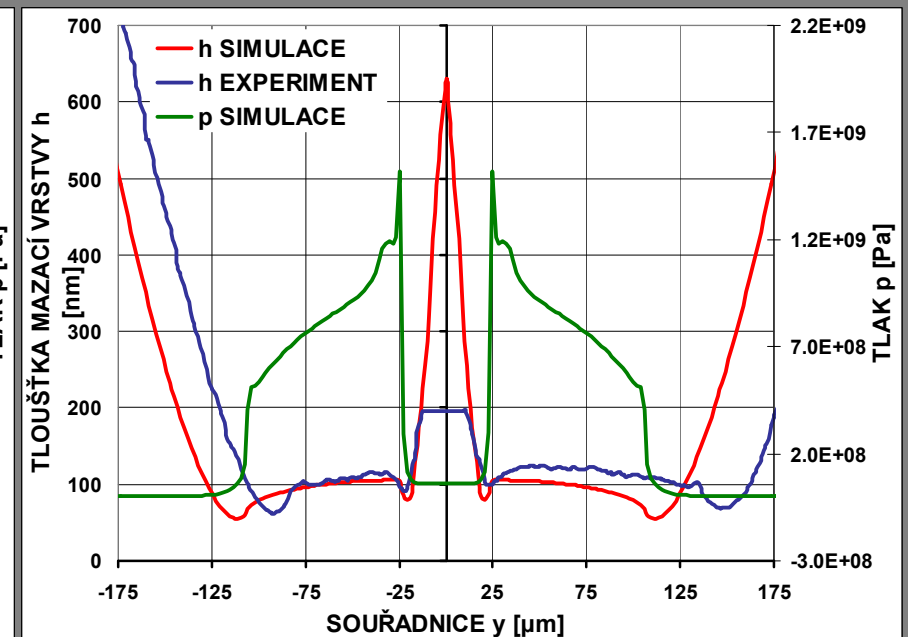
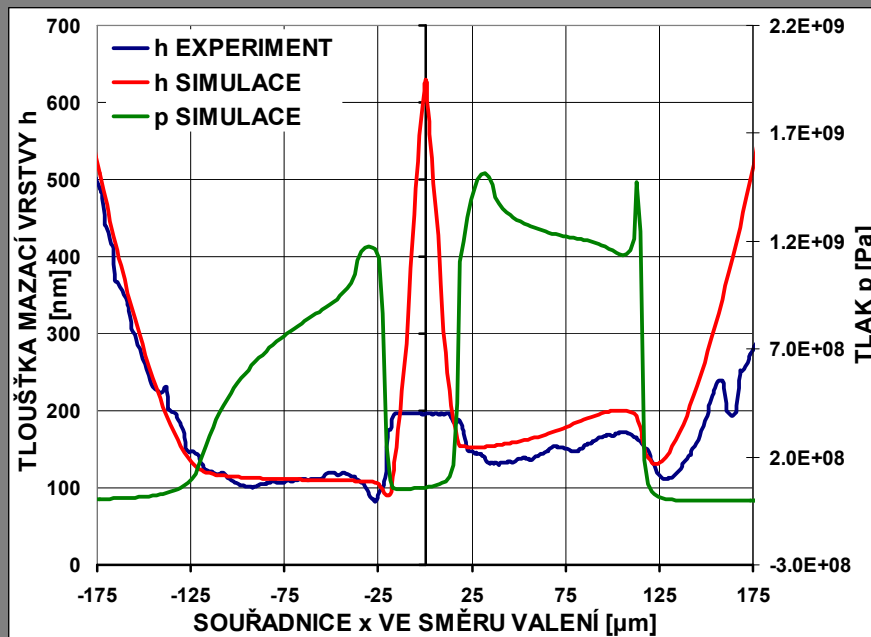
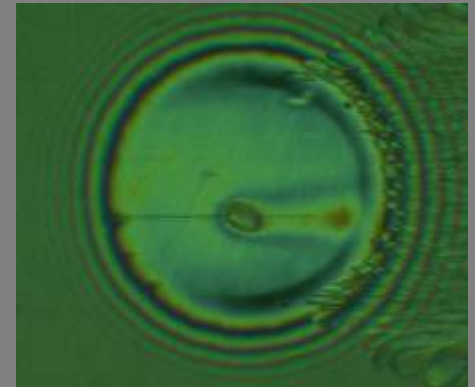
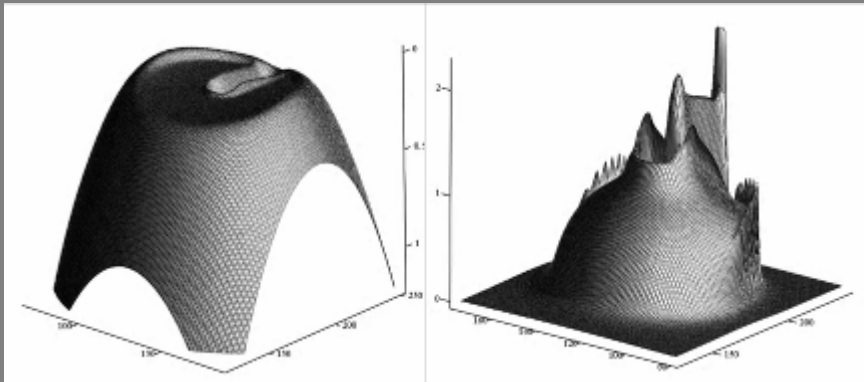
$$u_m = 0,0133 \text{ m/s pro } \Sigma = +1 \text{ a } \Sigma = -1$$

$$u_m = 0,0355 \text{ m/s pro } \Sigma = +1 \text{ a } \Sigma = -1$$

- Lokální změny tloušťky mazací vrstvy a tlaku v okolí vtisku

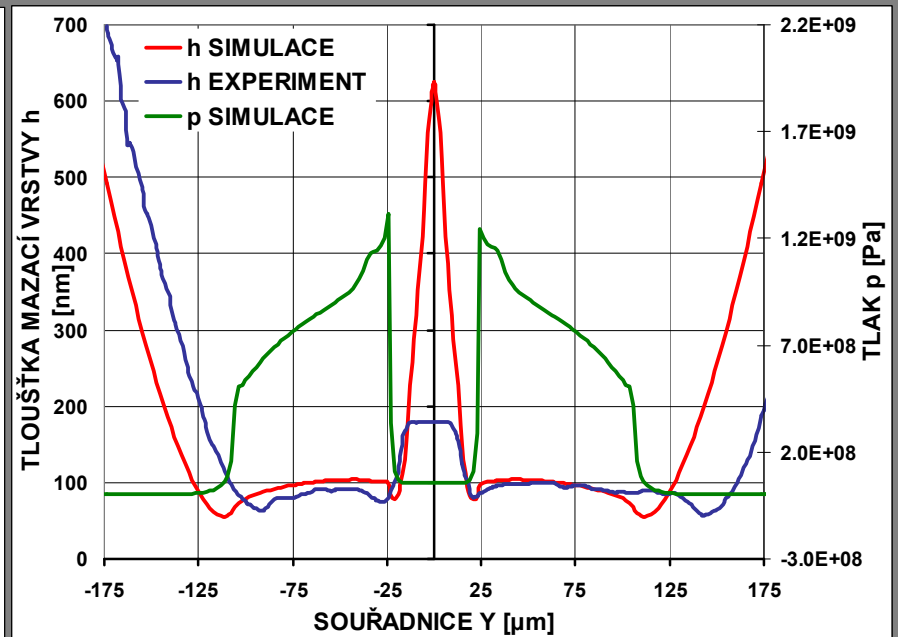
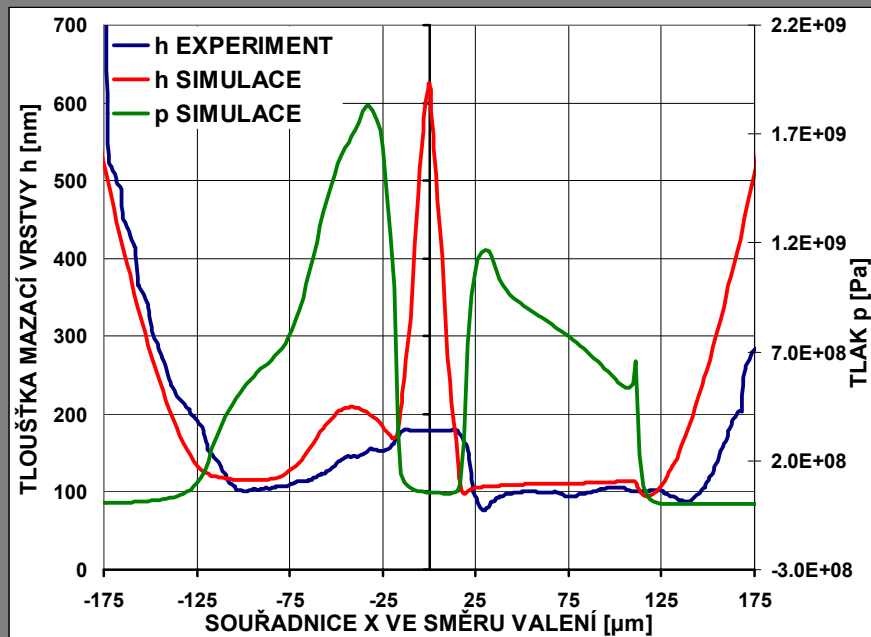
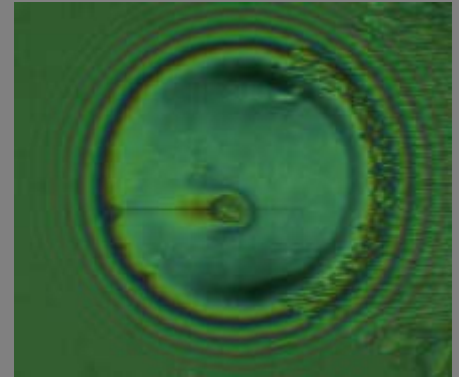
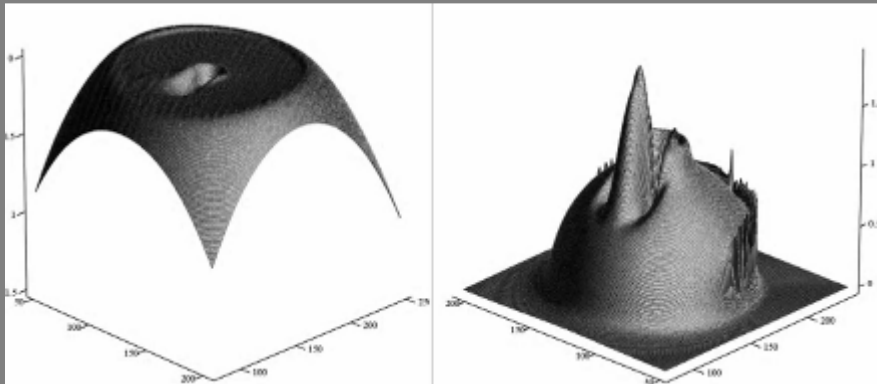
# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

- Nehladké povrchy - porovnání výsledků  $u_m = 0,0133 \text{ m/s}$   $\Sigma = +1$



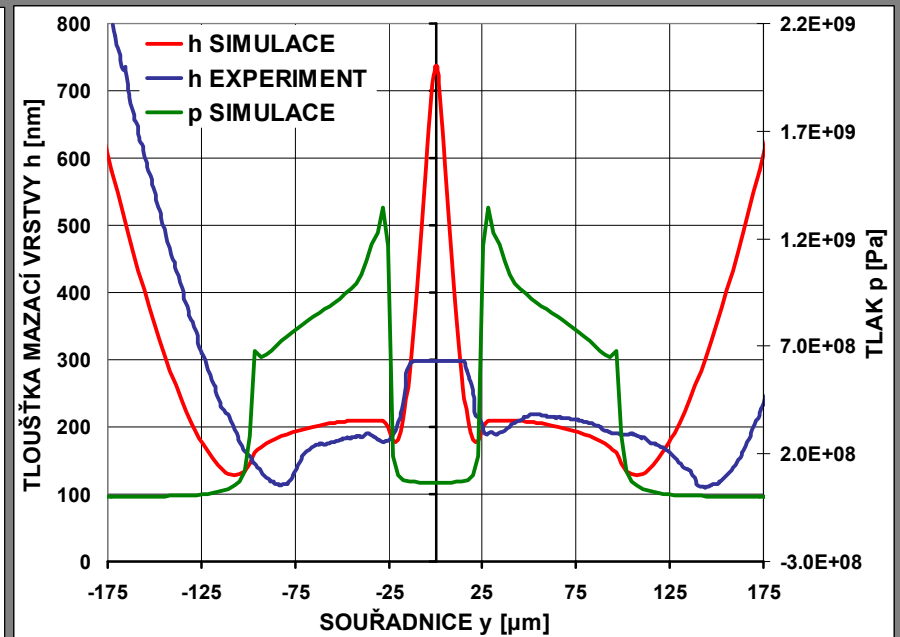
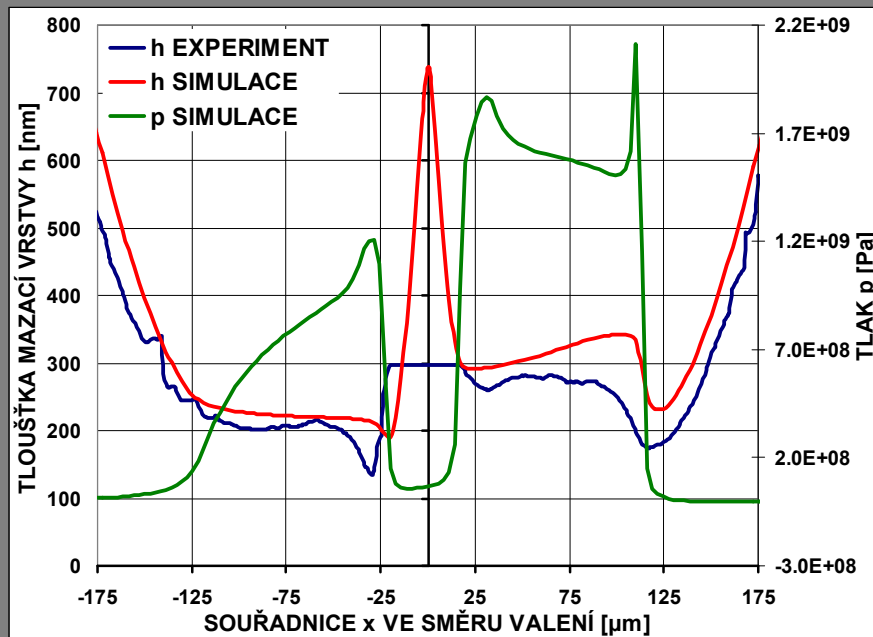
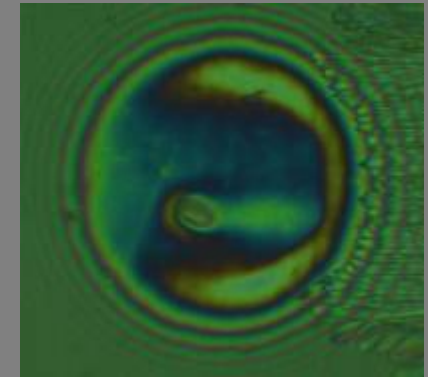
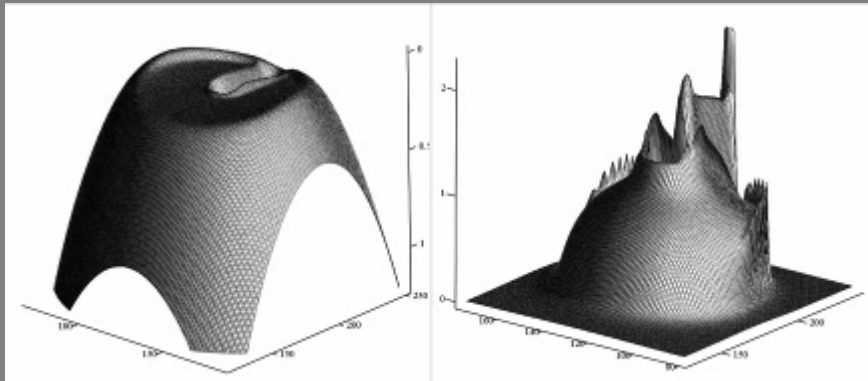
# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

- Nehladké povrchy - porovnání výsledků  $u_m = 0,0133 \text{ m/s}$   $\Sigma = -1$



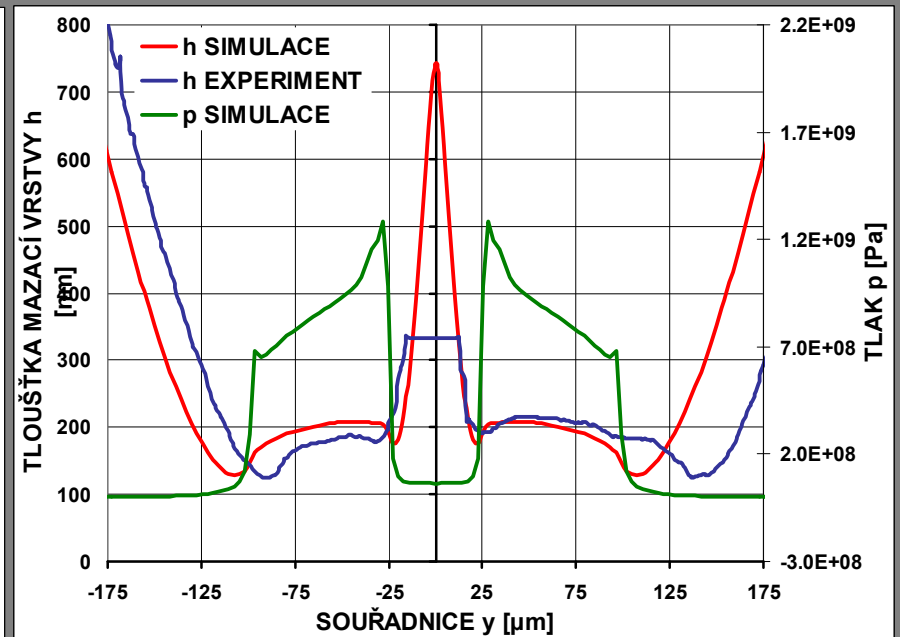
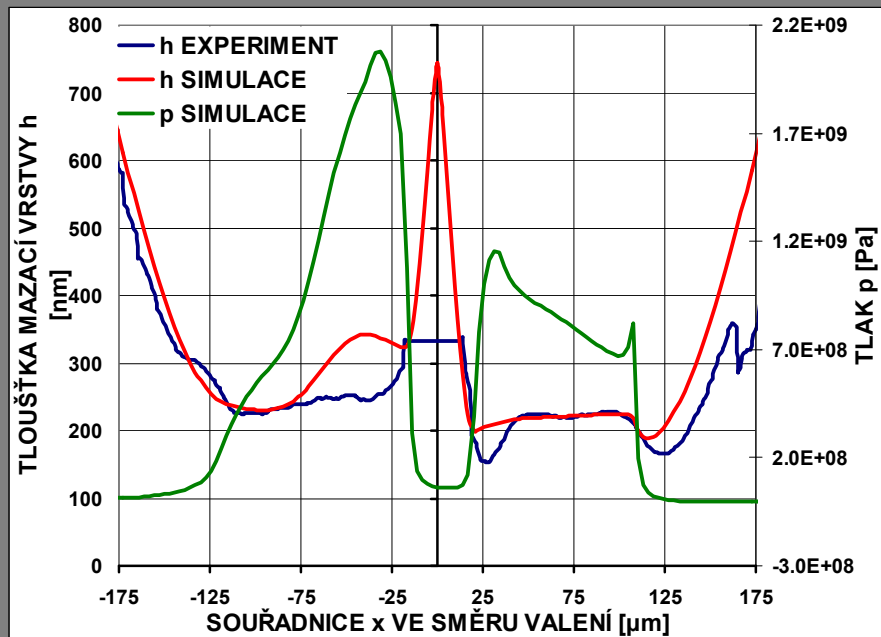
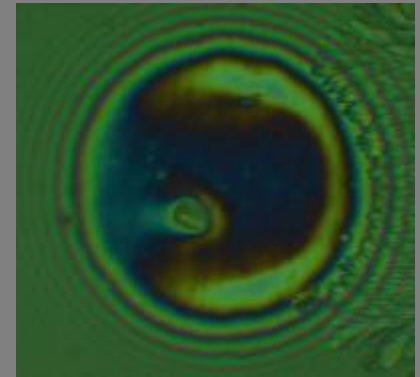
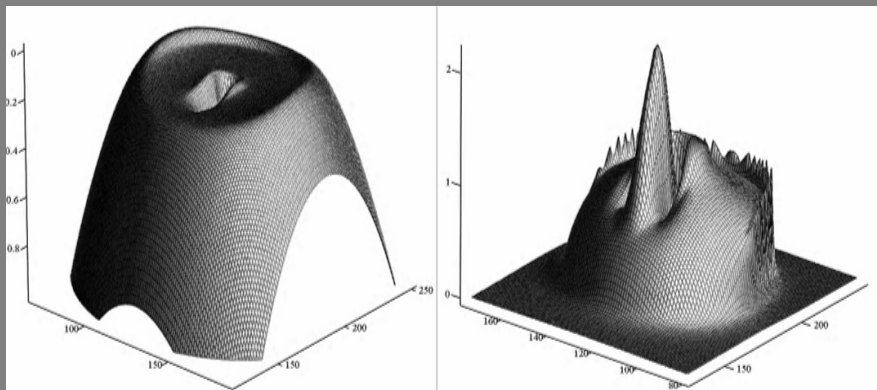
# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

- Nehladké povrchy - porovnání výsledků  $u_m = 0,0355 \text{ m/s}$   $\Sigma = +1$



# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

- Nehladké povrchy - porovnání výsledků  $u_m = 0,0355 \text{ m/s}$   $\Sigma = -1$



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Závěr

V souladu se stanoveným cílem disertační práce byly úspěšně realizovány stanovené dílčí etapy řešení.

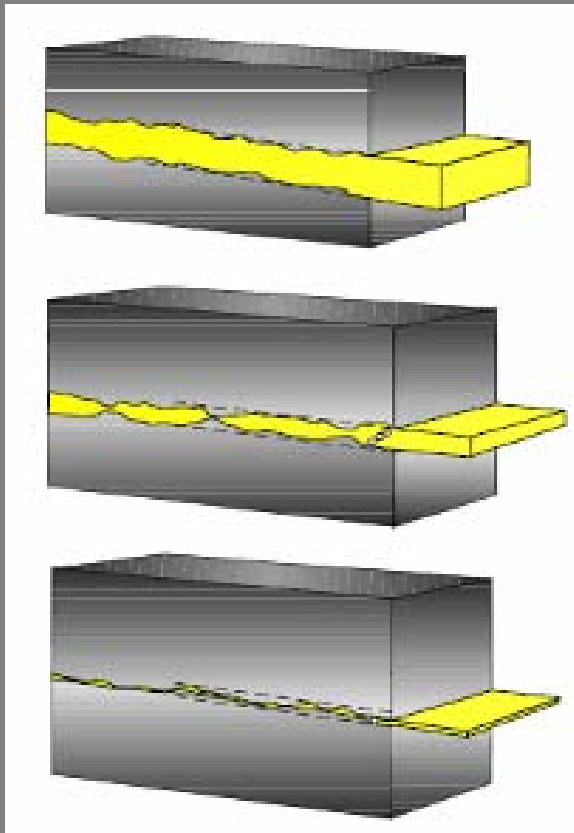
- Numerický algoritmus pro hladké povrchy
- Porovnání s experimentálními výsledky
- Rozšíření na problém nehladkých povrchů
- Numerické řešení problému nehladkých povrchů
- Porovnání s experimentálními výsledky

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**

Děkuji za pozornost

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- **Dotazy oponentů**

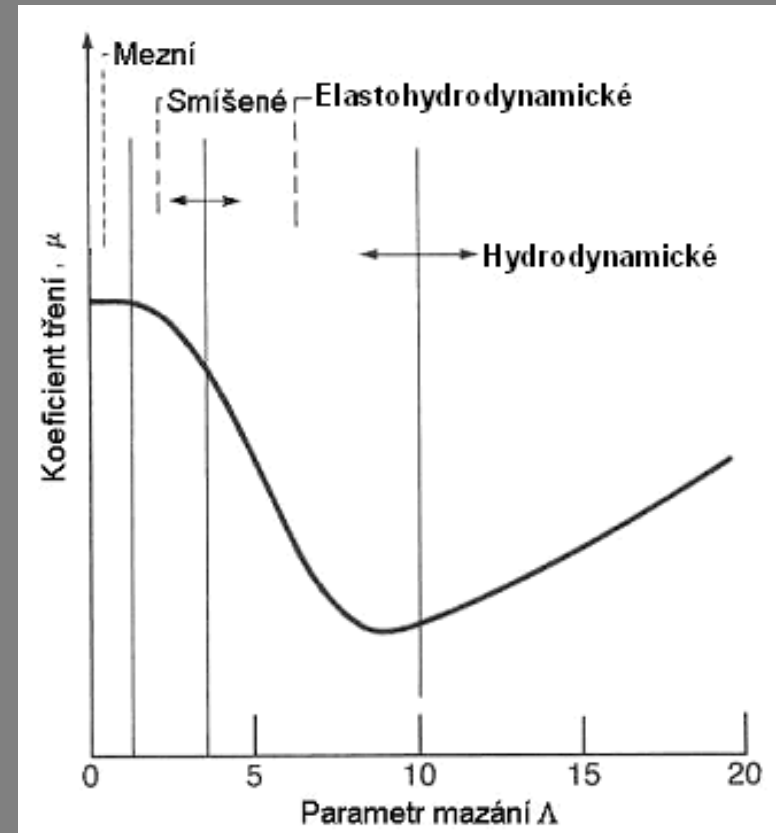
1. Typy tření a mazání – vymezení a vliv na kontaktní proces



elasto –  
hydrodynamický  
režim mazání

smíšené mazání

hraniční (mezní)  
mazání



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Dotazy oponentů

2. a) do jaké míry je možné nebo nutné v reálných technických systémech uvažovat s EHD kontaktními procesy v mikrometrické oblasti?

b) jaká úloha přináší skutečné mikrogeometrii povrchu?

- *možné*

- reálná drsnost
- smíšené mazání

→ problematické zobecnění závěrů

- *nutné*

- *vzhledem k únavovým modelům životnosti – především valivá ložiska (např. Ioannides and Harris; Lundberg-Palmgren)*

$$L_A = (\bar{D})(\bar{E})(\bar{F}_l)(\bar{G})(\bar{H}_m)L_{10} \quad \tilde{L}_{10} = A_{av} \left( \frac{(\tau - \tau_u)^{c_2}}{(z')^{c_3}} dV \right)^{-1/c_1}$$

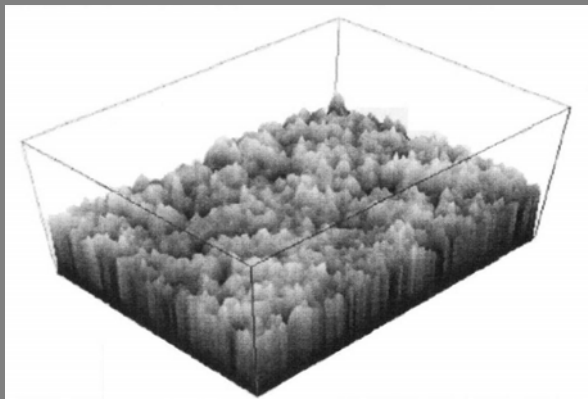
- odolnost aplikací vůči kontaminovaným mazivům

# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

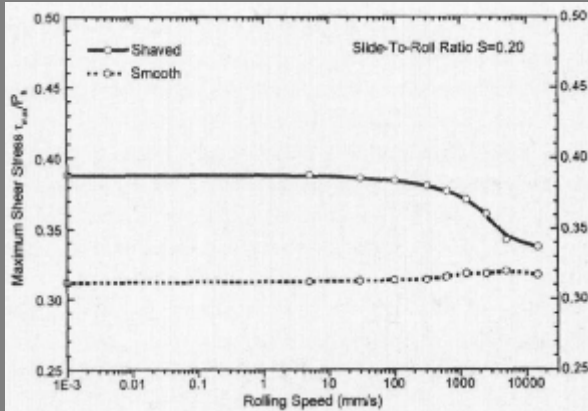
## Dotazy oponentů

2. a) do jaké míry je možné nebo nutné v reálných technických systémech uvažovat s EHD kontaktními procesy v mikrometrické oblasti?

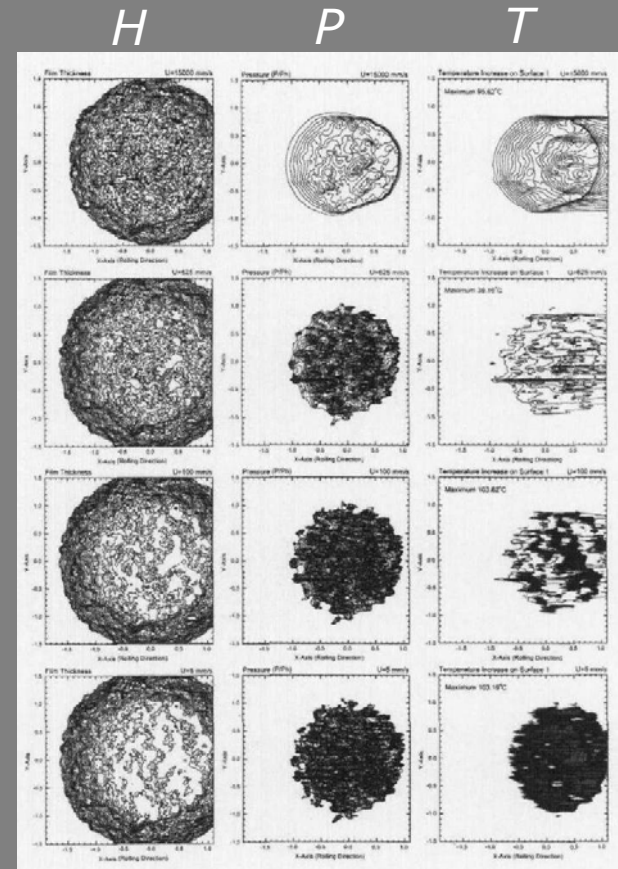
b) jaká úloha přináší skutečné mikrogeometrii povrchu?



Reálná drsnost



Nárůst max. smykového napětí o 25%



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Dotazy oponentů

3. V čem lze pozorovat přednosti a hranice využití používaného programového vybavení?

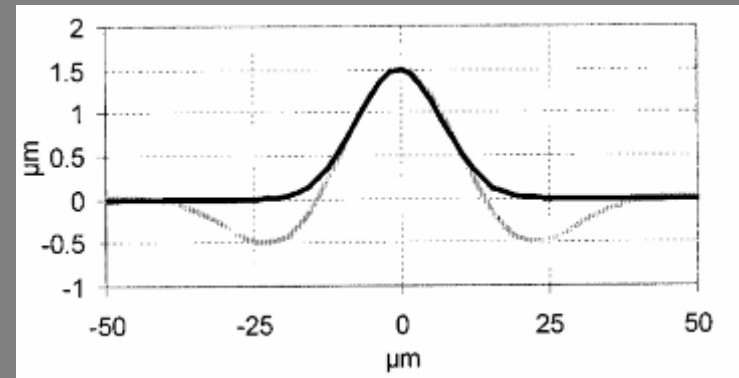
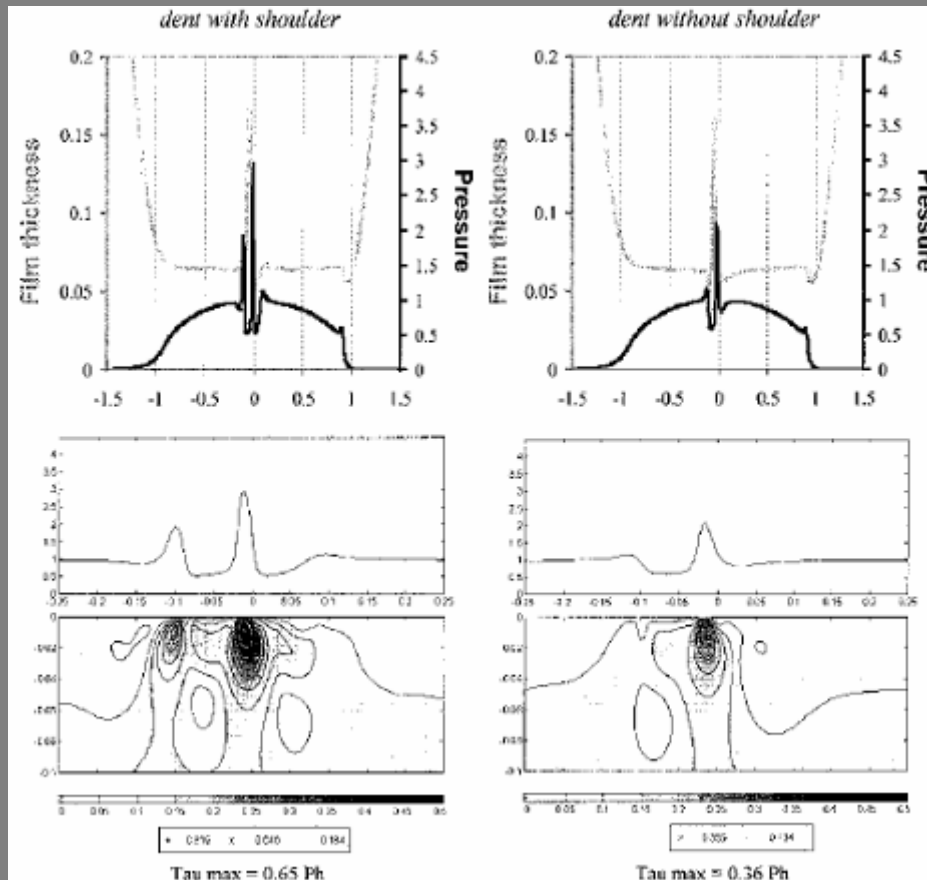
- + rychlost iteračního procesu
- + modelování povrchové nehladkosti
- + aplikovatelnost na širokou třídu problémů (např. smíšené mazání, reálné povrchy apod.)

- 
- předpoklad newtonské kapaliny a izotermicity
  - relativní implementační složitost
  - konvergenční stabilita vs. vysoké nároky na orientaci v teorii vícevrstevných numerických metod

- Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů
- Dotazy oponentů

4. a) Jaký je vliv vytačeného materiálu na EHD mazaný kontakt?

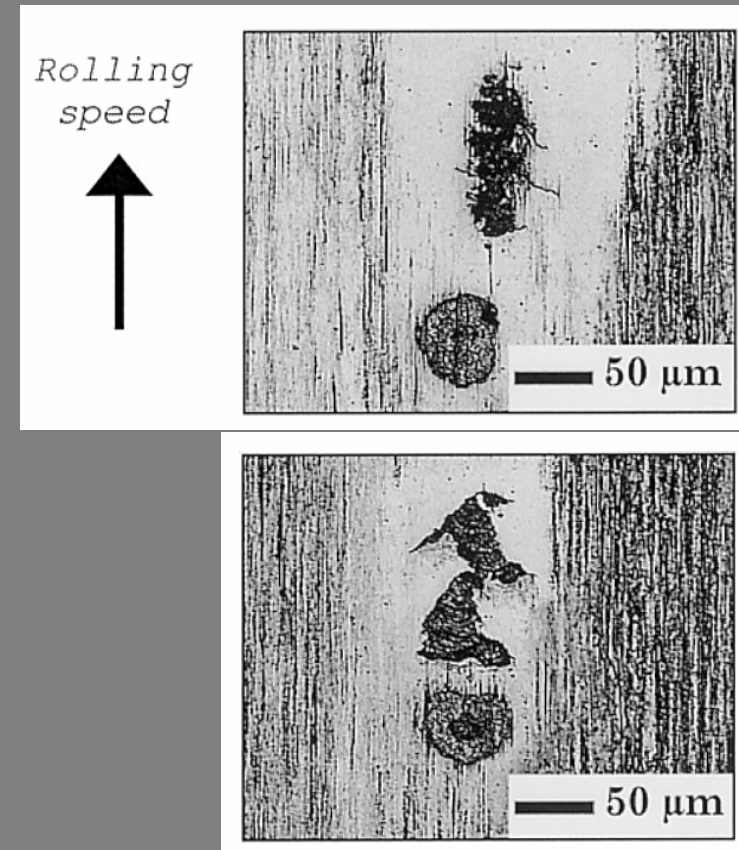
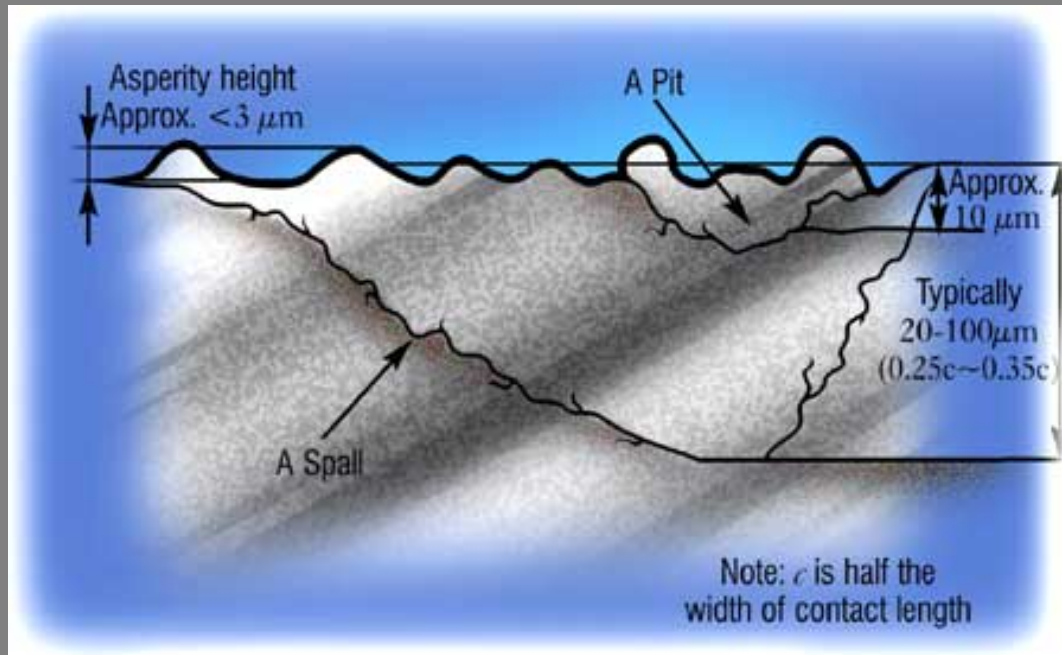
b) Co brání modelování takového kontaktu?



- parametr prokluzu  $\Sigma > 0$
- parametry Hertzova kontaktu  $p_h = 1,5 \text{ GPa}$ ,  $u_m = 40 \text{ m.s}^{-1}$
- maximální smykové napětí

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- **Dotazy oponentů**

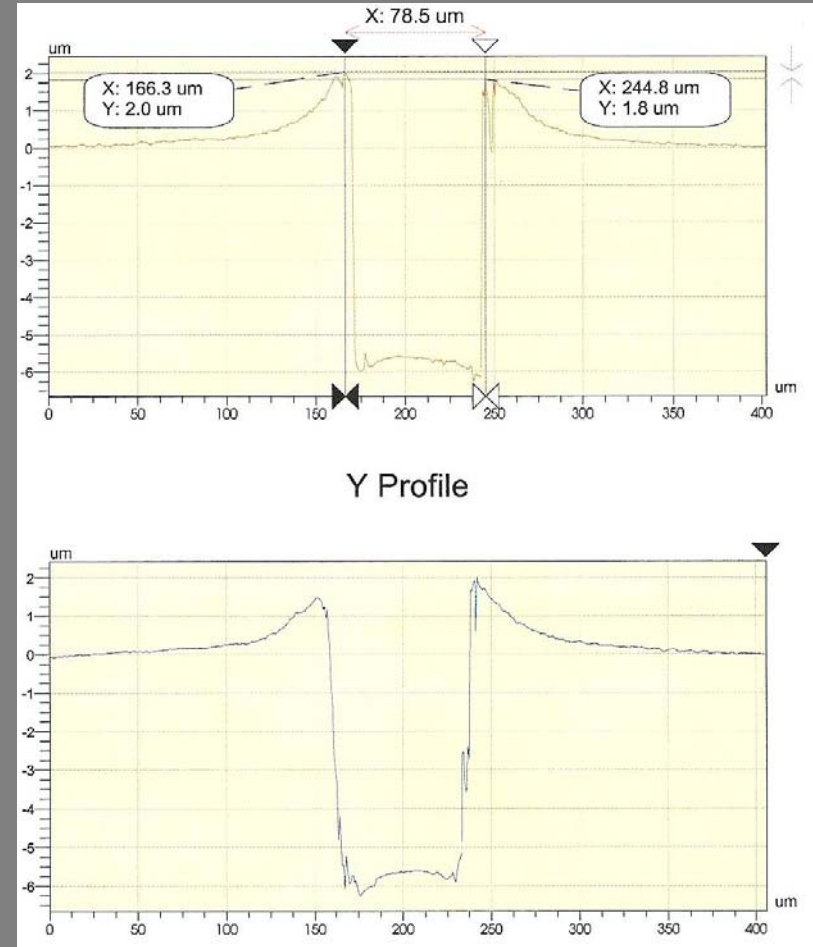
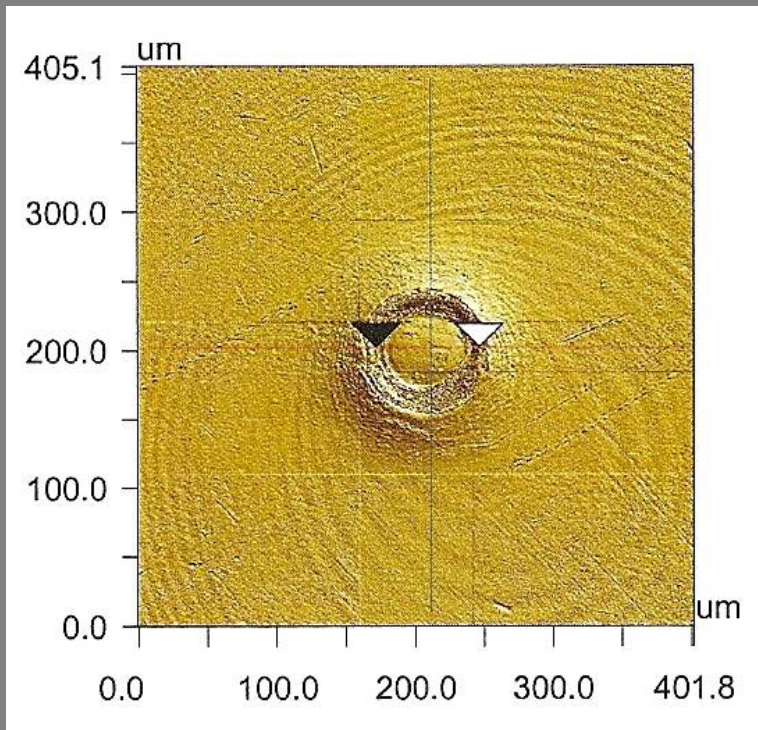
4. a) Jaký je vliv vytlačeného materiálu na EHD mazaný kontakt?  
 b) Co brání modelování takového kontaktu?



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- **Dotazy oponentů**

4. a) Jaký je vliv vytlačeného materiálu na EHD mazaný kontakt?

b) Co brání modelování takového kontaktu?

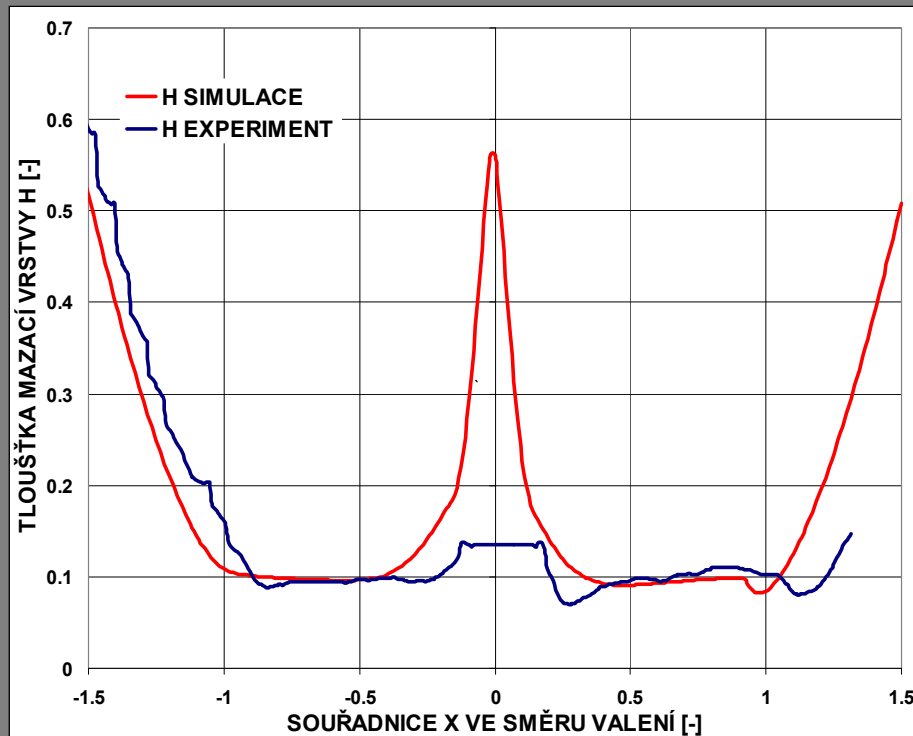


- Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů
- Dotazy oponentů

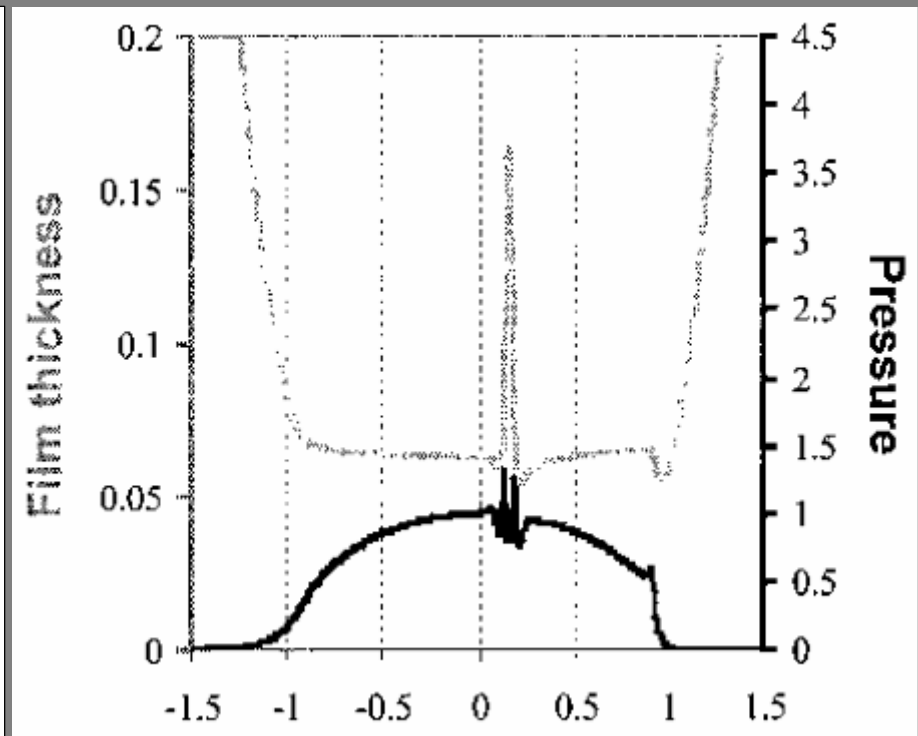
5. a) Co je příčinou toho, že není možné plné valení použitou metodou modelovat?

b) Pro jaké hodnoty sigma je metoda použitelná?

Simulované vs. měřené plné valení



Příklad výsledků simulace plného valení v literatuře



- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Dotazy oponentů

6. Jaký je vliv bezrozměrných parametrů na numerickou stabilitu a přesnost řešení?

Bezrozměrné parametry kontaktu

$$X = \frac{x}{a} \quad Y = \frac{y}{a} \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{\eta_0}$$

$$P = \frac{p}{p_h} \quad H = \frac{h \cdot R_X}{a^2} \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$$

Vstupní bezrozměrné parametry

Bezrozměrný parametr rychlosti

$$U = \frac{\eta_0 \cdot u}{E' \cdot R_x}$$

Bezrozměrný parametr zatížení

$$W = \frac{w}{E' \cdot R_x^2} \quad M = \frac{w}{E' \cdot R_x^2} \left( \frac{\eta_0 \cdot u_S}{E' \cdot R_x} \right)^{-3/4}$$

Bezrozměrný parametr materiálů

$$G = \alpha \cdot E' \quad L = \alpha \cdot E' \left( \frac{\eta_0 \cdot u_S}{E' \cdot R_x} \right)^{-1/4}$$

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- **Dotazy oponentů**

7. a) Je možné pozorovat u běžných maziv (minerální oleje) uvnitř vtisku nenewtonovské chování?

b) Lze nahradit Roelandsův vztah nenewtonovským modelem? Jaký model je vhodný a jak se změní výpočet?

Eyring (1936)

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dz} = \frac{\tau_E}{\eta} \sinh \left( \frac{\tau}{\tau_E} \right)$$

Bair and Winer (1979)

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dz} = \frac{1}{G_\infty} \frac{d\tau}{dt} + \frac{\tau_L}{\eta} \ln(1 - \bar{\tau})^{-1}$$

Geeim and Winer (1980)

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dz} = \frac{\tau_L}{\eta} \tanh^{-1}(\bar{\tau})$$

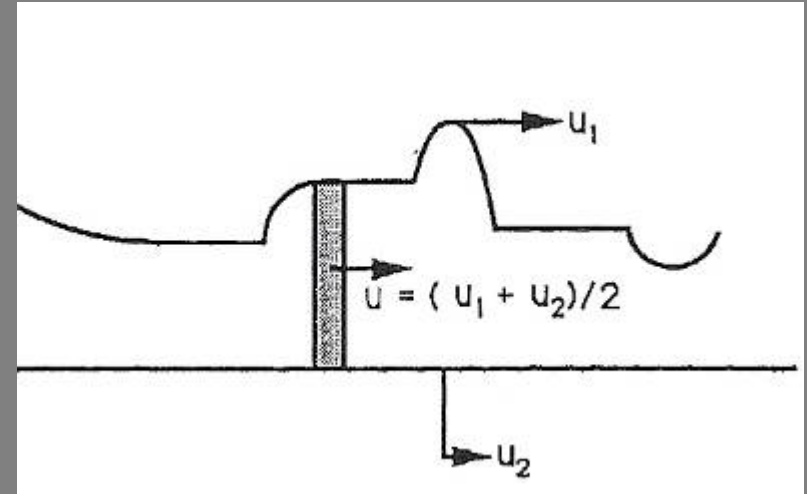
Iivonen and Hamrock (1989)

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dz} = \frac{\tau_L}{\eta} [(1 - \bar{\tau})^{-1} - 1]$$

- **Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů**
- Dotazy oponentů

8. Jak lze fyzikálně vysvětlit změnu tloušťky mazacího filmu v okolí vtisku?

- indukovaný vtisk
- mazivo vytéká z povrchové kavity
- průměrná rychlost obou povrchů
- elastická deformace před/za vtiskem



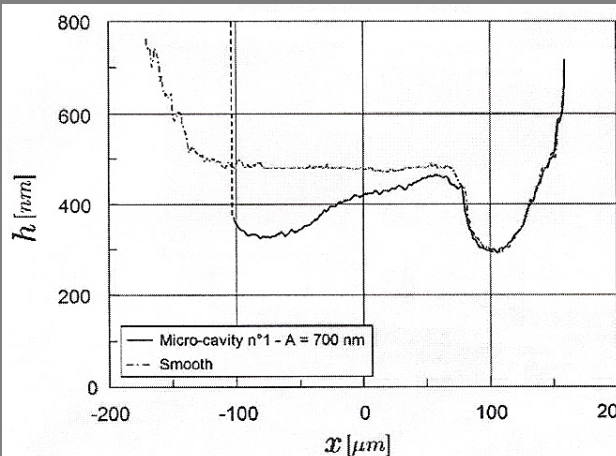
# Numerická simulace EHD mazaného kruhového kontaktu nehladkých povrchů

## Dotazy oponentů

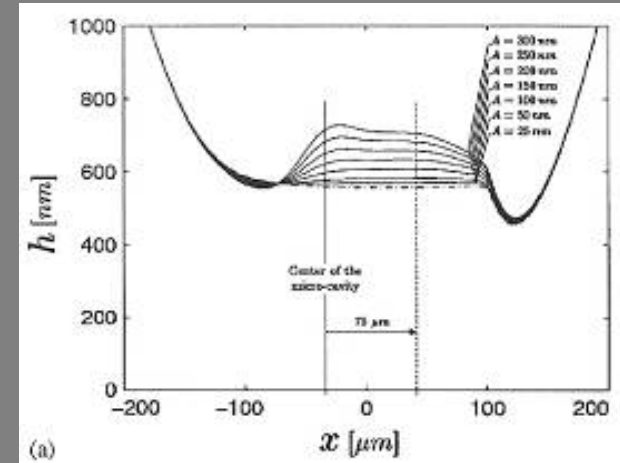
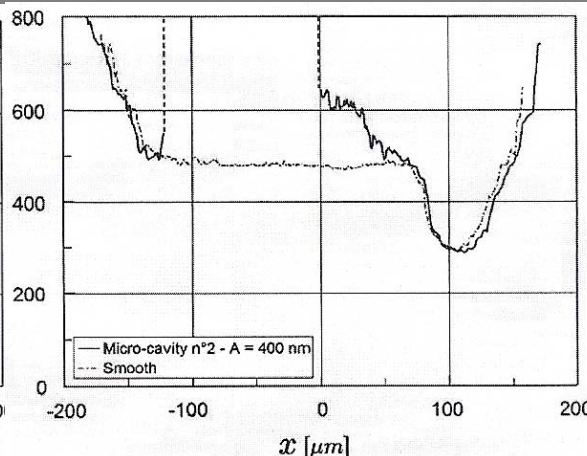
9. Jaká je závislost mezi geometrií vtisku a velikostmi elastických deformací a změny tlaku v jeho okolí při průchodu EHD kontaktem?

- experimentální hloubka  $0,7\mu\text{m}$  resp.  $0,4\mu\text{m}$
- simulační hloubka kavity  $0,025 - 0,3\mu\text{m}$
- průměr kavity  $120\mu\text{m}$
- indukovaný vtisk – elastické deformace

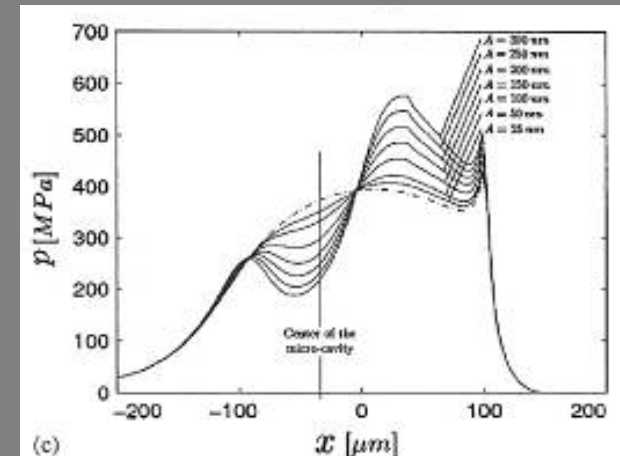
hloubka  $0,7\mu\text{m}$



hloubka  $0,4\mu\text{m}$



(a)



(c)