

Vysoké učení technické v Brně  
Brno University of Technology

Fakulta strojního inženýrství  
Ústav konstruování / Odbor metodiky konstruování

Faculty of Mechanical Engineering  
Institute of Machine and Industrial Design / Department of Design Theory

# Studium přechodových jevů v mazacích filmech vysokorychl. barevnou kamerou

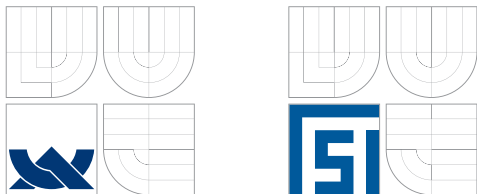
[Pojednání ke státní doktorské zkoušce]  
[Discourse on the Dissertation Thesis]

Autor práce: **Ing. Petr Svoboda**  
Author

Brno 2008







Fakulta strojního inženýrství  
Ústav konstruování / Odbor metodiky konstruování

Faculty of Mechanical Engineering  
Institute of Machine and Industrial Design / Department of Design Theory

# Studium přechodových jevů v mazacích filmech vysokorychlostní barevnou kamerou

[Pojednání ke státní doktorské zkoušce]  
[Discourse on the Dissertation Thesis]

Autor práce: **Ing. Petr Svoboda**  
Author

Vedoucí práce: **Doc. Ing. Ivan Křupka, Ph.D.**  
Supervisor



**OBSAH**

<b>OBSAH</b>	<b>3</b>
<b>1 ÚVOD</b>	<b>4</b>
<b>2 VYMEZENÍ ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY A PŘEDBĚŽNÉHO CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE</b>	<b>5</b>
<b>3 SHRUTÍ SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ</b>	<b>7</b>
3.1 Teoretické řešení EHD mazání bodových kontaktů	7
3.1.1 Numerické studie EHD mazání bodových kontaktů	8
3.1.2 Modelování nestacionárních podmínek EHD mazaných kontaktů	9
3.2 Experimentální studium EHD mazání bodových kontaktů	12
3.2.1 Vliv změny rychlosti na utváření mazacího filmu v EHD kontaktech	13
<b>4 ANALÝZA, INTERPRETACE A ZHODNOCENÍ POZNATKŮ ZÍSKANÝCH NA ZÁKLADĚ REŠERŠE</b>	<b>19</b>
<b>5 VYMEZENÍ CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE A NÁVRH ZPŮSOBU JEJÍHO ŘEŠENÍ</b>	<b>20</b>
<b>6 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÍ DISERTAČNÍ PRÁCE</b>	<b>21</b>
6.1 Analýza snímače použité vysokorychlostní CMOS kamery	21
6.2 Série ověřovacích experimentů pro hladký kontakt a jejich vyhodnocení	23
6.3 Synchronizace vysokorychlostní CMOS kamery s kuličkou	24
6.4 Série experimentů s uměle vytvořenými defekty za ustálených provozních podmínek	25
<b>7 ZÁVĚR</b>	<b>26</b>
<b>8 LITERATURA</b>	<b>27</b>
<b>9 PŘEHLED OZNAČENÍ</b>	<b>30</b>

## 1 ÚVOD

---

Pojednání je zaměřeno na studium procesů probíhajících za neustálých provozních podmínek u velmi zatěžovaných strojních součástí. Zajištění funkce mazaných kontaktů i v kritických fázích provozu. Především při rozběhu a doběhu, náhlých změnách rychlosti a zatížení třecích povrchů. Tyto podmínky totiž představují zvýšené riziko poškození strojních součástí, protože mazací film není schopen zajistit úplné oddělení třecích povrchů. Tak dochází k jejich styku a následnému opotřebení. V pojednání je vymezena řešená problematika, rozbor současného stavu poznání a definovány předběžné cíle disertační práce.

## 2 VYMEZENÍ ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY A PŘEDBĚŽNÉHO CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

2

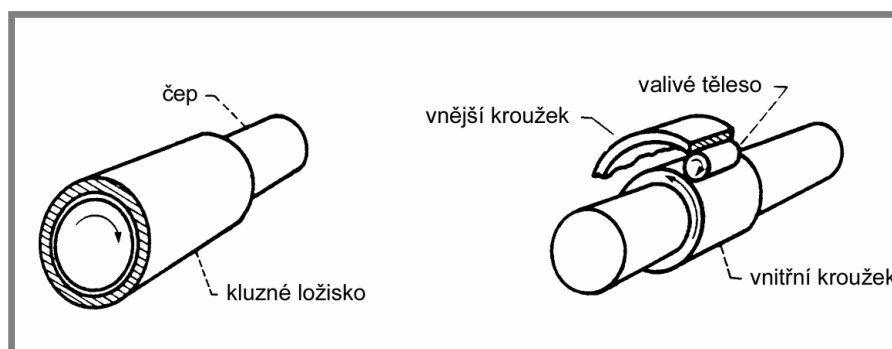
Většina strojních prvků (valivých ložisek, ozubených soukolí a vaček) pracuje za podmínek elasto-hydrodynamického (EHD) mazání, kdy jsou třecí povrchy elasticky deformovány a viskozita maziva v oblasti kontaktu třecích povrchů se výrazně zvyšuje vlivem kontaktního tlaku. Tento jev nastává během deformace nekonformních povrchů při vysokém zatížení, které je přenášeno malou plochou, jako je například mezi kuličkou a vnitřním kroužkem valivého ložiska, ve styku zubů ozubených převodů, ve dvojici vačka a zdvihátko ventilu. To způsobuje dočasné zvýšení viskozity maziva, které je v tomto okamžiku zachyceno mezi deformované třecí povrchy. Při relativním pohybu kontaktních těles dochází na rozhraní třecích povrchů k vytváření homogenního mazacího filmu, který odděluje třecí povrchy a tím snižuje jejich tření a následné opotřebení [1].

Začátek teoretického studia mazání nekonformně zakřivených třecích povrchů se datuje od počátku 20. století, kdy Gumbel [2] a Martin [3] publikovali výsledky svého teoretického studia mazání ozubeného soukolí. Při řešení vycházeli ze stávající hydrodynamické teorie a Martin získal řešením Reynoldsovy rovnice vztah pro minimální tloušťku mazacího filmu (1) pro styk parabolického válce s deskou mazaný nestlačitelným izoviskočním mazivem:

$$h_{\min} = 4,896 \frac{u \eta_0 R_x}{w} \quad (1)$$

Podle tohoto vztahu se měla tloušťka mazacího filmu při běžných podmínkách pohybovat okolo 0,03  $\mu\text{m}$ , ale dosahovaná drsnost  $R_a$  byla mezi 0,4 až 0,8  $\mu\text{m}$ . To však bylo v rozporu s experimentálními výsledky, které ukazovaly, že většina zubů ozubených kol nebyla v místě styku zubů opotřebena, a tedy že ve většině případů jsou v místě záběru třecí povrchy odděleny souvislou vrstvou maziva.

Tento rozpor se podařilo zcela objasnit na počátku 60. let 20. století, kdy bylo prokázáno, že chování velmi zatížených mazaných nekonformních těles (Obr. 2.1) ovlivňují fyzikální vlastnosti maziva i mechanické vlastnosti třecích těles. Na takovýto režim mazání se začalo pohlížet jako na elasto-hydrodynamické mazání (EHL).



Obr 2.1 Příklad konformně a nekonformně zakřivených třecích těles [4]

V klasické teorii EHD mazání se pro popis kontaktu používají tři rovnice. První, Reynoldsova rovnice, kterou lze získat z Navierových-Stokesových rovnic a rovnice kontinuity, popisuje hmotnostní průtoky způsobené gradienty tlaku v mazané oblasti. Druhá rovnice reprezentuje součet nedeformovaného tvaru kontaktní oblasti a elastických deformací třecích povrchů. Poslední rovnice vyjadřuje rovnováhu sil v kontaktu. Řešením soustavy těchto rovnic je při využití vhodného numerického aparátu možné získat rozložení tloušťky a tlaku mazacího filmu. Průlomem v této oblasti byla zejména práce Lubrechta, Napela a Bosmy z roku 1987 [5], kteří představili zcela nový numerický nástroj pro řešení matematického problému EHD mazání na kruhovém kontaktu. V porovnání s klasickým, do té doby používaným numerickým přístupem je mnohem rychlejší a umožnil analyzovat i případy velmi zatížených bodových kontaktů. Již na konci minulého století se tak podařilo podrobně popsat a experimentálně ověřit utváření mazacích filmů mezi nekonformně zakřivenými třecími povrchy za ustálených provozních podmínek [6], [7].

U některých strojních prvků však nejsou provozní podmínky (zatížení, rychlosti třecích povrchů a jejich geometrie) konstantní, ale nestacionární – proměnné, a dochází k jejich významným změnám v čase. Za této situace již mazací film není často schopen zajistit úplné oddělení třecích povrchů, a tak dochází k jejich styku, opotřebení a následnému zadření. Zatímco se v odborné literatuře můžeme setkat s řadou teoretických studií zohledňujících nestacionární provozní podmínky, dosud bylo publikováno jen několik experimentálních prací zabývajících se touto problematikou, což je způsobeno zejména dostupnými měřicími metodami.

Toto pojednání k disertační práci je zaměřeno na využití vysokorychlostní CMOS záznamové techniky při experimentálním studiu procesů probíhajících při EHD mazání za neustálených provozních podmínek (zejména při reverzaci pohybu) u velmi zatěžovaných strojních součástí (valivých ložisek, ozubených soukolí, vaček apod.). Při studiu bude použita kolorimetrická interferometrie, která umožňuje stanovit rozložení tloušťky mazacího filmu v kontaktu s potřebnou přesností a rozlišitelností.

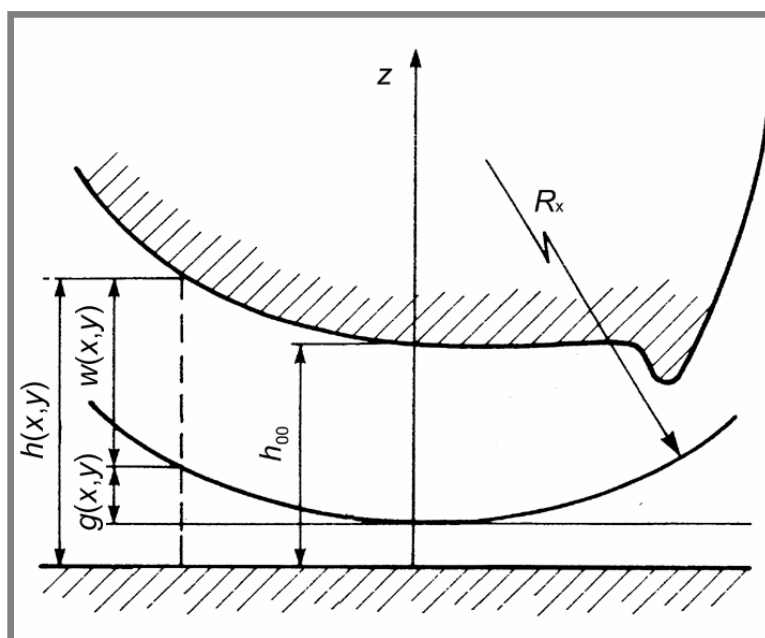
### 3 SHRnutí SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

3

#### 3.1 Teoretické řešení EHD mazání bodových kontaktů

3.1

Teoretické řešení elastohydrodynamicky mazaných bodových kontaktů u tuhých třecích těles vychází z podmínky, že mazací film je v kontaktu třecích těles vytvářen společným působením hydrodynamického tlaku v mazacím filmu a elastických deformací třecích povrchů. Na tvaru mazacího filmu se výrazně podílí změna dynamické viskozity a hustoty maziva v kontaktní oblasti. Rozložení tlaku v EHD filmu je popsáno Reynoldsovou rovnicí v obecném tvaru [8]. Reynoldsova rovnice popisuje hmotnostní průtoky způsobené gradienty tlaku v mazané oblasti. Za předpokladu proudění maziva pouze v jednom směru a zanedbání roztažnosti maziva dostaneme redukovaný tvar Reynoldsovy rovnice, který se používá při výpočtu u nekonformně zakřivených třecích těles. Tloušťka mazacího filmu se vyjadřuje jako součet nedeformovaného tvaru kontaktní oblasti a elastických deformací třecích povrchů podle Obr. 3.1.



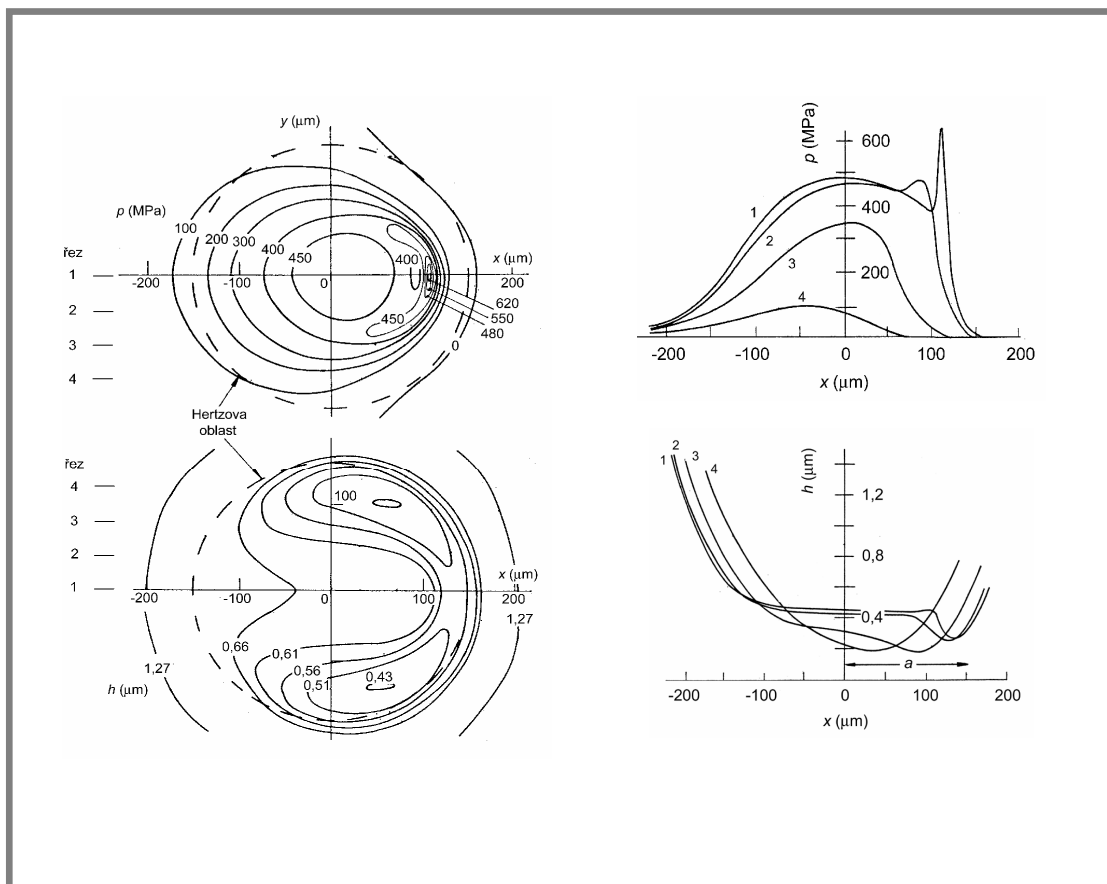
Obr 3.1 Tvar třecích těles v mazaném kontaktu [9]

Při řešení EHD problému je rovněž nutné uvažovat změnu dynamické viskozity a hustoty s tlakem. Změnu viskozity s tlakem popsal již v roce 1893 Barus [10], nicméně jeho vztah je možné použít pro tlaky do 0,5 GPa, proto se setkáme při řešení i s dalšími vztahy, které lépe popisují změnu viskozity maziva za větších tlaků [11]. Rovněž hustota maziva se s tlakem výrazně mění. Zpočátku se s rostoucím tlakem prudce zvyšuje a při překročení dostatečně vysokého tlaku se chová mazivo jako nestlačitelné [12], [13], [14].

### 3.1.1 Numerické studie EHD mazání bodových kontaktů

První zcela numerické studie problému elasto-hydrodynamického mazání bodových kontaktů se objevily až v druhé polovině 70. let 20. století, kdy publikovali Ranger, Ettles a Cameron [15] rozložení tloušťky a průběh tlaku v mazacím filmu u kruhového kontaktu třecích těles v závislosti na zatížení, rychlosti třecích povrchů a viskozitně-tlakovém koeficientu. Toto numerické řešení potvrdilo charakteristické rysy vyskytující se při experimentálním řešení mazacího filmu v bodovém kontaktu (Obr. 3.2). Stanovili také vztah pro centrální tloušťku mazacího filmu (2).

$$H_c = 1,44U^{0,567}W^{0,035}G^{0,462} \quad (2)$$



**Obr 3.2** Rozložení tloušťky a tlaku EHD mazacího filmu v kruhovém kontaktu pro  $F = 22,2 \text{ N}$  a  $u = 0,33 \text{ m/s}$  [15]

Srovnatelný přístup použili i Hamrock a Dowson ve studii EHD mazání eliptických kontaktů [16] – [19]. Detailně popsali vlivy bezrozměrných parametrů  $U$ ,  $W$ ,  $G$  a elipticity  $k$  na rozložení tloušťky a tlaku v mazacím filmu. Na základě studia pro omezený rozsah provozních podmínek získali vztah pro minimální tloušťku mazacího filmu (3) a také vztah pro centrální tloušťku mazacího filmu (4).

$$H_{\min} = 3,63U^{0,68}W^{-0,073}G^{0,49}(1 - e^{-0,68k}) \quad (3)$$

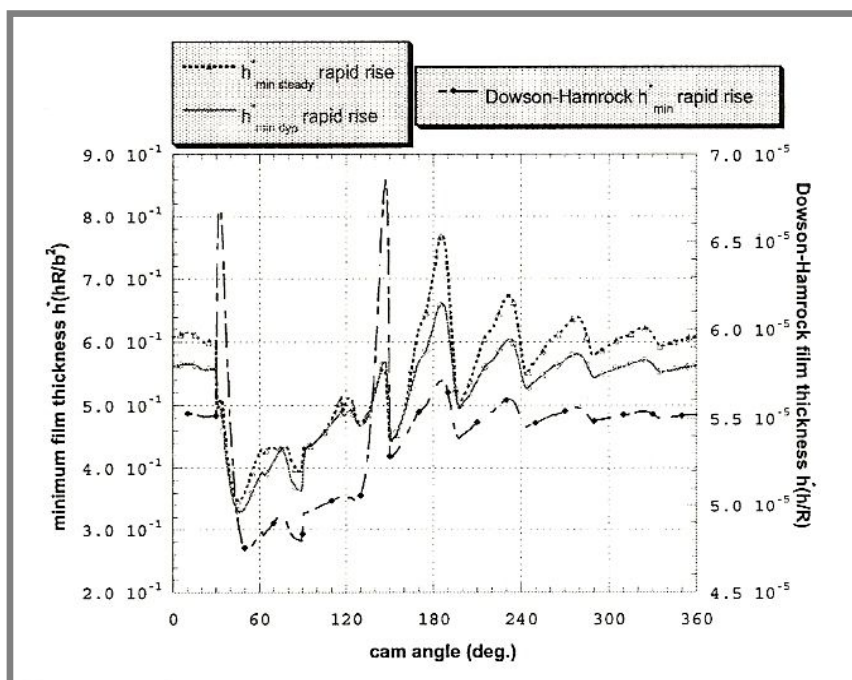
$$H_c = 2,69U^{0,67}W^{-0,067}G^{0,53}(1 - 0,61e^{-0,73k}) \quad (4)$$

Bez ohledu na omezený rozsah podmínek, pro které byly tyto rovnice odvozeny, jsou dodnes používány při odhadu tloušťky mazacího filmu v elasto-hydrodynamicky mazaných kontaktech tribologických soustav a slouží také jako referenční hodnoty při prezentaci výsledků teoretických i experimentálních studií.

### 3.1.2 Modelování nestacionárních podmínek EHD mazaných kontaktů

3.1.2

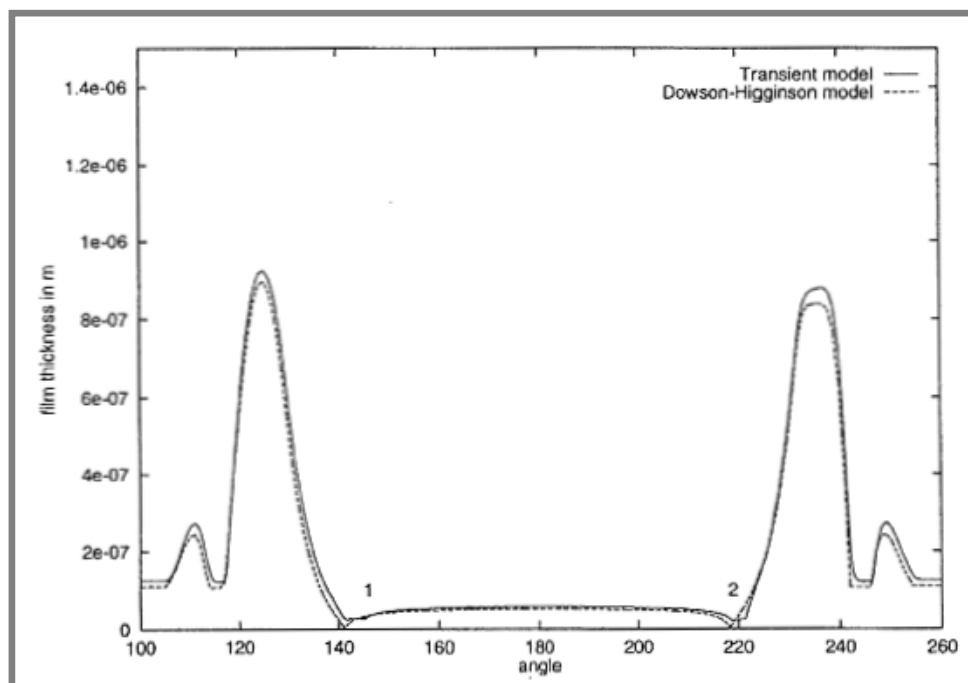
Již v roce 1971 Vichard ve své studii přechodových jevů [20] porovnal výsledky s Martinovou teorií a sestavil rovnici pro EHD liniový kontakt s proměnným zatížením v čase založenou na Grubinově aproximaci. Avšak teprve na konci osmdesátých let minulého století byly zkoumány dynamické efekty a případy náhlých změn rychlostí podrobně. Mnoho výzkumných skupin po celém světě vyšetřovalo zdroje energetických ztrát uvnitř spalovacího motoru a způsoby, jakými by mohly být sníženy [21] – [25]. Ačkoli bylo zjištěno, že většina ztrát je způsobena termodynamickou účinností, bylo jasné, že přínosem by mohlo být i snížení mechanických ztrát v tribologickém systému motoru. Tak bylo dosaženo významnějšího zlepšení v porozumění tribologického chování mnoha součástí motoru. Avšak menší pozornost byla věnována ventilovému rozvodu kvůli složitosti vzájemných ovlivňování mezi vačkou a zdvihátkem. V této dvojici dochází k velkému dynamickému zatížení, velkým dotykovým tlakům, vysokým kluzným rychlostem a k utváření nedostatečného mazacího filmu. I když ztráty ventilového rozvodu jsou obecně nižší než v případě pístů nebo ložisek klikového hřídele, při nízkých rychlostech motoru je jejich význam mnohem větší.



Obr 3.3 Tloušťka filmu při dynamických podmínkách [26]

S ohledem na spolehlivost a trvanlivost se ukázal jako nejvíce problematický návrh efektivního, převážně elasto-hydrodynamického mazání ventilového rozvodu při zohlednění cyklických změn zatížení a náhlých změn rychlostí [25]. Jang a Park [26] ukázali vliv dynamických změn rychlostí třecích povrchů na průběh tloušťky mazacího filmu. Výsledky porovnali se vztahem Hamrocka a Dowsona (Obr. 3.3), kde není dynamický efekt uvažován.

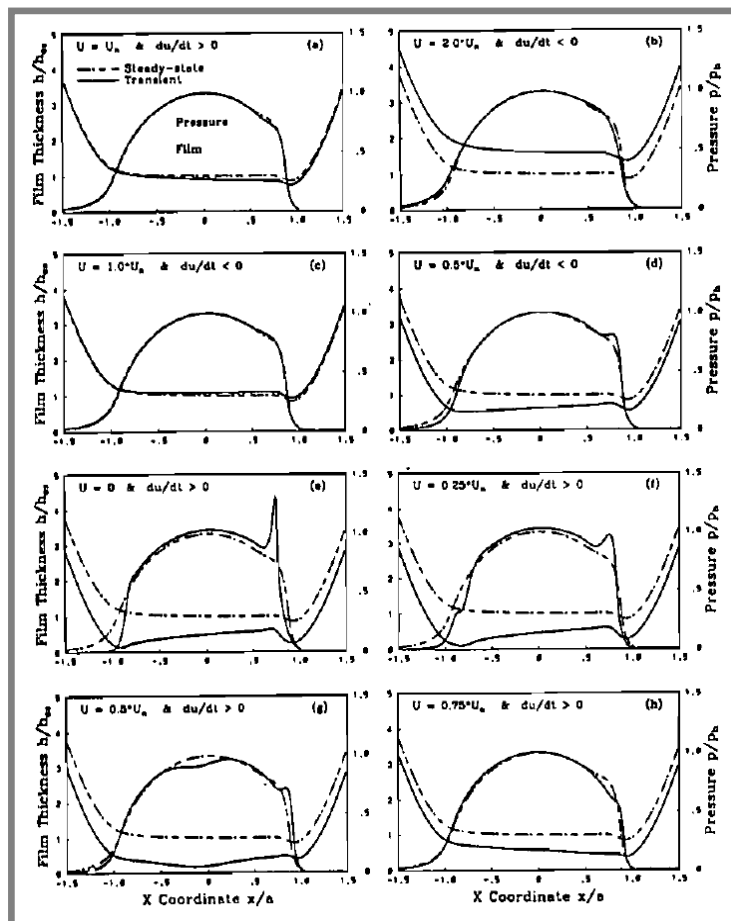
Na konci minulého století uskutečnili Messe a Lubrecht obdobné srovnání [27]. Aplikovali nový model na problém chování vačky a zdvihátka, který umožnil zahrnutí dynamické změny zatížení, rychlosti a geometrie třecích povrchů. Výsledky srovnali se vztahem Dowsona a Higginsona pro liniový kontakt. Meese a Lubrecht prokázali, že mazací film může mít i při krátkodobém zastavení relativního pohybu třecích povrchů nenulovou hodnotu (obr. 3.4), zatímco klasické řešení vede ke snížení tloušťky mazacího filmu až na nulu.



**Obr 3.4** Srovnání mezi rovnicí Dowsona-Higginsona a přechodným modelem minimální tloušťky filmu [27]

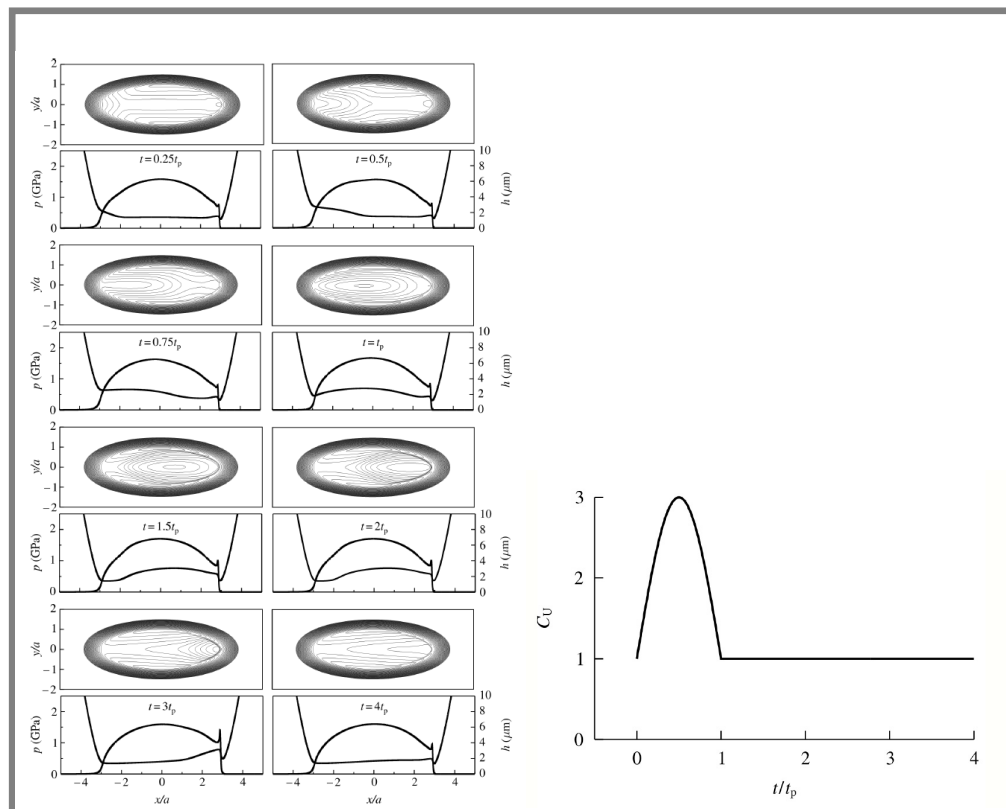
Rozdíl mezi klasickým EHD řešením a modelem zohledňujícím nestacionární provozní podmínky ukázal i Chang [28], který popsal novou metodu pro výpočet tloušťky filmu pro EHD kontakty. Metoda umožňuje stanovit průběh tloušťky a tlaku pro celý cyklus stroje během několika sekund nebo může být jednoduše implementována do prostředí programu pro strojní části pracující za EHD podmínek.

Příklady výsledků tohoto plně numerického řešení jsou ukázány na Obr. 3.5 a popisují časovou posloupnost změny tloušťky mazacího filmu při náhlém zvýšení či snížení rychlosti třecích povrchů. Z obrázku je zřejmé, že při náhlém snížení rychlosti třecích povrchů dochází k místnímu snížení tloušťky mazacího filmu, které může vést k prolomení mazacího filmu a následnému opotřebení třecích povrchů.



Obr 3.5 Srovnání tloušťky a tlaku v mazacím filmu [28]

Obdobné řešení prezentovali v roce 2004 Jin a kol. [29] u eliptického kontaktu (Obr. 3.6). Ukázali, že náhlé zvýšení rychlosti má za následek výrazné změny tloušťky filmu, zatímco změna v kontaktním tlaku je stěží pozorovatelná. Přechodový efekt je ještě dlouho pozorovatelný i po ukončení změny rychlosti. Dále popsali, že vytlačený mazací film dokáže zabránit náhlému zhroucení tloušťky mazacího filmu během rychlého zastavení.



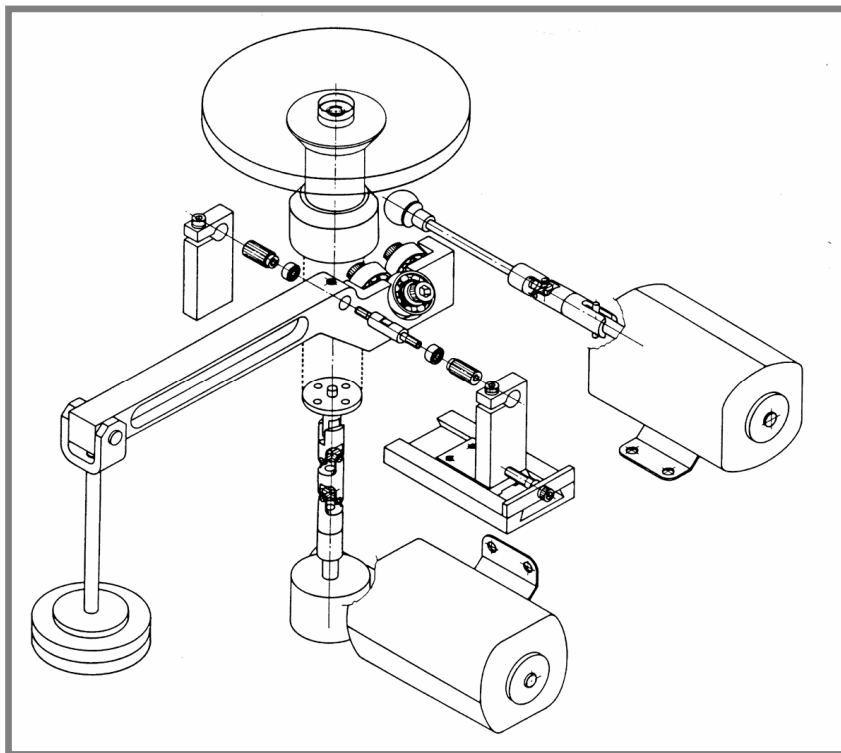
**Obr 3.6** Průběh tloušťky mazacího filmu a tlaku v osmi okamžicích po náhlém zvýšení otáček. [29]

## 3.2 Experimentální studium EHD mazání bodových kontaktů

Při studiu mazacích filmů se využívají různé typy experimentálních zařízení. Odlišují se typem konstrukce, která je zpravidla určena měřicí metodou použitou ke stanovení tloušťky mazacího filmu. V roce 1963 Gohar a Cameron [30] poprvé popsali charakteristický tvar EHD mazaného kruhového kontaktu s podkovovitou konstrikcí ve výstupní oblasti kontaktu. Chování EHD mazacího filmu studovali pomocí optické interferenční metody v kontaktu mezi ocelovou kuličkou o průměru 25,4 mm a deskou vyrobenou z transparentního materiálu. Od té doby se tento typ experimentálního zařízení stal jedním z nejpoužívanějších pro studium rozložení tloušťky mazacího filmu mezi nekonformně zakřivenými tělesy. Experimentálně bylo ověřeno, že rychlost třecích povrchů má značný vliv na tloušťku mazacího filmu, zatímco zatížení či změna geometrie třecích těles má menší vliv na hodnoty centrální a minimální tloušťky mazacího filmu.

Konstrukce experimentálních zařízení se nadále vyvíjela s tím, jak se vyvíjely dostupné měřicí metody. Typickým zástupcem současných experimentálních zařízení je zařízení (obr. 3.7) navržené Kwehmem, Evansem a Snidlem [31]. Tento typ zařízení umožňuje nezávislý pohon obou třecích povrchů, nastavení požadovaného zatížení či teploty maziva. V průběhu 70. a 80. let 20. století se ukázala optická interferenční metoda jako nejvhodnější ke studiu chování EHD mazaných bodových

kontaktů a zprostředkovala detailní pohled na tvar mazacího filmu, avšak dalšímu použití zejména v oblasti tenkých mazacích filmů bránila její omezená rozlišitelnost. Toto omezení se podařilo překonat použitím pokročilých metod založených na optické interferenční metodě, které umožnily stanovit tvar mazacího filmu v rozsahu od 3 do 800nm [6]. Tyto metody nejen pomohly objasnit řadu procesů probíhajících v mazacích kontaktech za ustálených provozních podmínek, ale vytvořily i předpoklad úspěšného studia chování mazacích filmů při dynamických změnách rychlostí či zatížení třecích povrchů.

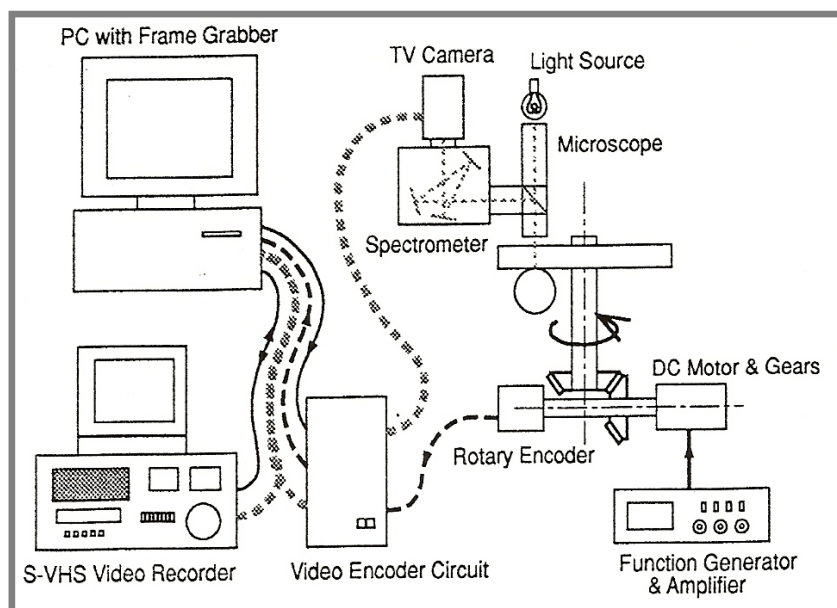


Obr 3.7 Zařízení pro měření tloušťky mazacího filmu. [31]

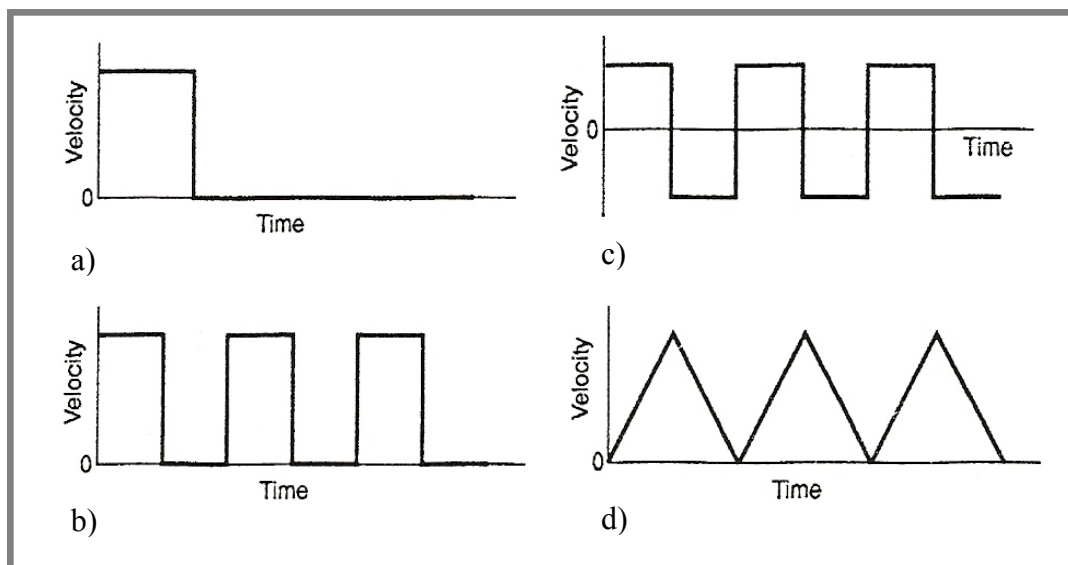
### 3.2.1 Vliv změny rychlosti na utváření mazacího filmu v EHD kontaktech

3.2.1

Za počátek systematického experimentálního výzkumu přechodových jevů v EHD mazacích kontaktech lze označit druhou polovinu 90. let 20. století. Sugimura a kol. [32], [33] navrhli experimentální zařízení (Obr. 3.8) pro měření přechodových jevů, kde byl disk poháněn pomocí elektronicky ovládaného servomotoru, a spektrum bylo snímáno monochromatickou CCD kamerou, která dovolila zaznamenat až 50 snímků za sekundu. Snímky byly nahrávány na klasickou S-VHS videokazetu pro pozdější vyhodnocení. Na dvou typech minerálních olejů s rozdílnou viskozitou pozorovali utváření mazacího filmu za podmínek náhlého zastavení třecích povrchů (Obr. 3.9a). Ve své studii rovněž simulovali další experimentální podmínky – zapnutí – vypnutí stroje (Obr. 3.9b), vratný pohyb (Obr. 3.9c), akceleraci a deceleraci (Obr. 3.9d).



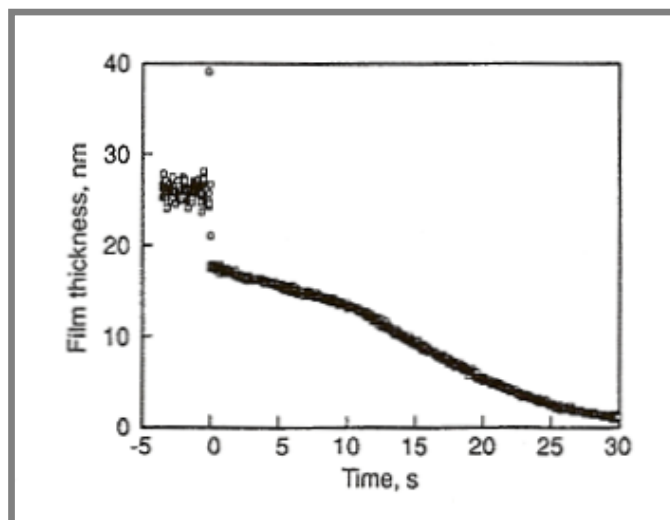
**Obr 3.8** Experimentální zařízení pro studium mazacích filmů za neustálých provozních podmínek. [32]



**Obr 3.9** Experimentální podmínky. [32]

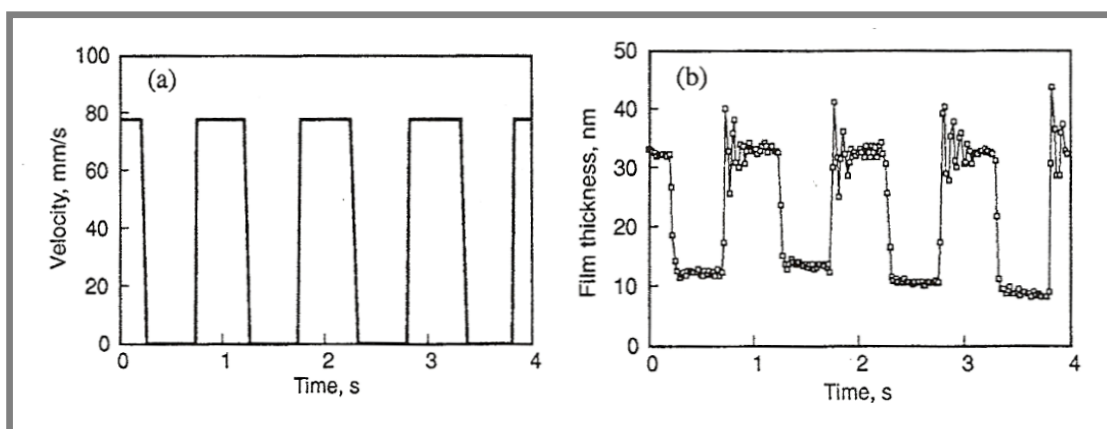
- a) Rychlé zastavení
- b) Zapnutí – vypnutí
- c) Vratný pohyb
- d) Akcelerace – decelerace

Při rychlém zastavení třecích povrchů (použité mazivo SN150) mazací film okamžitě kolabuje, avšak nedochází k prolomení mazacího filmu, ale k pozvolnému poklesu tloušťky mazacího filmu. To souvisí s přítomností vytlačeného mazacího filmu v kontaktu při náhlém zastavení a jeho pozvolném vytékání z kontaktní oblasti (Obr. 3.10).



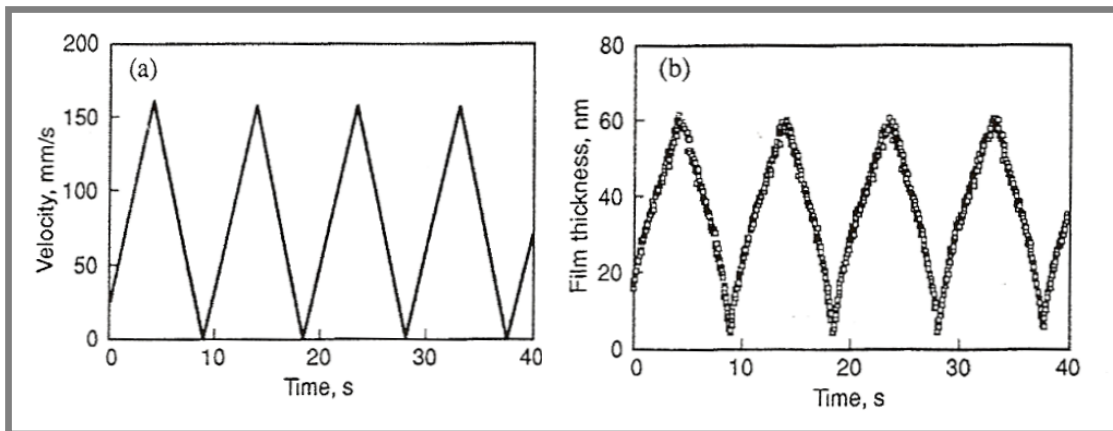
**Obr 3.10** Změna v EHD centrální tloušťce mazacího filmu při náhlém zastavení otáček z rychlosti  $41,2 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$  (SN150,  $25^\circ\text{C}$ ). [32]

V dalším experimentu simulovali podmínky zapnutí a vypnutí stroje (Obr. 3.11a), což je pohyb sestávající z cyklů o konstantní rychlosti následovaný pauzou. Ekvivalent tohoto pohybu lze přirovnat k činnosti krokového motoru. Obdobně jako v předchozím případě poklesne tloušťka filmu velmi rychle na určitou hodnotu a při následujícím zapnutí tloušťka filmu náhle vzroste a potom osciluje přibližně pět cyklů, než se ustálí na hodnotě, která koresponduje s hodnotou při stacionárních podmínkách (Obr. 3.11b). Nedojde však k prolomení mazacího filmu.



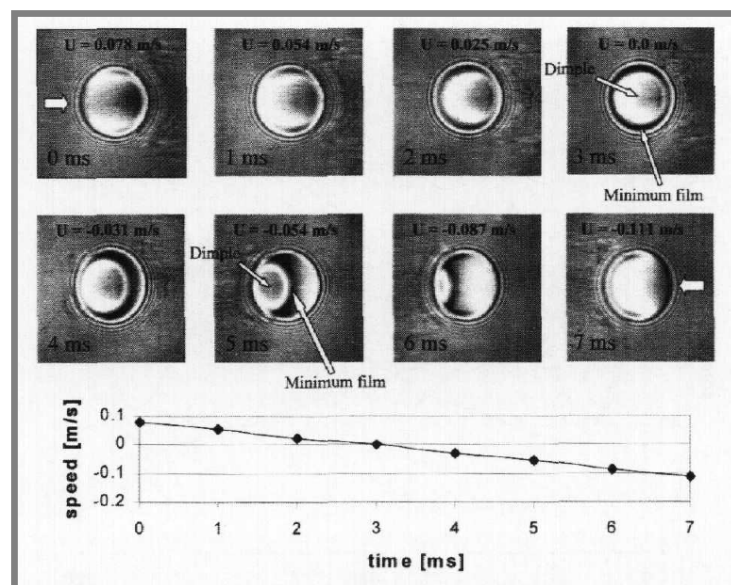
**Obr 3.11** Změna (a) rychlosti a (b) EHD centrální tloušťky filmu v čase při opakovaném zapnutí a vypnutí stroje (SN 100,  $25^\circ\text{C}$ , 1 Hz,  $78,8 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ). [32]

Při zrychlování a zpomalování třecích povrchů (Obr. 3.12a) změna tloušťky filmu kopíruje změnu otáček (Obr. 3.12b). Zjistili, že náhlé zrychlení třecích prvků způsobuje zmenšení tloušťky mazacího filmu a zpomalováním tloušťka vrstvy roste.

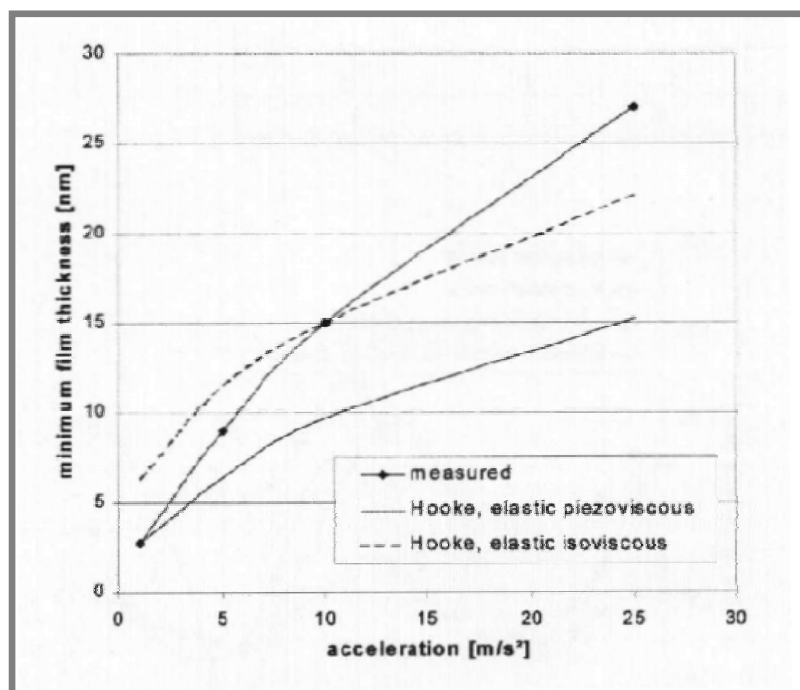


Obr 3.12 Změna (a) rychlosti a (b) EHD centrální tloušťky filmu v čase při zrychlování a zpomalování třecích povrchů (SN 150, 25°C, 0,1 Hz, 0-165 mm.s<sup>-1</sup>). [32]

K obdobným závěrům dospěli také Glovnea a kol. [34], [35], kteří studovali utváření mazacího filmu během reverzibilního pohybu při opakovaném zrychlování a zpomalování třecích prvků. Záznam z vysokorychlostní kamery (1000 snímků/s) posléze vyhodnocovali pomocí ultratenké interferometrické metody (Obr. 3.13). Ukázali, že tloušťka filmu v centrální oblasti kontaktu nemá minimální hodnotu v okamžiku nulových rychlostí třecích povrchů, ale nějaký čas po tomto momentu. Toto zpoždění závisí na míře akcelerace. Dále srovnali svá experimentální měření minimální tloušťky filmu s teoretickým předpokladem podle Hooka (Obr. 3.14). Zjistili, že naměřená minimální tloušťka mazacího filmu je větší než vypočtená hodnota. Pro akceleraci 25 ms<sup>-2</sup> je podhodnocena minimální tloušťka filmu přibližně o 40 % s použitím elasto-piezoviskózní rovnice podle Hooka a okolo 18 % s použitím elasto-isoviskózní rovnice.

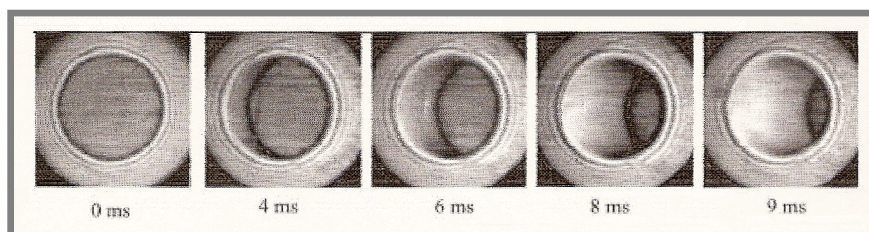


Obr 3.13 Změny v tloušťce mazacího filmu při reverzibilním pohybu třecích povrchů. [35]



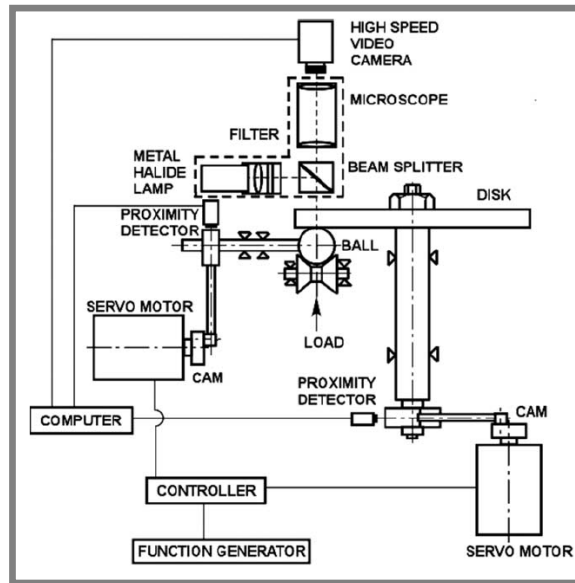
Obr 3.14 Srovnání minimální tloušťky filmu s teoretickým řešením. [35]

Glovnea a Spikes studovali také jevy při rozběhu strojních soustav [36]. Posloupnost interferenčních obrazců reprezentující chování tloušťky filmu v kontaktu při simulaci rozjezdu stroje s akcelerací  $5\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$  popisuje Obr. 3.15. Meniskus propadu mazacího filmu se pohybuje napříč kontaktem až do vytvoření kompletního mazacího filmu.



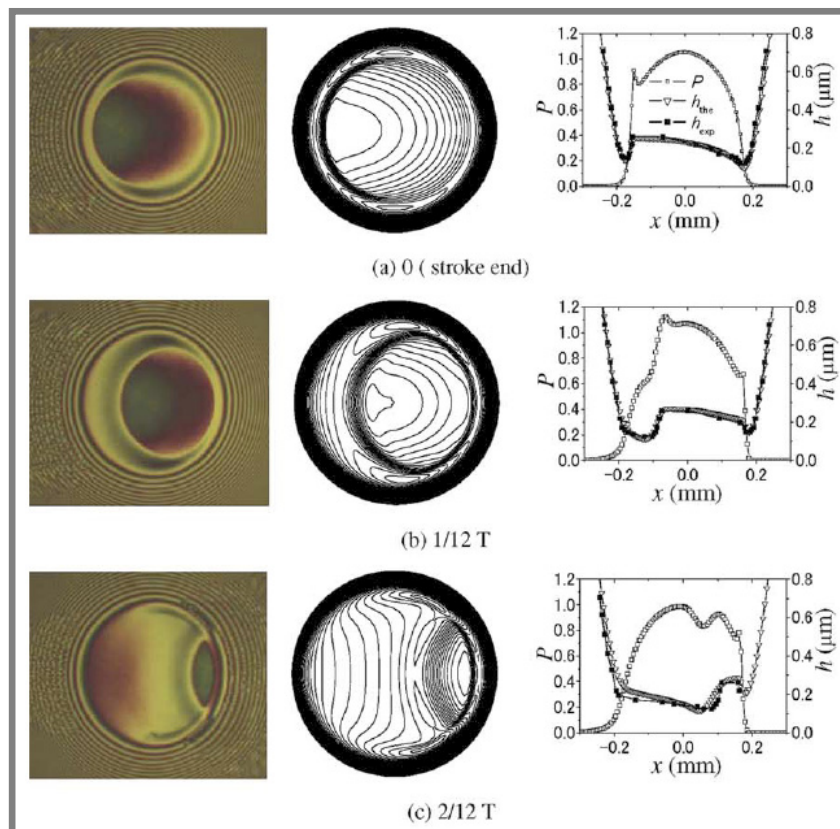
Obr 3.15 Posloupnost interferenčních obrazců při rozjezdu pro HV1650,  $60^\circ\text{C}$ ,  $5\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$  [36]

Na jejich experimenty navázal Wang a kol. [37], kteří studovali chování EHD mazaného kontaktu za podmínek čistého valení s krátkým vratným pohybem, který je jeden ze základních typů pohybu v mechanice. Mazací film byl studován mezi leštěnou ocelovou kuličkou o průměru 25,4 mm a skleněným kotoučem o průměru 180 mm a tloušťce 12 mm s nanesenou polopropustnou vrstvou chrómu (Obr. 3.16). Vratný pohyb byl realizován oscilací skleněného kotouče pomocí vačky a amplituda vratného pohybu byla pokaždé 1 mm.



Obr 3.16 Experimentální zařízení pro studium vratného pohybu třecích povrchů. [37]

Pomocí vysokorychlostní kamery (2000 snímků/s) připojené k mikroskopu zaznamenali interferogramy během celého cyklu vratného pohybu. Naměřené hodnoty průběhu tloušťky mazacího filmu podél kontaktu srovnali s výsledky teoretického řešení. Z Obr. 3.17, který ukazuje příklad takového srovnání, je patrná velmi dobrá shoda mezi naměřenými a vypočítanými průběhy. Zjistili, že v průběhu celého cyklu nedochází k prolomení mazacího filmu a třecí povrchy jsou separovány vrstvou maziva.



Obr 3.17 Srovnání experimentálního a teoretického řešení ( $f=7.78$  Hz,  $L=1$  mm). [37]

## 4 ANALÝZA, INTERPRETACE A ZHODNOCENÍ POZNATKŮ ZÍSKANÝCH NA ZÁKLADĚ REŠERŠE

Výše uvedené studie významným způsobem přispěly k pochopení procesů, které probíhají v mazaných kontaktech při nestacionárních provozních podmínkách nekonformních povrchů. Nicméně celá řada procesů probíhajících v takovýchto kontaktech zůstala neobjasněna. Navíc většina těchto studií byla zaměřena na základové oleje a jejich chování při podmínkách EHD mazání na hladkých površích.

Pro další studium se jeví jako zásadní zejména popsání procesů, které mohou vést k prolomení mazacího filmu, a nalezení postupů, které tomuto procesu mohou zabránit. S tím souvisí nejen nalezení vhodných provozních podmínek, ale rovněž zohlednění vlivu mazivostních přísad základových olejů a utváření mezních mazacích filmů.

Pozornost by měla být věnována i dalším postupům k zajištění lepšího utváření mazacího filmu i za kritických podmínek, jako je např. hladovění či smíšené nebo mezní mazání. Mezi ně patří i cílená modifikace topografie [38], kdy se třecí povrchy opatří soustavou mikroductin, které v mazaném kontaktu mají funkci mikrozásobníků maziva. Při vhodném navržení rozměrů mikroductin a jejich uspořádání v kontaktu by tento přístup mohl napomoci zamezit náhlému snížení tloušťky mazacího filmu při nestacionárních provozních podmínkách.

Proto bude disertační práce vedena snahou o experimentální objasnění a zmapování procesů probíhajících při EHD mazání za dynamických podmínek, zejména při rozběhu třecích povrchů a reverzaci pohybu na vzorcích s cíleně modifikovanou topografií třecích povrchů. Při rozběhu totiž dochází k postupnému nárůstu mazacího filmu, takže třecí povrchy nejsou po určitou dobu odděleny mazacím filmem. Rovněž při reverzaci pohybu dochází k redukci tloušťky mazacího filmu, což v závislosti na provozních podmínkách může způsobit prolomení mazacího filmu.

## **5 VYMEZENÍ CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE A NÁVRH ZPŮSOBU JEJÍHO ŘEŠENÍ**

Cílem disertační práce je experimentální objasnění procesů probíhajících při EHD mazání za nestacionárních provozních podmínek, zejména při rozběhu třecích povrchů a reverzaci pohybu na vzorcích s cíleně modifikovanou topografií třecích povrchů. Při rozběhu nejsou totiž třecí povrchy po určitou dobu odděleny mazacím filmem. Při reverzaci pohybu dochází k redukci tloušťky mazacího filmu, která může způsobit jeho prolomení. Cílená modifikace topografie povrchu kontaktu by mohla napomoci zamezit snížení tloušťky mazacího filmu při nestacionárních provozních podmínkách.

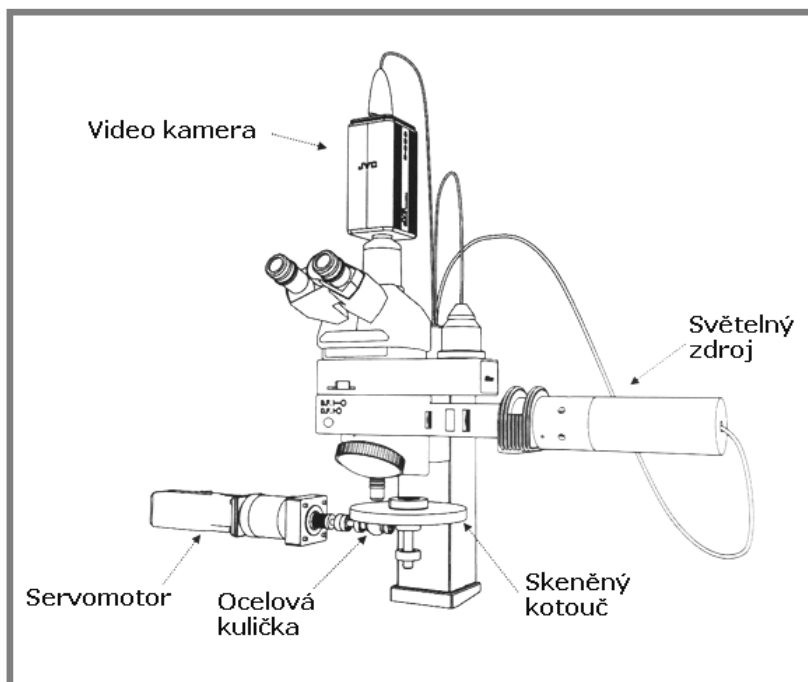
Naplnění tohoto cíle předpokládá realizaci následujících zvolených dílčích cílů:

- Vyřešení synchronizace CMOS kamery a servomotorů pomocí TTL pulsů.
- Série ověřovacích experimentů pro hladký kontakt za podmínek čistého valení a jejich vyhodnocení.
- Série experimentů s cíleně vytvořenými vtisky (na kuličce) za čistého valení.
- Série experimentů s cíleně vytvořenými vtisky (na kuličce) při prokluzu třecích povrchů.
- Série experimentů při rozběhu hladkých třecích povrchů.
- Série experimentů při rozběhu třecích povrchů s cíleně modifikovanou topografií.
- Série experimentů při reverzaci hladkých třecích povrchů.
- Série experimentů při reverzaci třecích povrchů s cíleně modifikovanou topografií.

## 6 SOUČASNÝ STAV ŘEŠENÍ DISERTAČNÍ PRÁCE

6

K modelování podmínek vyskytujících se v reálných tribologických soustavách je používán simulátor provozních podmínek (Obr. 6.1) určený k výzkumu mazacích filmů. V simulátoru je tenký mazací film vytvářen ve styku mezi rotujícím skleněným kotoučem a otáčející se ocelovou kuličkou, přičemž osy rotace obou třecích povrchů jsou vzájemně kolmé. Horní strana kotouče je pokryta protiodrazovou vrstvou, spodní pak vrstvou chrómu. Kontakt je zatěžován přes skleněný kotouč, který je společně s pohyblivým závažím umístěn na dvojzvratné páce. Oba třecí povrchy mohou být nezávisle poháněny servomotory, které jsou řízeny programovatelnými měniči frekvence. To umožňuje experimentální modelování provozních podmínek vyskytujících se ve strojních uzlech. Xenonový zdroj bílého světla v kombinaci s barevnou vysokorychlostní kamerou IDT X-Vision 3 umožňuje zaznamenat až 630 snímků za sekundu v rozlišení 1280 x 1024 pixelů.

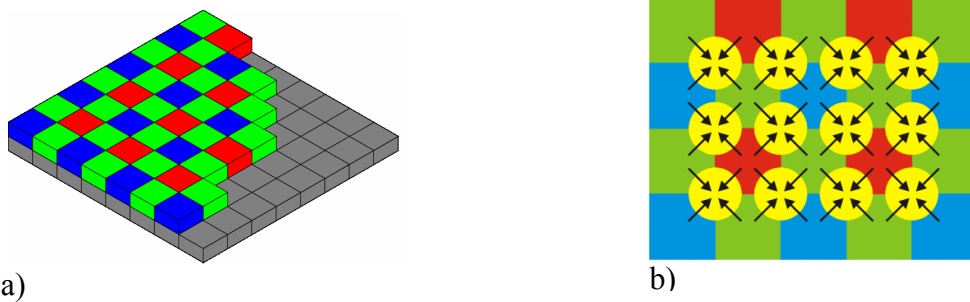


**Obr 6.1** Schéma experimentálního zařízení pro studium tenkých mazacích filmů [39]

### 6.1 Analýza snímače použité vysokorychlostní CMOS kamery

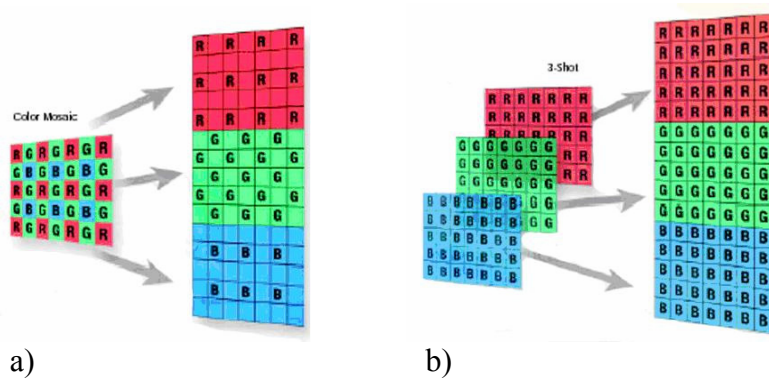
6.1

Použitá vysokorychlostní CMOS kamera je založena na snímání barevného obrazu jediným čipem, na jehož jednotlivých pixelech jsou nanášeny barevné filtry v bayerovském uspořádání. Využívá se toho, že lidské oko je nejcitlivější na žlutozelenou barvu, a proto je informace o této barvě pro něj nejdůležitější. Proto má také Bayerův filtr (Obr. 6.2a) dvojnásobný počet zelených buněk vzhledem k buňkám červeným a modrým.



**Obr 6.2** a) Uspořádání Bayerova filtru (50 % zelená, 25 % červená a 25 % modrá),  
b) Interpolace barev z Bayerova filtru [40]

Obraz se z čipu načte běžným způsobem, v dalších obvodech se plnohodnotné barvy jednotlivých pixelů interpolují (Obr. 6.2b) z nejbližších pixelů jednotlivých barev RGB. Na obrázku žlutá kolečka představují plnobarevné pixely výsledného obrázku a šipky naznačují, ze kterých buněk Bayerova filtru byly interpolovány. Srovnáním s další používanou 3CCD technologií (Obr. 6.3) pro zachytávání snímků je vidět, že při snímání jedním senzorem s rozlišením 2048 x 2048 bude rozlišení ve skutečnosti pouze 1024 x 1024 oproti 3CCD technologii, která by měla rozlišení 2048 x 2048.

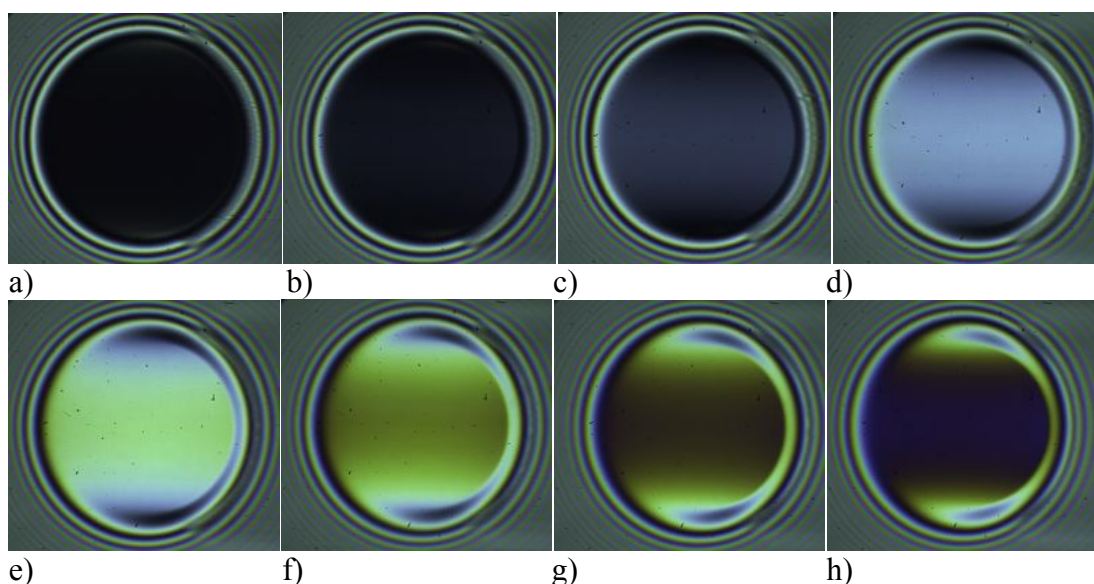


**Obr 6.3** Srovnání (a) jednočipové (Bayer filtr) technologie a (b) technologie 3CCD [41].

## 6.2 Série ověřovacích experimentů pro hladký kontakt a jejich vyhodnocení

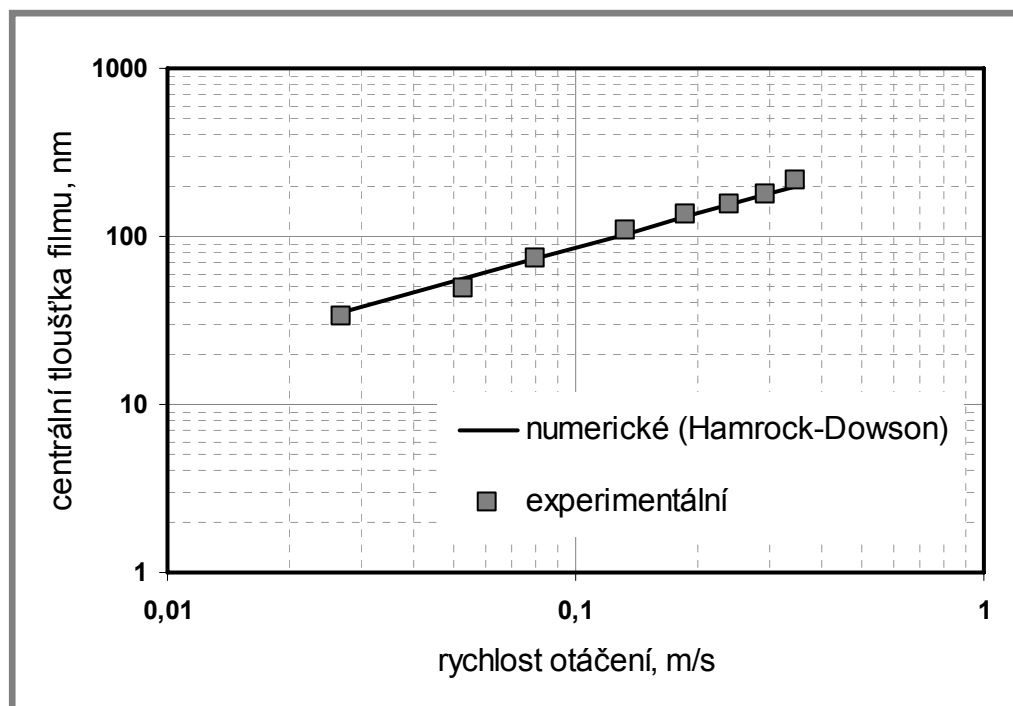
Prvním dílčím cílem disertační práce bylo ověření metody s použitou vysokorychlostní CMOS kamerou X-Stream™ VISION XS-3 na hladkém kontaktu za podmínek čistého valení. Pro experiment byl použit tribometr, ve kterém je tenký mazací film vytvářen ve styku mezi rotujícím skleněným kotoučem a otáčející se ocelovou kuličkou, přičemž osy rotace obou třecích povrchů jsou vzájemně kolmé. Horní strana kotouče je pokryta protiodrazovou vrstvou, spodní pak vrstvou chrómu. Kontakt je zatěžován přes skleněný kotouč, který je společně s pohyblivým závažím umístěn na dvojzvratné páce. Tvar mazacího filmu byl stanoven kolorimetrickou interferometrií, měřicí metodou určenou k stanovení a vizualizaci rozložení tloušťky mazacího filmu v bodovém mazaném kontaktu. K osvětlení kontaktní oblasti byl použit 1kW xenonový světelný zdroj.

Kontakt byl snímán při různých rychlostech valení (Obr. 6.4). Následně byla vyhodnocena tloušťka filmu ze získaných chromatických interferogramů.



**Obr 6.4** Chromatické interferogramy hladkého kontaktu za podmínek čistého valení ( $F=26,58\text{N}$ ),  $u = 0,013$  (a),  $0,053$  (b),  $0,079$  (c),  $0,132$  (d),  $0,186$  (e),  $0,239$  (f),  $0,292$  (g),  $0,345$  (h)  $\text{ms}^{-1}$ ,  $\eta=0,065\text{Pa}\cdot\text{s}$ .

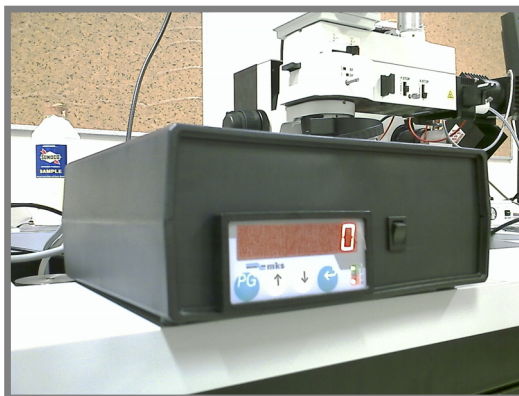
Pro dostatečně přesný odhad centrální tloušťky elastohydrodynamického mazacího filmu v kruhovém kontaktu lze použít vztah dle Hamrocka a Dowsona (4). Naměřené hodnoty centrální tloušťky mazacího filmu tak byly porovnány s hodnotami spočítanými dle tohoto vztahu. Z Obr. 6.5 je zřejmá velmi dobrá shoda naměřených a vypočítaných hodnot, což prokázalo vhodnost použití CMOS kamery pro plánované experimenty.



Obr 6.5 Srovnání naměřených a vypočtených hodnot centrální tloušťky mazacího filmu

### 6.3 Synchronizace vysokorychlostní CMOS kamery s kuličkou

Dalším požadavkem byla přesná synchronizace snímání sekvence snímků s polohou rotující kuličky, což si vyžádalo zkonstruování synchronizačního zařízení (Obr. 6.6).

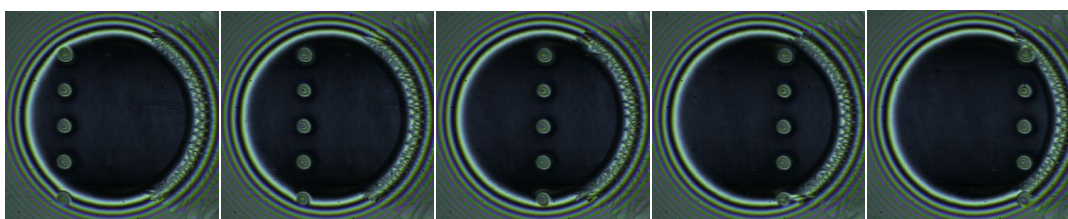


Obr 6.6 Synchronizační zařízení pro kameru

Synchronizace kamery s kuličkou v EHD kontaktu je realizována pomocí inkrementálního kodéru umístěného na hřídeli planetové převodovky pohánějící kuličku a čítače pulsů ZX340. Vlastní spuštění kamery je realizováno pomocí (vstupního – spouštěcího) TTL pulsu, který na vzestupné hraně spustí obrazovou sekvenci na požadovaném místě kuličky. Díky synchronizaci lze pořídit přesně zahájenou a ukončenou sekvenci snímků bez nadbytečných dat.

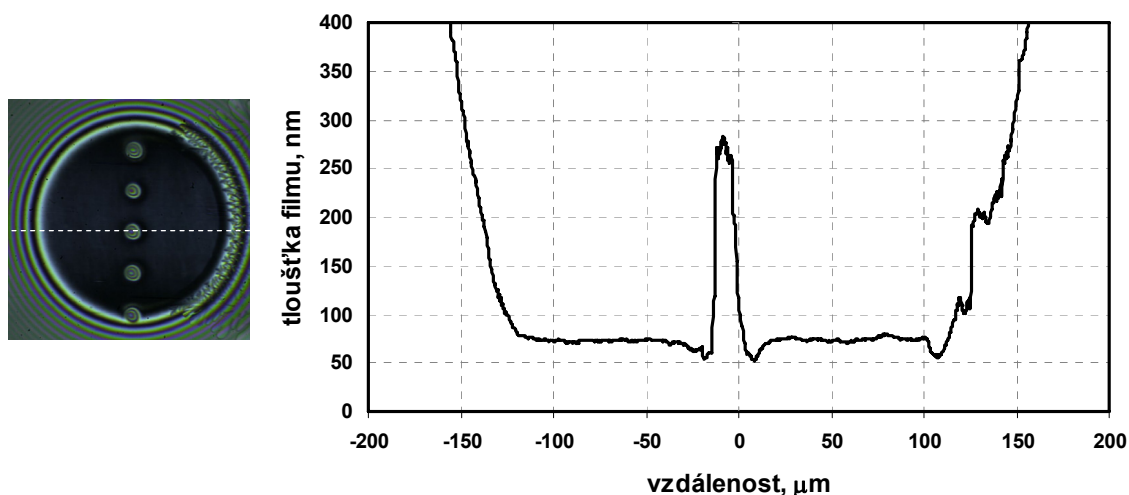
## 6.4 Série experimentů s uměle vytvořenými defekty za ustálených provozních podmínek

S cílem ověřit funkci synchronizace byla provedena řada experimentů s uměle vytvořenými defekty na kuličce za ustálených provozních podmínek. Vtisky na kuličce byly vytvořeny mechanicky pomocí diamantového hrotu. Při vytváření vtisku působil diamantový hrot na povrch kuličky silou 5N a vtisky byly vytvářeny s roztečí 75  $\mu\text{m}$ . Úvodní série experimentů byla realizována za podmínek čistého valení a bylo zaznamenáno 100 snímků při průchodu mikrovrtisků kontaktem. Posunutí ve směru rotace kuličky mezi následujícími snímky bylo 4,02  $\mu\text{m}$ . Na Obr. 6.7 jsou zobrazeny vybrané chromatické interferogramy kontaktu s mikrovrtisky zaznamenané za podmínek čistého valení při rychlosti otáčení kuličky 0,00177  $\text{ms}^{-1}$ , frekvenci snímání kamery 440 Hz a expozičním čase kamery 2272  $\mu\text{s}$ .



**Obr 6.7** Chromatické interferogramy kontaktu s mikrovrtisky za podmínek čistého valení  $F = 22\text{N}$ ,  $u = 0,00177 \text{ ms}^{-1}$ ,  $f = 440 \text{ Hz}$ ,  $\text{exp.} = 2272 \mu\text{s}$ , rozlišení 1260x1024.

Následně byla vyhodnocena tloušťka filmu ve vybraném řezu (Obr. 6.8). Z průběhu tloušťky je zřejmé, že zvoleným postupem lze zaznamenat a vyhodnotit chromatické interferogramy i za podmínek, které umožní studium mazacích filmů za neustálených provozních podmínek.



**Obr 6.8** EHD interferogram a profil tloušťky filmu ( $F = 22\text{N}$ ,  $u = 0,00177 \text{ ms}^{-1}$ ,  $f = 440 \text{ Hz}$ ,  $\text{exp.} = 2272 \mu\text{s}$ , rozlišení 1260x1024), SUNOCO sample L.S. B/S.

## **7 ZÁVĚR**

---

Tato práce shrnuje experimentální i teoretické studie, které v druhé polovině 20. století přispěly k poznání mechanismů mazání bodových kontaktů za ustálených provozních podmínek a napomohly ke zvýšení účinnosti stávajících a vývoji zcela nových typů třecích dvojic tribologických soustav. Třebaže výše uvedené studie významným způsobem přispěly k pochopení procesů, které probíhají v mazaných kontaktech při nestacionárních provozních podmínkách, neobjasněno zůstává chování velmi tenkých mazacích filmů za podmínek, kdy dochází k protržení mazacího filmu a tedy ke styku třecích povrchů. Z výše uvedeného stručného přehledu dosažených dílčích výsledků plyne, že v rozsahu stanovených cílů disertační práce byly úspěšně splněny první tři body. Tím je splněn reálný předpoklad splnění i následujících cílů disertační práce.

**8 LITERATURA**

- [1] HAMROCK, B. T. and DOWSON, D. (1981): *Ball Bearing Lubrication: the Elastohydrodynamic of Elliptical Contacts*, John Wiley and Sons.
- [2] GÜMBEL, L. (1916): *Über geschmierte Arbeitsräder*. Z. ges. Turbinenweseu., s. 205-272.
- [3] MARTIN, H. M. (1916): *Lubrication of Gear Teeth*. *Engineering.*, s. 119-121.
- [4] HAMROCK, B. J. (1994): *Fundamentals of Fluid Film Lubrication.*, New York, McGraw-Hill, Inc., s. 2.
- [5] LUBRECHT, A.A., TEN NAPEL, W.E. and BOSMA, R. (1987): *Multigrid, An Alternative Method for Solution of Two-Dimensional Elastohydrodynamically Lubricated Point Contact Calculations.*, ASME J. Tribol., 109, pp. 437-443.
- [6] SPIKES, H. A. (1999): *Thin Films in Elastohydrodynamic Lubrication: The Contribution of Experiment*. Proc. Instn Mech. Engrs Part J, J. Engineering Tribology, 213, s. 335-352.
- [7] DOWSON, D., EHRET, P. (1999): *Present and Future Studies in Elastohydrodynamics*. Proc. Instn Mech. Engrs Part J, J. Engineering Tribology, 213, s. 317-333.
- [8] HAMROCK, B. J. (1994): *Fundamentals of Fluid Film Lubrication.*, New York, McGraw-Hill, Inc., s. 147-151.
- [9] GOHAR, R. (1988): *Elastohydrodynamics.*, Ellis Horwood Ltd., Chichester, s. 123.
- [10] BARUS, C. (1893): *Isotherms, Isopiestic, and Isometrics relative to Viscosity.*, American Journal of Science, 45, s.87-96.
- [11] ROELANDS, C. J. A. (1966): *Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relationship of Lubricating Oils*, Druk, V.R.B. Groingen, Netherlands.
- [12] DOWSON, D., HIGGINSON, G. R., WHITAKER, A. V. (1962): *Elastohydrodynamic Lubrication: A Survey of Isothermal Solutions.*, Journal Mechanical Engineering Science, 4, s. 121-162.
- [13] JACOBSON B. O., VINET, P. A (1987): *Model for the Influence of Pressure on the Bulk Modulus and the Influence of Temperature on the Solidification Pressure of Liquid Lubricants.*, Transactions of the ASME (the American Society of Mechanical Engineering), Journal of Tribology, 109, s. 709-713.
- [14] RAMESH, K. T. (1991): *The Short-time Compressibility of Elastohydrodynamic Lubricants.*, Transactions of the ASME (the American Society of Mechanical Engineering), Journal of Tribology, 113, s. 361-371.
- [15] RANGER A. P., ETTLES C. M. M., CAMERON A. (1975): *The Solution of the Point Contact Elastohydrodynamic Problem.*, Proceedings of the Royal Society of London, A346, s. 227-244.
- [16] HAMROCK B. J., DOWSON D. (1976): *Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part I -Theoretical Formulation.*, Transactions of the ASME (the American Society of Mechanical Engineering), Journal of Lubrication Technology, 98, s. 223-229.

- [17] HAMROCK B. J., DOWSON D. (1976): *Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part II -Ellipticity Parameter Results.*, Transactions of the ASME (the American Society of Mechanical Engineering), Journal of Lubrication Technology, 98, s.375-383.
- [18] HAMROCK B. J., DOWSON D. (1977): *Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part III -Fully Flooded Results.* Transactions of the ASME (the American Society of Mechanical Engineering), Journal of Lubrication Technology, 99, s. 264-276.
- [19] HAMROCK B. J., DOWSON D. (1977): *Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part IV - Starvation Results.*, Transactions of the ASME (the American Society of Mechanical Engineering), Journal of Lubrication Technology, 99, s. 15-23.
- [20] VICHARD, J. P. (1971): *Transient Effects in the Lubrication of Hertzian Contacts.*, Jour Mech. Eng. Sci., 13, s. 173-179.
- [21] PARKER, D. A., and ADAMS, D. R. (1982): *Friction Losses in the Reciprocating Internal Combustion Engine, Tribology-Key to the Efficient Engine.*, Instn. Mech. Engrs., Conf. Pub. 1982-1, London, Paper C5/82, pp. 31–39.
- [22] HOSHI, M. (1984): *Reducing Friction losses in Automobile Engines.*, Tribol. Int., 17, pp. 185–189.
- [23] REZRKA, S. F., and HENEIN, N. A. (1984): *A New Approach to Evaluate Instantaneous Friction and Its Components in Internal Combustion Engines.*, SAE Paper 840179.
- [24] DOWSON, D., HARRISON, P., and TAYLOR, C. M. (1986): *The Lubrication of Automotive Cams and Followers, Mechanisms and Surface Distress.*, Proc. 12th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Butterworths, London, pp. 305–322.
- [25] TAYLOR, C. M. (1991): *Valve Train Lubrication Analysis, Vehicle Tribology.*, Proc. 17th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Elsevier, Amsterdam, pp. 119–131.
- [26] JANG, S. and PARK, K. (2000): *Dynamic EHL Film Thickness in Cam and Follower Contacts of Various Valve Lifts.*, in Advances in Powertrain Tribology, SAE 2000, Warrendale, PA, s. 101-107.
- [27] MESSE, S. and LUBRECHT, A.A. (2000): *Transient Elastohydrodynamic Analysis of an Overhead Cam / Tappet Contact.*, in Proc. 1.Mech.E.,J214, s. 415-426.
- [28] CHANG, L. (2000): *A Simple and Accurate Method to Calculate Transient EHL Film Thickness in Machine Components Undergoing Operation Cycles.*, Trib. Trans, 43, s. 116-122.
- [29] Jin, Z. M., Yang, P., Cui, J., Dowson, D. (2004): *Transient elastohydrodynamic analysis of elliptical contacts. Part 1: isothermal and Newtonian lubricant solution.* Proc. of the I. MECH. E. Part J, Journal of Engineering Tribology, 218, s. 211-224.
- [30] GOHAR, R., CAMERON, A., (1963): *Optical Measurement of Oil Film Thickness under Elasto-hydrodynamic Lubrication.* Nature, 200, s. 458-459.

- [31] KWEH, C. C., EVANS, H. P., SNIDLE, R. W. (1989): *Elastohydrodynamic Lubrication of Heavily Loaded Circular Contacts*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Mechanical Engineering Science, 203, s. 133-148.
- [32] SUGIMURA, J. and SPIKES, H. A. (1997): *Technique for Measuring EHD Film Thickness in Non-steady State Contact Conditions.*, in Proc. Leeds/Lyon Symp., Elastohydrodynamics '96, Dowson, D., et al., Eds., Elsevier.
- [33] SUGIMURA, J., JONES, W. R. Jr. and SPIKES, H. A. (1998): *EHD Film Thickness in NonSteady State Contacts.*, ASME Trans. Jour of Trib., 120, s. 442-452.
- [34] GLOVNEA, R. P., DIACONESCU, E. N., FLAMAND, L. (1995): *EHD Film Thickness Under Transient Speed Conditions.*, Acta Tribologica, 3, s. 31-36.
- [35] GLOVNEA, R. P. and SPIKES, H.A. (2002): *Behavior of EHD films during reversal of entrainment in cyclically accelerated/decelerated motion.*, Trib. Trans., 45, 2, s. 177-184.
- [36] GLOVNEA, R. P. and SPIKES, H.A. (2001): *Elastohydrodynamic film formation at the start-up of the motion.*, Proc. I. Mech.E., J215, s. 125-138.
- [37] WANG, J., HASIMOTO, T., NISHIKAWA, H., KANETA, M. (2005): *Pure rolling elastohydrodynamic lubrication of short stroke reciprocating motion.*, Tribology International 38, s. 1013-1021.
- [38] MOURIER, L., MAZUYER, D., LUBRECHT, A.A. and DONNET, C. (2006): *Transient Increase of Film Thickness in Micro-Textured EHL Contacts.*, Tribology International, 39, 1745-1756.
- [39] SVOBODA, P. (2006): *Experimentální studium chování mazacích filmů při nestacionárních provozních podmínkách.* Sborník prací 47. konference KCMS. Praha: Česká zemědělská univerzita v Praze, ISBN: 80-213-1523-7, s. 168-171.
- [40] Wikipedia.org – otevřená encyklopedie [online]. 2007 [cit. 2007-12-20]. Dostupné na World Wide Web: <<http://cs.wikipedia.org/wiki/CCD>>
- [41] I-cubeinc.com – diagnostic instruments [online]. 2007 [cit. 2007-12-20]. Dostupné na World Wide Web: <http://www.i-cubeinc.com/pdf/cameras/3shotcm.shtml>

## 9 PŘEHLED OZNAČENÍ

$E_1, E_2$	Pa	Youngův modul pružnosti třecího povrchu 1, resp. 2
$E'$	Pa	redukovaný modul pružnosti, $2/[(1-\nu_1^2)/E_1+(1-\nu_2^2)/E_2]$
$F$	N	síla
$G$	1	bezrozměrný parametr materiálů, $\alpha E'$
$H$	1	bezrozměrná tloušťka mazacího filmu, $h/R$
$H_c$	1	bezrozměrná centrální tloušťka mazacího filmu, $h_c/R_x$
$H_{min}$	1	bezrozměrná minimální tloušťka mazacího filmu, $h_{min}/R_x$
$R_x$	m	redukovaný poloměr třecích povrchů ve směru osy $x$ , $r_{1x}r_{2x}/(r_{1x}+r_{2x})$
$U$	1	bezrozměrný parametr rychlosti, $\eta_0 u/E'R_x$
$W$	1	bezrozměrný parametr zatížení, $F/E'R_x^2$
$a$	m	délka hlavní poloosy bodového kontaktu
$b$	m	délka vedlejší poloosy bodového kontaktu
$f$	Hz	frekvence
$h$	m	tloušťka mazacího filmu
$h_c$	m	centrální tloušťka mazacího filmu
$h_{min}$	m	minimální tloušťka mazacího filmu
$k$	1	parametr elipticity, $a/b$ ev. $1,03(R_y/R_x)^{0,64}$
$r_{1x}, r_{2x}$	m	poloměr třecího povrchu 1, resp. 2 ve směru osy $x$
$u$	$m \cdot s^{-1}$	průměrná rychlost ve směru osy $x$
$w$	$N \cdot m^{-1}$	normálová liniová síla
$\alpha$	$Pa^{-1}$	viskozitně-tlakový koeficient
$\eta$	Pa.s	dynamická viskozita
$\eta_0$	Pa.s	dynamická viskozita při nulovém tlaku
$\nu_1, \nu_2$	1	Poissonova konstanta třecího povrchu 1, resp. 2

