
PODĚKOVÁNÍ

Děkuji svým školitelům prof. RNDr. Ing. Josefu Nevrlému, CSc. a prof. Ing. Pavlu Ošmerovi, CSc., za všestrannou pomoc a trpělivost při zpracování této disertační práce a Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D., za velmi cenné rady a pomoc vedoucí ke zkvalitnění dosažených výsledků v části věnované dynamice toku ekologických plastických maziv. Poděkování patří také zaměstnancům Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana za přátelskou spolupráci, Ústavu konstruování, bratrovi, rodině a přátelům.

PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE

Prohlašuji, že jsem disertační práci vypracoval samostatně, na základě citované literatury a za podpory školitelů a Ing. Vladimíra Habána, Ph.D.

V Brně dne 10. května 2010

Ing. Jiří Vepřek

.....

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

VEPŘEK, J. *Optimalizace průtokových poměrů v mazacích obvodech s progresivními rozdělovači pomocí genetických algoritmů*. Brno. 2010. Disertační práce na FSI VUT v Brně na Ústavu konstruování. 141 s. Vedoucí disertační práce prof. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc.

ABSTRAKT

Tato disertační práce popisuje výsledky vývoje dvou softwarových programů pro návrh progresivních rozdělovačů a progresivních mazacích systémů. V prvním z těchto programů je implementován genetický algoritmus a ve druhém programu, který slouží k návrhu progresivních mazacích systémů, je použit paralelní genetický algoritmus ostrovního typu. Program určený k návrhu progresivních rozdělovačů byl vytvořen na platformě Java, ve vývojovém prostředí Netbeans, a ten druhý v prostředí Matlab. Těžiště disertační práce dále spočívá v teoretickém a početním řešení toku stlačitelných plastických maziv v časovém prostoru, jako visko-plastických látek. V této disertační práci byly odvozeny vztahy k numerickému řešení neustáleného toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny. K řešení byla použita numerická metoda Lax-Wendroff a programové zpracování bylo provedeno v prostředí Matlab. Odvozené rovnice bylo zapotřebí doplnit o fyzikální konstanty, proto byla provedena řada experimentálních měření s ekologickým plastickým mazivem Plantogel 2S v Tribologické laboratoři na Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana, zejména za účelem stanovení rychlosti zvuku v tomto mazivu. Tato rychlost byla na základě experimentálních výsledků, s využitím Fourierovy transformace a metody přenosových matic, stanovena početně. Dále byly využity výsledky reometrických měření ekologických plastických maziv. Jak je patrné, jsou tato maziva ve skutečnosti tixotropní visko-plastické látky s významnou elastickou složkou. Protože byla při početním stanovení rychlosti zvuku v plastickém mazivu uvažována newtonská kapalina, byly dále analyzovány možnosti, jak využít metodu přenosových matic také pro visko-plastické kapaliny. Analytické řešení toku visko-plastických kapalin ve frekvenční oblasti nebylo dosud publikováno. Jelikož se dále ukázalo, že mají plastická maziva také významnou elastickou složku napětí, byl numericky řešen problém neustáleného toku visko-elasticko-plastických kapalin mezi dvěma rovnoběžnými deskami. K řešení tohoto toku byla použita metoda konečných diferencí. Vlastní programové zpracování numerické simulace bylo provedeno v prostředí Matlab. Tato disertační práce je příspěvkem k řešení problémů spojených s návrhem konstrukce rozdělovačů a progresivních mazacích systémů sloužících k distribuci stlačitelných plastických maziv. Vzhledem ke komplexnímu přístupu v dané problematice a k dosaženým výsledkům, je tato práce přínosem v projekční praxi.

KLÍČOVÁ SLOVA

Progresivní mazací systémy, konstrukce rozdělovačů, ekologická plastická maziva, optimalizace, genetické algoritmy.

Abstract**ABSTRACT**

This doctoral thesis presents the results of the development of two software programs for the design of progressive distributors and progressive lubrication systems. One of these programs implements a genetic algorithm and the other, which is used to design progressive lubrication systems, implements a parallel genetic algorithm of the island model. The program for the design of progressive distributors was implemented in Java using the NetBeans development environment and the other program was created in Matlab. The thesis further focuses on analytical and computational solutions of the flow of compressible greases seen as viscoplastic fluids. Equations for the numerical solution of the non-steady flow of compressible viscoplastic Bingham fluids were derived and solved by the Lax-Wendroff method in Matlab. As several constants had to be set in the equations, experiments were conducted with the ecological grease Plantogel 2S in the laboratory of the Kaplan Department of Hydraulic Machines, mainly to determine the sound velocity in this grease. The sound velocity was calculated based on the experimental results by applying Fourier transformation and the transition matrix method. In addition to this, the rheological measurements of greases were used. As seen from the results, the ecological greases are actually thixotropic viscoplastic fluids with a significant elastic element. Since a Newton fluid was assumed when calculating the sound velocity, the possibilities of using the transition matrix method for viscoplastic fluids were then considered. No analytical solution of the flow of viscoplastic fluids in a frequency spectrum has been published so far. Because it emerged that greases had a significant elastic stress factor, the problem of the non-steady flow of elastic-viscoplastic fluids was solved numerically between two infinite parallel plates by applying the finite difference method (FDM). The computation was done in Matlab. This doctoral thesis makes a contribution to solving problems related to the design of progressive distributors and progressive lubrication systems used to distribute compressible greases. Considering the complex approach to this field and the achieved results, the thesis also represents a significant contribution to design work.

KEYWORDS

Progressive lubrication systems, design of progressive distributors, ecological grease, optimisation, genetic algorithms.

OBSAH

1 ÚVOD	13
2 SHRNU TÍ SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ	14
2.1 Progresivní mazací systémy	14
2.1.1 Úvod	14
2.1.2 Prvky progresivních mazacích systémů	16
2.1.3 Projektování progresivních systémů	20
2.2 Reologie plastických maziv	21
2.2.1 Chemické složení a klasifikace	21
2.2.2 Viskozita plastických maziv	22
2.2.3 Reologické modely	23
2.2.4 Viskoelasticita	24
2.2.5 Výsledky reometrických měření	31
2.3 Neustálený laminární tok viskózních kapalin	36
2.3.1 Tok viskózních kapalin – časový prostor	36
2.3.2 Tok viskózních kapalin – frekvenční oblast	40
2.4 Genetické algoritmy	43
2.4.1 Úvod	43
2.4.2 Použití GA a PGA k návrhu progresivních systémů	45
3 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	46
4 DYNAMIKA TOKU PLASTICKÝCH MAZIV	48
4.1 Laminární tok plastických maziv – časový prostor	48
4.1.1 Pohybová rovnice visko-plastické binghamské kapaliny	48
4.1.2 Numerické řešení toku visko-plastické kapaliny	53
4.1.3 Numerické řešení toku visko-elasticko-plastické kapaliny	61
4.2 Laminární tok plastických maziv – frekvenční oblast	65
4.2.1 Přenosová matice systému trubice – binghamská kapalina	65
5 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ	66
5.1 Popis měřicího zařízení a experimentu	66
5.2 Výsledky měření	67
6 SIMULACE	71
6.1 Rychlost zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S	71
6.1.1 Postup určení rychlosti zvuku	71
6.1.2 Výsledky	72
6.2 Neustálený tok visko-plastické kapaliny	73
6.2.1 Postup numerické simulace	73
6.2.2 Výsledky	74
6.3 Neustálený tok visko-elasticko-plastické kapaliny	77
6.3.1 Postup numerické simulace	77
6.3.2 Výsledky	77
7 NÁVRH PROGRESIVNÍCH SYSTÉMŮ POMOCÍ GENETICKÝCH ALGORITMŮ	80
7.1 Návrh konstrukce progresivních rozdělovačů	80
7.1.1 Algoritmus programu	80

7.1.2 Způsob zakódování progresivních rozdělovačů	81
7.1.3 Výpočet mazacích dávek u rozdělovačů ZP-A až ZP-D	83
7.1.4 Hodnotící funkce (fitness) a selekce	85
7.1.5 Rekombinační operátor (mutace)	86
7.1.6 Optimalizace progresivního rozdělovače ZP-A	86
7.2 Optimalizace větvených progresivních systémů	90
7.2.1 Úvod	90
7.2.2 Typ použitého PGA v optimalizačním programu	91
7.2.3 Vývojový diagram optimalizačního programu	91
7.2.4 Způsob zakódování progresivních systémů	93
7.2.5 Hodnotící funkce (fitness) a selekce	94
7.2.6 Rekombinační operátor (mutace)	95
7.2.7 Migrace	95
7.2.8 Struktura optimalizačního programu	95
7.2.9 Optimalizace progresivního systému s rozdělovači ZP-A	96
8 ZÁVĚR	104
9 SUMMARY	107
SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ	109
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	110
SEZNAM OBRÁZKŮ	116
SEZNAM TABULEK	122
PUBLIKACE AUTORA K DANÉ PROBLEMATICE	123
PŘÍLOHA A: KLASIFIKACE PLASTICKÝCH MAZIV DLE NORMY ISO 6743/9100	124
PŘÍLOHA B: REOGRAMY A VISKOELASTICKÉ CHARAKTERISTIKY PLASTICKÝCH MAZIV	125
PŘÍLOHA C: EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ TOKU PLASTICKÉHO MAZIVA PLANTOGEL 2S	132
PŘÍLOHA D: LADĚNÍ PARAMETRŮ OPTIMALIZAČNÍHO PROGRAMU S IMPLEMENTOVANÝM PGA	138
PŘÍLOHA E: TYPY PROGRESIVNÍCH ROZDĚLOVAČŮ VÝROBCŮ MAZACÍ TECHNIKY	140

1 ÚVOD

Mazání snižuje rychlost opotřebení kontaktních povrchů a tím výrazně ovlivňuje poruchovost a životnost stroje a zařízení. U větších strojních zařízení není z důvodu vyššího počtu kontaktních míst snadné, pokud by mělo být mazání prováděno individuálně. K mazání větších strojních zařízení se proto používají centrální mazací systémy (dále jen CMS), které dávkuje mazivo čistě, bezpečně a pravidelně [69]. Při nasazení CMS může výrazně klesnout spotřeba mazací látky oproti individuálnímu mazání. CMS mohou pracovat zcela nezávisle na nedokonalém lidském faktoru a vyloučit tak možnost vynechání některého mazacího místa, použití nevhodného či znečištěného maziva a případně přemazání, jako při individuálním mazání.

Existuje několik typů univerzálních CMS, které je možné rozdělit na systémy jednopotrubní, dvoupotrubní, vícepotrubní a progresivní, viz kap. 2.1. Dále pak lze rozlišovat systémy speciální [69].

Stále se zvyšující technická úroveň strojů a strojních zařízení a snaha dosáhnout co nejvyšší ekonomičnosti a ekologičnosti jejich provozu jsou hlavními motivy výrobců a uživatelů používat co nejdokonalejší CMS [69]. Požadavky potenciálních uživatelů CMS z tohoto důvodu kladou zvýšené požadavky na projektanty těchto systémů, co se týče kvality a samozřejmě také rychlosti návrhu.

Disertační práce je zaměřena na řešení zásadních problémů spojených s návrhem progresivních CMS, tj. volba prvků a struktury mazacího obvodu, zahrnutí vlivu stlačitelnosti plastického maziva a návrh režimu mazání. Výsledky disertační práce mají zaručit splnění výše jmenovaných požadavků uživatelů CMS a změnit metodiku návrhu těchto mazacích obvodů.

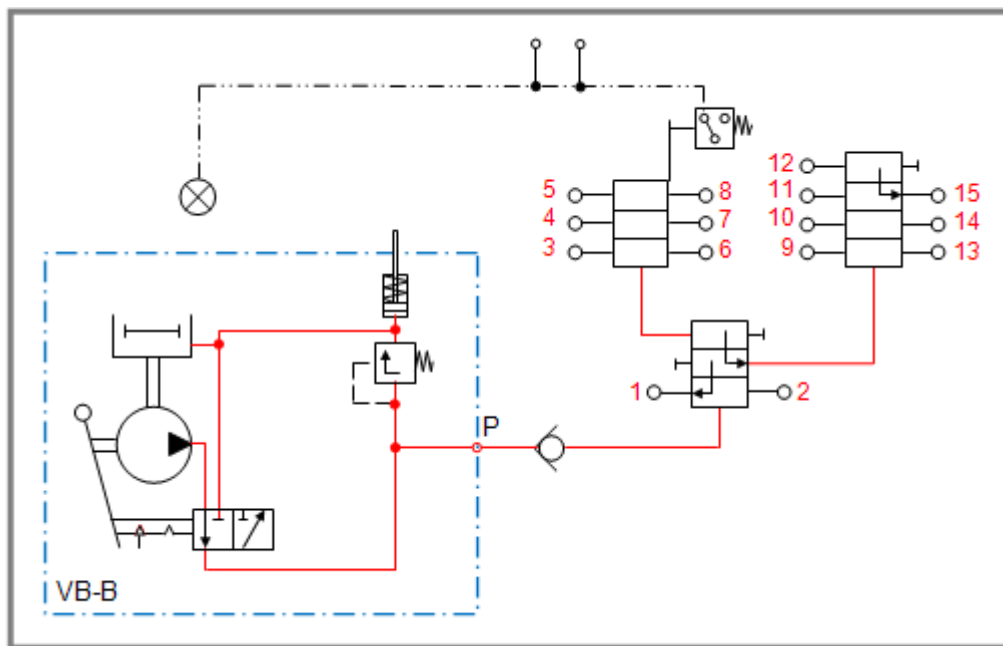
2 SHRnutí SOUČASNÉHO STAVU POZNÁNÍ

2.1 2.1 Progresivní mazací systémy

2.1.1 2.1.1 Úvod

Progresivní, tj. postupně pracující mazací systémy (dále jen progresivní systémy), jsou centrální mazací systémy s progresivními rozdělovači, které slouží k mazání strojů a strojních zařízení do cca 100 mazacích míst. Skupiny mazacích míst mohou být vůči sobě vzdáleny až desítky metrů [72]. Tyto systémy lze použít k dopravě oleje nebo plastického maziva a to do tlaků cca 40 MPa.

Progresivní systémy jsou určeny hlavně pro mazání tvářecích, obráběcích, textilních, balících, transportních strojů, mobilních zařízení, tj. pro podvozky a technologické nástavby, části technologických komplexů (hutí, válcoven, elektráren, cementáren, chemiček, skláren, cukrovarů, pivovarů) atd.

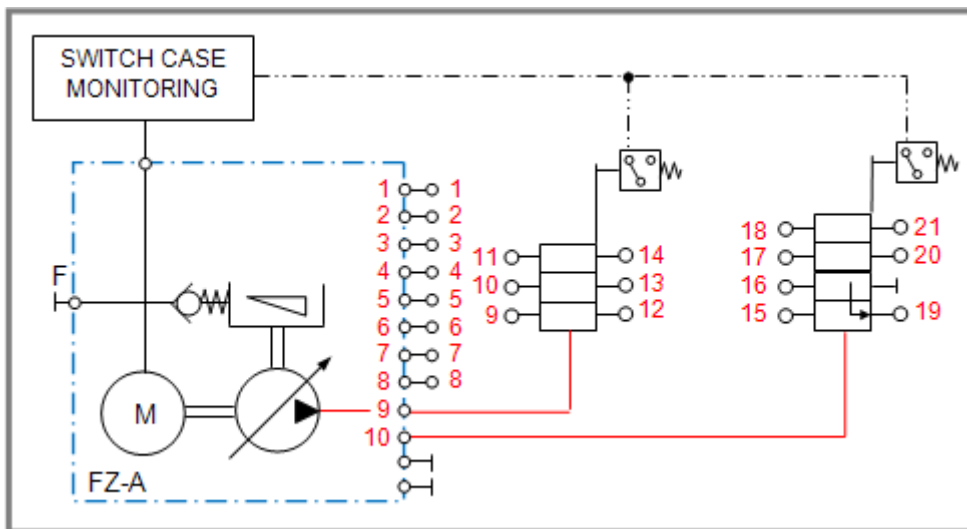


Obr. 2.1 Progresivní systém s jedním hlavním rozdělovačem a dvěma vedlejšími rozdělovači obsahující jedinou větvenou strukturu [72]

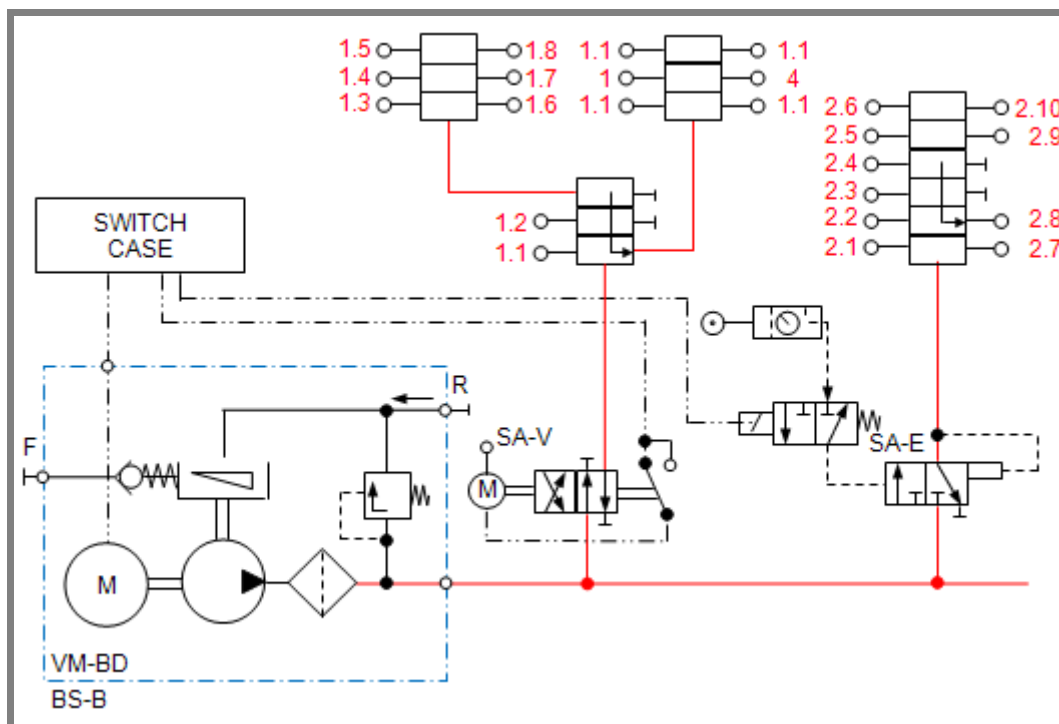
Progresivní systémy jsou provozně velmi spolehlivé, odolné proti mechanickému poškození a vlivům prostředí. Vhodným uspořádáním mazacího obvodu a vhodnou volbou rozdělovačů docílíme požadovanou dodávku maziva do jednotlivých mazacích míst. Princip funkce progresivního systému umožňuje stoprocentní kontrolu, dodávky maziva do všech mazacích míst. Progresivní systém nelze většinou bez montáže upravit tak, aby vyhovoval změněným vstupním požadavkům. Progresivní systémy můžeme členit z různých hledisek. Dle použitého mazacího přístroje je můžeme rozdělit na systémy: s ručními mazacími přístroji, s elektricky poháněnými přístroji, s pneumaticky poháněnými přístroji a s přístroji poháněnými přímo mazaným strojem. Dle typu aplikace se může jednat o systémy: mobilní nebo

stacionární. Z hlediska uspořádání rozdělovačů v progresivním systému, což je předmětem zájmu disertační práce, je lze rozdělit na systémy: s jedinou větvenou strukturou, viz obr. 2.1, systémy s více větvenými strukturami, viz obr. 2.2, a na systémy s více nezávislými větvenými strukturami, viz obr. 2.3, které lze dle potřeby připojit nebo odpojit od hlavního potrubního rozvodu apod.

Progresivní systém zobrazený na obr. 2.1 [72] obsahuje pouze jedinou nezávislou větvenou strukturu a skládá se z jednoho hlavního rozdělovače a dvou vedlejších progresivních rozdělovačů.



Obr. 2.2 Progresivní systém s dvěma (hlavními) rozdělovači obsahující dvě nezávislé větvené struktury [72]



Obr. 2.3 Progresivní systém se čtyřmi rozdělovači obsahující dvě nezávislé větvené struktury samostatně připojitelné (odpojitelné) od hlavního potrubí [72]

Mazivo je dopravováno prostřednictvím ručního mazacího přístroje, který má jediný vývod. Mazací přístroj je zajištěn proti přetížení pojistňovacím ventilem. Správná funkce mazacího obvodu je kontrolována prostřednictvím světelné signalizace, která poskytuje informaci o pracovním režimu jednoho z vedlejších rozdělovačů.

Na obr. 2.2 [72] je zobrazen progresivní systém s elektricky poháněným mazacím přístrojem, který distribuuje mazivo do dvou nezávislých větví. Každá z větvených struktur rozděluje mazivo prostřednictvím jednoho rozdělovače do určitého počtu vývodů. Správná funkce mazacího obvodu je kontrolována tlakovými spínači, které jsou umístěny na obou progresivních rozdělovačích. Tyto spínače generují během chodu obou rozdělovačů periodické signály o určité frekvenci. Dojde-li k narušení této periody, je do řídicí jednotky vyslána informace o poruše mazacího obvodu.

Na obr. 2.3 [72] je zobrazen progresivní systém se dvěma nezávisle připojitelnými (odpojitelnými) mazacími větvemi. Elektricky poháněný mazací přístroj je chráněn proti přetížení pojistným ventilem. Mazivo prochází před vstupem do hlavního potrubí tlakovým filtrem. Připojení (odpojení) první mazací větve k hlavnímu potrubí je možné provést dvupolohovým čtyřcestným rozvaděčem, který je ovládán elektropohonem a druhou větev lze připojit (odpojit) pneumaticky ovládaným dvupolohovým třicestným rozdělovačem, který zároveň funguje jako tlakový regulační ventil.

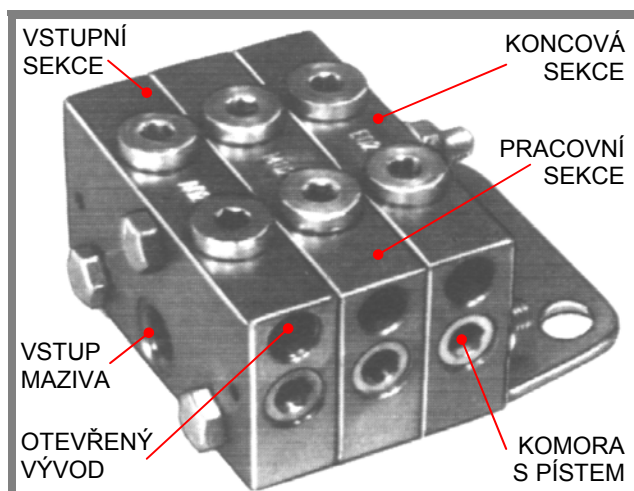
2.1.2

2.1.2 Prvky progresivních mazacích systémů

Progresivní mazací systémy se skládají, jak je patrné z obr. 2.1 až 2.3, z mazacího přístroje zahrnujícího pojistný ventil, progresivních rozdělovačů, rozvaděčů, prvků pro sledování a řízení činnosti a případně tlakových filtrů apod.

Progresivní rozdělovače

Jsou to hlavními a většinou stavebnicovými prvky v progresivních systémech [72], které slouží k postupné a poměrné distribuci maziva do dalších rozdělovačů nebo do potrubí mazacího obvodu, viz obr. 2.1 až 2.3.

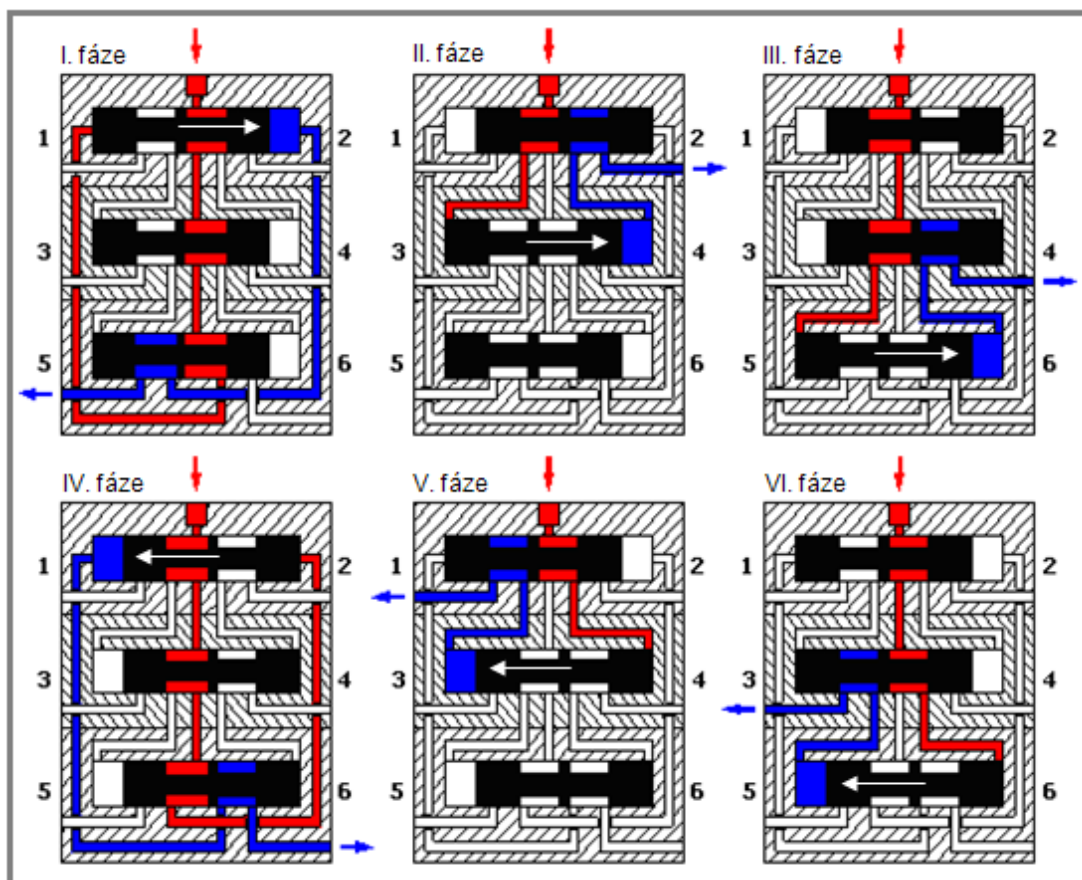


Obr. 2.4 Progresivní rozdělovač ZP-A se třemi sekcemi, tj. vstupní, pracovní a koncová sekce [72]

Skládají se z 1 až 10 libovolných pracovních sekcí, tj. sekce přívodní (vstupní) a sekce závěrné (koncové), viz obr. 2.4. Obvykle se v každé sekci nachází píst (přínejmenším v pracovních sekcích). Sekce jsou v rozdělovači vhodně propojeny, aby byl zaručen periodicky se opakující chod, a jsou vyráběny v několika velikostech dle typu progresivního rozdělovače. Velikost sekce určuje objem, který píst vytlačí během jednoho zdvihu. Poměr dělení maziva lze ovlivnit vhodným počtem a velikostí sekcí a také jejich vhodným propojením.

Existuje celá řada rozdělovačů, které nabízejí výrobci mazací techniky. Liší se konstrukčním provedením, rozměry, parametry a příslušenstvím, které lze k nim napojit. Jak už bylo řečeno, obvykle se jedná o stavebnicové (modulární) typy. Významní výrobci mazací techniky zpravidla využívají jediný princip rozdělovačů, viz obr. 2.5. Lze jej nalézt u rozdělovačů výrobců mazací techniky [66], [67], [68], [70], [71], [72] apod.

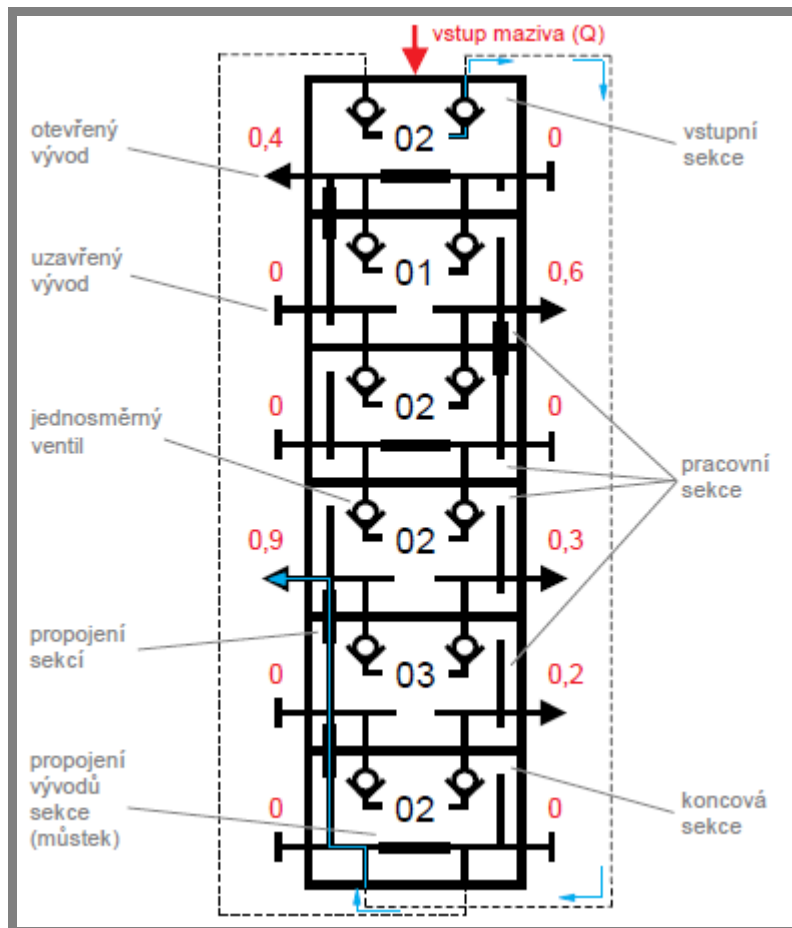
Celý pracovní cyklus progresivního rozdělovače lze znázornit v několika fázích, jejichž počet je roven dvojnásobku počtu sekcí (pístů). U rozdělovače ZP-A [72] se třemi sekcemi lze celý pracovní cyklus znázornit v šesti fázích, viz obr. 2.5. Červeně jsou vyznačeny strany přívodní a modře strany výtlačné. Na levém horním obrázku, I. fáze, jsou všechny písty v levé úvratí. Vstupující mazivo má jedinou otevřenou cestu kanály skrz pravé zápichy pístů druhé a třetí sekce do levé komory první (vstupní) sekce.



Obr. 2.5 Princip činnosti progresivních rozdělovačů; zjednodušený řez progresivním rozdělovačem ZP-A se třemi sekcemi [24]

Tímto se píst vstupní sekce posouvá z levé úvratě do pravé a z pravé komory vstupní sekce se vytlačuje mazivo ven z rozdělovače levým vývodem třetí sekce. Jakmile se píst první sekce přemísťuje do pravé úvratě, II. fáze, mazivu se otevírá cesta přes levý zápch první sekce do levé komory druhé sekce. Píst druhé sekce se poté přesouvá z levé úvratě do pravé a z pravé komory druhé sekce se vytlačuje mazivo ven z rozdělovače pravým vývodem první sekce. Celý pracovní cyklus rozdělovače analogicky pokračuje a uzavírá se, jakmile se všechny písty navrátí do výchozích poloh. Obvykle jsou na výstupech rozdělovače umístěny zpětné ventily, které mají zamezit vlivu protitlaku.

Z obr. 2.5 je zřejmý princip činnosti progresivního rozdělovače, ale není patrné, jak lze dále propojit vývody sekcí nebo jejich kanály. Výrobci progresivních rozdělovačů nabízejí různé možnosti. Na schématu zobrazeném na obr. 2.6 je vysvětlen způsob, jakým je tohoto propojení vývodů a kanálů možné docílit u rozdělovače ZP-A [72]. Konkrétně se jedná o rozdělovač ZP-A se šesti sekcemi a pěti otevřenými vývody.



Obr. 2.6 Princip distribuce maziva v progresivních rozdělovačích ZP-A, ZP-B, ZP-C a ZP-D

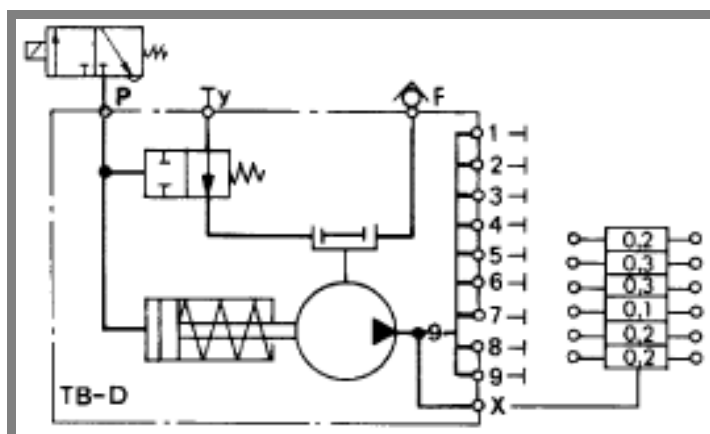
Z každého otevřeného vývodu rozdělovače je během 1 cyklu vytlačěn objem maziva, který se nazývá mazací dávkou [$\text{cm}^3 \cdot \text{cyklus}^{-1}$], viz červeně vyznačené číselné hodnoty u vývodu dle obr. 2.6. Poměr mazacích dávek určuje poměr dělení maziva v rozdělovači. Velikost sekce je označena čísly 01, 02 a 03. Ty představují hodnotu

objemu, který píst sekce vytlačí během zdvihu, tj. $0,1$ až $0,3 \text{ cm}^3 \cdot \text{zdvih}^{-1}$. Otevřený vývod je označen šipkou. Můstek slouží k propojení levého a pravého vývodu sekce. Dále je možné propojit průběžné kanály sekcí. V každé sekci rozdělovače ZP-A jsou průběžné kanály uzavřeny krycím víčkem. Jestliže tato víčka odstraníme, budou propojeny průběžné kanály sekcí. Čárkovanou čarou jsou vyznačena propojení kanálů vstupní a závěrné sekce (levá komora vstupní sekce je propojena s pravou komorou závěrné sekce a naopak). Ve schématu na obr. 2.6 jsou zobrazeny zpětné ventily, které jsou umístěny na levých a pravých vývodech sekcí.

Postup určení mazacích dávek a tím i poměru dělení maziva v rozdělovači ZP-A, pomocí schématu dle obr. 2.6 je následující. Předpokládejme, že jsou všechny písty v levých úvratích (výchozí stav) a píst vstupní sekce se přesouvá do pravé úvratě. Z pravé komory vstupní sekce je vytlačováno mazivo do koncové sekce. Mazivo je dále dopraveno až do čtvrté sekce odshora a z této sekce je levým vývodem vytlačeno ven z rozdělovače. Tímto bylo při pohybu pístu vstupní sekce z levé úvratě do pravé vytlačeno mazivo o celkovém množství $0,2 \text{ cm}^3 \cdot \text{zdvih}^{-1}$. Postup opakujeme dle pořadí s druhým, třetím, čtvrtým pístem atd. Jakmile tímto způsobem stanovíme objemy maziva vytlačené při pohybu pístů z levých do pravých úvratí, pokračujeme v opačném směru, tj. stanovíme objemy maziva vytlačené při pohybu pístů z pravých do levých úvratí v pořadí první, druhý, třetí píst atd. Na základě stanovených objemů už můžeme určit poměr dělení maziva v rozdělovači.

Mazací přístroje (čerpadla)

K dopravě maziva v progresivních systémech se používají ručně ovládaná čerpadla, čerpadla poháněná elektromotorem, pneumaticky ovládaná čerpadla, čerpadla poháněná mazaným strojem nebo přímo jednotky oběhového mazání [72]. Mazací přístroje mohou být použity k dopravě oleje nebo plastického maziva a lze je charakterizovat podle některých společných kritérií, jakými jsou: dodávaný průtok [$\text{l} \cdot \text{h}^{-1}$, $\text{cm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$, $\text{l} \cdot \text{min}^{-1}$, $\text{cm}^3 \cdot \text{zdvih}^{-1}$], maximální možný dopravní tlak [MPa, bar], objem zásobníku maziva [l], příkon elektromotoru [kW] nebo tlak stlačeného vzduchu [bar] apod. Příklady mazacích přístrojů s ručním pohonem nebo s elektrickým pohonem jsou patrné z obr. 2.1 až 2.3. Na obr. 2.7 je zobrazeno schéma mazacího přístroje s pneumatickým pohonem.



Obr. 2.7 Pneumaticky řízený mazací přístroj [72]

Zásobníky maziva jsou u mazacích přístrojů pro zlepšení čerpání plastického maziva opatřena stíracím sítem a nožem. Obvykle mají mazací přístroje více vývodů. Mazací přístroje mají např. tyto parametry [72]: (a) mazací přístroje s ručním pohonem - průtok $0,5-2 \text{ cm}^3 \cdot \text{zdvih}^{-1} \cdot \text{vývod}^{-1}$, maximální dopravní tlak 25-120 bar, objem zásobníků 0,25-4 l; (b) mazací přístroje s elektrickým pohonem – průtok $1,2-2,4 \text{ cm}^3 \cdot \text{vývod}^{-1} \cdot \text{otáčka}^{-1}$ nebo $2-22 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1}$, maximální dopravní tlak 200-400 bar, objem zásobníku 2,5-100 l, příkon elektromotoru 0,18-40 W, (c) mazací přístroje s pneumatickým pohonem – průtok $4,5 \text{ cm}^3 \cdot \text{zdvih}^{-1} \cdot \text{vývod}^{-1}$, maximální dopravní tlak 100-160 bar, objem zásobníku 1,6-200 l, tlak stlačeného vzduchu 2-10 bar.

Ostatní prvky a zařízení

Do této skupiny komponent patří prvky pro sledování a řízení činnosti progresivních systémů (rozdělovačů), dále pak pojistné ventily, tlakové spínače a indikátory přetlaku. V neposlední řadě rozvaděče, filtry apod., viz obr. 2.1 až 2.3. Mezi ostatní prvky a zařízení patří prvky pro sledování a řízení činnosti progresivních systémů: pohybové indikátory a elektrická monitorovací zařízení. Progresivní rozdělovače mohou být vybaveny signalizací chodu, a to např. optickou nebo elektrickou. Rozdělovače vybavené signalizací chodu [72] mají příslušný píst opatřen kolíkem, který se pohybuje společně s pístem a znázorňuje chod rozdělovače nebo provádí bezkontaktní spínání elektrického kontrolního obvodu.

Elektrická monitorovací zařízení slouží buď ke kontrole činnosti jednoho, nebo všech rozdělovačů v progresivním systému [72]. Rozdělovače mohou být vybaveny koncovými spínači. Elektrický kontakt je přerušen a opět spojen, jakmile je dokončen kompletní cyklus rozdělovače. Počet vykonaných cyklů rozdělovače může být indikován kontrolním světlem nebo elektrickým čítačem pulzů.

Pro zabezpečení dostatečné čistoty mazacího tuku se do centrálních mazacích obvodů s progresivními rozdělovači zařazují průtokové čisticí filtry [72]. Filtry jsou zařazovány do hlavního vedení, před první (řídící) rozdělovač a dále pak na začátek pobočných větví mazacího obvodu, viz obr. 2.3.

K ochraně mazacího obvodu se používají pojistné ventily [72]. Ty chrání mazací jednotky a progresivní rozdělovače proti nadměrnému tlaku. Jestliže je tlak příliš velký, vrací se mazivo zpět vratnou větví do nádrže mazací jednotky, viz obr. 2.1 a 2.3. Některé typy čerpadel již mají pojistný ventil v sobě zabudovaný.

2.1.3

2.1.3 Projektování progresivních systémů

Proces (ručního) návrhu progresivních systémů lze stručně rozdělit do několika fází, jejichž sled je následující:

1. zadání vstupních dat (zákazník),
2. bližší specifikace mazacích míst a jejich požadavků,
3. určení typu plastického maziva nebo oleje,
4. rozdělení mazacích míst do skupin,
5. specifikace hlavních prvků progresivního systému a řídicího systému,
6. určení pracovního cyklu progresivního systému,
7. kontrola návrhu progresivního systému,

8. tvorba průvodní dodavatelské dokumentace.

Všechny tyto operace návrhu progresivních systémů bylo nutné dříve provádět ručně, tj. bez pomoci software. V kap. 7.1 a 7.2 budou představeny nové softwarové prostředky využívající netradiční a velmi robustní typy algoritmů (jeden z hlavních cílů disertační práce) s nimiž lze návrh progresivních systémů zautomatizovat. Tyto programy umožňují velmi rychle nalézt řešení progresivního systému dle zadaných vstupních požadavků a navíc lze dosáhnout lepších výsledků, vzhledem k ručnímu návrhu, zejména co se týče nižší spotřeby maziv, která vede ke snížení provozních nákladů.

2.2 Reologie plastických maziv

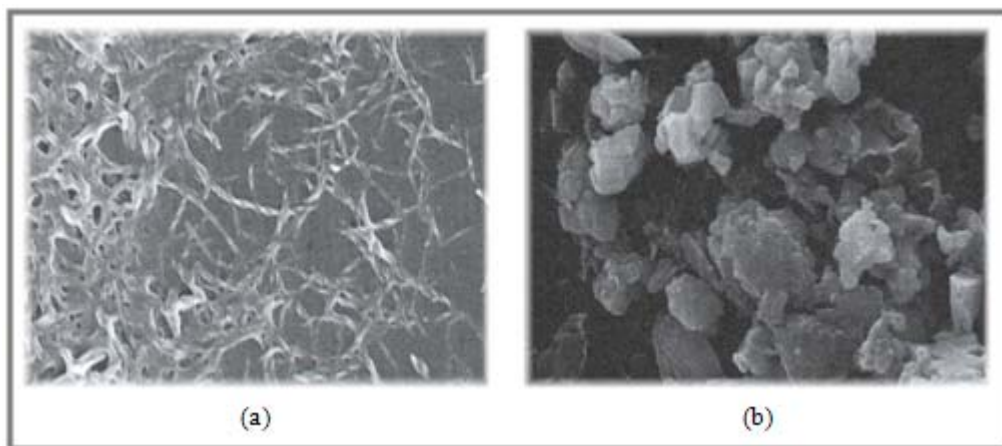
2.2

2.2.1 Chemické složení a klasifikace

2.2.1

Plastická maziva [62], [14] jsou koloidní soustavy. Spojitou fází tvoří mazací olej, rozptýlenou fází zpevňovadlo. Mazací olej je převážně ropného původu, u tzv. ekologických maziv rostlinného nebo syntetického původu. Kapalná složka bývá zastoupena 70-90 % a zpevňovadlo 5-30 %. Nejčastěji používanými zpevňovadly jsou mýdla některých kovů: lithia, sodíku, vápníku, hliníku. Zpevňovadlo tvoří strukturní mřížku, v níž je vázána olejová složka, viz obr. 2.8. Zušlechťující přísady jsou zastoupeny 0,5-5 %. Jsou to zejména antioxidanty, antikoroanty, vysokotlaké přísady apod. Klasifikace plastických maziv dle normy ISO 6743/9 je uvedena v příloze A, tab. A.1.1-A1.5.

Podle typu a množství zpevňovadla mohou mít maziva různou konzistenci: od velmi měkké až po velmi tuhou.



Obr. 2.8 Vnitřní struktura plastických maziv pod mikroskopem, (a) tvar vláken lithného maziva ve zvětšení 30 000 x pod skenovacím mikroskopem SEM, (b) bentonitová hlinka ve zvětšení 20 000 x pod skenovacím mikroskopem SEM [14]

Konzistence plastického maziva je klasifikována podle stupnice zavedené organizací NLGI (National Lubricating Grease Institut), viz tab. A1.1-5 v příloze. Hodnotí se velikost penetrace normalizovaného kužele za daných podmínek do plastického maziva. Číslo udává hloubku vniknutí v desetinách milimetru. Penetrace se měří

v prohněteném stavu při $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$. Prohnětení se provádí v normalizovaném hnětadle šedesáti dvojzdvihy děrované destičky po dobu 60 s.

Makroskopicky jsou plastická maziva máslovitá, vláknitá, houbovitá nebo zrnitá [62], viz obr. 2.8. Krystality zpevňovačů mají různou délku a průměr vláken, podle druhu kationtu a složení zpevňovačů. Mezi krystality zpevňovačů a olejovou fází působí síly vzájemné přitažlivosti (fyzikální a případně i chemická absorbce). Čím je poměr povrchu krystalitů k jejich objemu větší, tím je soustava stálejší.

2.2.2

2.2.2 Viskozita plastických maziv

Plastická maziva patří mezi neneutonské kapaliny [62], [63], protože se neřídí Newtonovým zákonem, podle něhož je smykové napětí při laminárním proudění lineární funkcí gradientu rychlosti [27]

$$\tau = \mu \dot{\gamma}, \quad (2.1)$$

ale obecně pro tyto kapaliny platí rovnice ve tvaru

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}), \quad (2.2)$$

kde: τ je nevratná část Cauchyho tenzoru napětí, viz (2.3) kap. 2.2.3, $\dot{\gamma}$ je tenzor rychlosti deformace a μ je dynamická viskozita tekutiny [Pa.s].

Viskozita plastických maziv závisí především na fyzikálně-chemickém složení [62], na teplotě, tlaku, na čase (tento parametr znamená, že viskozita závisí na tom, zda byla kapalina v klidu nebo pohybu, jak dlouho a jak intenzivně byla hnětena - tixotropie) apod. Platí obecný konsensus [27], že časově závislé vlastnosti kapalin jsou způsobeny vratnými strukturálními změnami během tokového procesu, ačkoliv existuje mnoho polemik o detailech a teorie o časově závislých kapalinách není ještě dostatečně dobře vyvinuta.

Tixotropní chování je charakterizováno pozvolným poklesem viskozity v čase při mechanickém namáhání, tj. při rostoucím smykovém napětí s následným obnovením struktury, vzrůstem viskozity, po odlehčení, poklesu smykového napětí. O tixotropii se hovoří jen v případě, že zmíněné změny konzistence probíhají za konstantní teploty a vzhledem k vnějšímu mechanickému působení se jedná o vratné změny [15]. Mikrodisperzní charakter neneutonských kapalin způsobuje nejen odchylky od newtonského chování a strukturální nestabilitu těchto materiálů, ale je také příčinou jejich nehomogenity v bezprostřední blízkosti stěn, jedná se o tzv. zdánlivý skluz. Je to způsobeno buď sterickými, mechanickými, elektromechanickými či jinými příčinami. Obecně je v blízké oblasti stěn podstatně snižena koncentrace dispergované fáze a odpovídajícím způsobem je snižena i viskozita. Zdánlivý skluz může způsobit naprostou desinterpretaci viskozitních měření, zejména při použití velice tenkých kapilár apod. Výrazné zdánlivé skluzy se objevují především u koagulujících koloidních suspenzí. U polymerních roztoků bývá skluz zanedbatelný až nedetekovatelný [15].

Závislosti mezi smykovým napětím a rychlostním gradientem se experimentálně zjišťují a zobrazují, jako tzv. tokové křivky (reogramy) a dále mohou být tokové vlastnosti kapalin vyjádřeny prostřednictvím zdánlivé viskozity, která je definována,

jako poměr mezi smykovým napětím a smykovou rychlostí. Tyto experimentálně naměřené tokové křivky a průběhy zdánlivé viskozity, lze aproximovat vhodnými matematickými vztahy, které se nazývají reologické modely a viskózní funkce [3], viz kap. 2.2.3.

Plastická maziva jsou neneutonské kapaliny, jejichž tokové chování odpovídá přibližně ideálním viskoplastickým kapalinám nebo lépe skutečným viskoplastickým kapalinám, jak bude patrné z výsledků reometrických měření, viz kap. 2.2.5. Z tohoto důvodu mají pro popis tokových vlastností plastických maziv podstatný význam dva reologické modely, tj. Binghamův a Herschel-Bulkleyův visko-plastický model, viz kap. 2.2.3.

Jak bude dále patrné z výsledků dynamických oscilačních testů, viz kap. 2.2.5, plastická maziva mají také podstatnou elastickou složku deformace. Tzn., že je také zapotřebí uvažovat o konstitutivních rovnicích, které elastické chování plastických maziv uvažují, viz kap. 2.2.4.

2.2.3 Reologické modely

Pro popis tokového chování neneutonských kapalin byla navržena řada reologických modelů, které se dělí na dvě základní skupiny, tj. na modely časově nezávislých kapalin a na modely časově závislých kapalin [3], [27], [62]. Předmětem zájmu jsou modely časově nezávislých kapalin, u kterých nepředpokládáme vliv tixotropie. Tyto časově nezávislé modely je tedy možné použít i navzdory tixotropnímu chování plastických maziv, jak bude patrné z výsledků experimentálních měření, viz kap. 5, neboť ty jsou již v mazacím přístroji důkladně prohněteny a dlouhý čas k regeneraci nebyl příčinou podstatných změn jejich reologických vlastností.

K matematickému popisu látek vykazující ideální visko-plastické chování, byl navržen Binghamův model [3], [26]. Visko-plastické látky jsou charakterizovány mezí toku (yield limit), tzn., že pro napětí, která jsou menší, než je tato mez, se nedeformují [26]. Jestliže je toto napětí překročeno, chovají se jako kapaliny.

Celkový Cauchyho tenzor napětí $\boldsymbol{\sigma}$, u visko-plastických kapalin, může být vyjádřen následovně [26]

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(p, \mathbf{D}(\mathbf{u})) = \boldsymbol{\tau}(\mathbf{D}(\mathbf{u})) - p\mathbf{I}, \quad (2.3)$$

kde $\boldsymbol{\tau}$ je nevratná část tenzoru napětí [Pa], p reprezentuje tlak (předpokládáme-li, že pro $p > 0$ se jedná o kompresi kapaliny), \mathbf{I} – tenzor identity (tzv. δ_{ij} – Kroneckerovo delta) a $\mathbf{D}(\mathbf{u})$ je symetrický gradient rychlosti. Konstitutivní zákon má tvar

$$\boldsymbol{\sigma} = \tau^Y \frac{\mathbf{D}(\mathbf{u})}{|\mathbf{D}(\mathbf{u})|} + 2\mu\mathbf{D}(\mathbf{u}) - p\mathbf{I}, \quad (2.4)$$

kde: τ^Y je mez toku [Pa], μ je Binghamova viskozita [Pa.s] a p je tlak [Pa]. Výraz (2.4) je definován pouze v případech, když $|\mathbf{D}(\mathbf{u})| \neq 0$. Jestliže je $|\mathbf{D}(\mathbf{u})| = 0$, bude výraz pro napětí jiný, tj. $|\boldsymbol{\tau}| < \tau^Y$ [26]. Srovnáním rovnic (2.3) a (2.4) je zřejmé, že výraz pro nevratnou část napětí je dán rovnicí

$$\boldsymbol{\tau}(\mathbf{D}(\mathbf{u})) = \left(\frac{\tau^Y}{|\mathbf{D}(\mathbf{u})|} + 2\mu \right) \mathbf{D}(\mathbf{u}), \quad (2.5)$$

ze které vyplývá, že

$$|\boldsymbol{\tau}| = \tau^Y + 2\mu |\mathbf{D}(\mathbf{u})|. \quad (2.6)$$

Z výrazu (2.6) je patrné [26], že $|\boldsymbol{\tau}| > \tau^Y$. Vztah (2.5) může být vyjádřen jiným způsobem tak, aby poskytl tvar pro tenzor rychlosti deformace $\mathbf{D}(\mathbf{u})$

$$\mathbf{D}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2\mu} \left(1 - \frac{\tau^Y}{|\boldsymbol{\tau}|} \right) \boldsymbol{\tau}. \quad (2.7)$$

Jestliže je napětí $|\boldsymbol{\tau}| < \tau^Y$, výraz (2.7) neplatí [26], ale víme, že bude platit následující vztah $|\mathbf{D}(\mathbf{u})| = 0$.

Herschel-Bulkleyův model [26] rozšiřuje Binghamův model tak, že nahradí newtonské chování za toku chováním mocninným. Tento model je často používán k popisu napětí v jílech, kalech apod. Jeho konstitutivní rovnice má tvar a platí

$$\boldsymbol{\tau} = \left(2\mu_0 |\mathbf{D}(\mathbf{u})|^{\frac{r-2}{2}} + \frac{\tau^Y}{|\mathbf{D}(\mathbf{u})|} \right) \mathbf{D}(\mathbf{u}), \quad (2.8)$$

jestliže $|\mathbf{D}(\mathbf{u})| \neq 0$. Napětí $|\boldsymbol{\tau}| < \tau^Y$, jestliže $|\mathbf{D}(\mathbf{u})| = 0$. V rovnici (2.8) je symbolem $\mu_0 \geq 0$ nazýván koeficient konzistence [26] a $r > 1$ je indexem toku. Po dosazení za $r = 2$ obdržíme Binghamův visko-plastický model. Chování látky je pro napětí $|\boldsymbol{\tau}| < \tau^Y$ totožné, jako v případě Binghamova modelu [26], ale při toku může vykazovat dilatantní nebo pseudoplastické chování, v závislosti na tom, jakou hodnotu index toku r nabývá.

2.2.4

2.2.4 Viskoelasticita

Jako viskoelastické jsou označovány takové materiály, které se za určitých okolností chovají jako vazké kapaliny a za jiných jako pružná tělesa [15]. Rozhodující je délka trvání deformačního procesu Δt [s] ve srovnání s materiálovým časem T [s], charakterizující pomíjivou paměť materiálu na jeho výchozí tvar. Obecně lze tyto okolnosti charakterizovat tzv. Debořiným číslem

$$De \equiv T / \Delta t. \quad (2.9)$$

Pro ideálně neelastické vazké kapaliny je $T = 0$, tj. $De = 0$ [15]. Pro ideálně elastické materiály je $T = \infty$, tj. $De = \infty$. Při malých hodnotách De se viskoelastické materiály chovají jako vazké kapaliny, při vysokých De jako pružná tělesa [15]. Ve skutečnosti jsou všechny materiály viskoelastické. To, že jsou některé materiály tradičně pokládány za kapalné a jiné za pevné, souvisí s tím, že je hodnotíme běžnými lidskými měřítky časových změn [15].

Visko-elastické jevy zahrnují smykové zředování (shear thinning), extenzivní zředování (extension thickening), viskoelastická normálová napětí (viscoelastic

normal stresses) a časově závislé reologické jevy. Rovnice, popisující tok viskoelastických kapalin, jsou v souladu se základními zákony mechaniky kontinua, stavovou reologickou rovnicí nebo konstitutivní rovnicí (popisující zvláštní typy kapalin) a vztahy viskoelastického napětí vzhledem k deformační historii. Záměrem je vždy odvodit model, který je co nejjednodušší, má minimální počet proměnných a parametrů a kromě toho dokáže předvídat viskoelastické chování komplexních toků [27].

Žádná teorie není ještě natolik vyhovující, aby mohla adekvátně popsat všechny pozorované viskoelastické jevy, ačkoliv bylo navrženo mnoho konstitutivních modelů. Co je společné pro tyto všechny viskoelastické modely, je přítomnost přinejmenším jednoho charakteristického časového parametru pro objasnění paměti kapaliny. Napětí je nyní závislé na deformaci nebo na rychlosti deformace, ale s exponenciálně klesající pamětí [27].

Stručně řečeno, teorie viskoelasticity je rozdělena na dvě hlavní oblasti, tj. na lineární a na nelineární [27]. Koncepce lineární viskoelasticity nabízí matematicky poměrně jednoduchý aparát dynamiky lineárních systémů pro unifikované a kvantitativní zpracování široké třídy reologických jevů za předpokladu lineární odezvy materiálu. Předpoklad lineární odezvy v reologii viskoelastických materiálů bývá splněn pro deformace, které jsou dostatečně malé v průběhu procesu, jehož trvání nepřesahuje materiálový čas daného materiálu [15]. Tokový režim viskoelastické kapaliny může být v tom případě popsán lineárním vztahem mezi napětím a rychlostí deformace [27]. Rovnice lineární viskoelasticity nemohou platit pro deformace libovolné velikosti a rychlosti, protože v tom případě by tyto rovnice nesplnily princip invariantnosti. Platnost lineární viskoelasticity, za předpokladu malých deformací, ale s velkou rychlostí deformace, je ještě otevřená otázka, ačkoliv je obecně přijato, že lineárně viskoelastické konstitutivní rovnice jsou obecně platné pro rychlost deformace, dokud je malé celkové napětí [27].

Lineární viskoelastické modely mají několik omezení. Např. nemohou popisovat rychlost deformace obecně závislou na viskozitě a nehodí se k popisu jevů normálových napětí, protože ty jsou nelineární. Lineární modely jsou více vhodné k popisu viskoelastických těles spíše než viskoelastických kapalin. Nehledě na omezení lineárních viskoelastických modelů a nehledě na skutečnost, že nejsou primárně určeny ke studiu toků, během kterých je materiál obvykle vystaven velkým deformacím, jsou velice důležité ke studiu viskoelasticity z několika důvodů [27]:

- a) jsou použity k charakterizování chování viskoelastických materiálů během malých deformací,
- b) slouží, jako motivace a startovací bod pro vývoj nelineárních modelů, protože ty jsou obecně rozšířením těchto lineárních modelů,
- c) jsou použity pro analýzu experimentálních dat obdržených během experimentů při malých deformacích a pro interpretaci důležitých viskoelastických jevů přinejmenším kvalitativně.

Mezi dva nejčastěji používané lineární viskoelastické modely, v diferenciálním tvaru, patří Maxwellův a Jeffreysův model [27].

Nelineární viskoelastická je oblast reologie věnovanou studiu viskoelastických materiálů, které jsou vystaveny velkým deformacím, např. se jedná o tok viskoelastických kapalin [27].

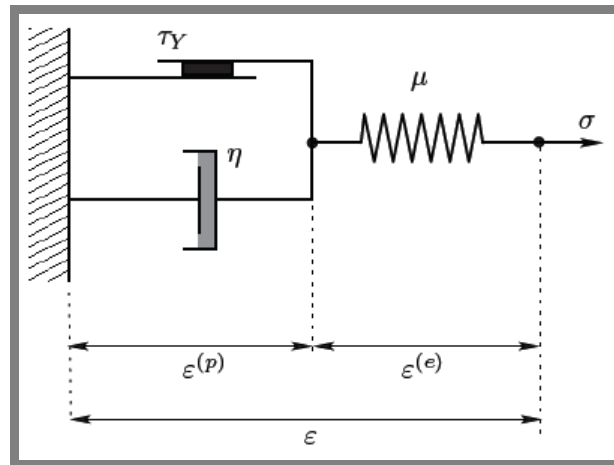
Protože rovnice lineární viskoelastivity neplatí pro velké deformace, jelikož nesplňují princip invariantnosti, navrhli Oldroyd a další řadu invariantních diferenciálních konstitutivních rovnic definováním časových derivací ve tvaru, který sleduje deformaci materiálových elementů. Příklady těchto rovnic zahrnující rotační, horní a dolní konvektivní časové derivační modely jsou uvedeny v literatuře [27]. Existuje velký počet navržených konstitutivních rovnic a reologických modelů pro nelineární viskoelasticitu. Avšak mnoho těchto modelů je rozšířením nebo modifikací jiných. Dva nejvíce populární nelineární viskoelastické modely v diferenciálním tvaru jsou Maxwellův (UCM) model a Oldroydův B model [27].

Pro popis chování plastických maziv během toku jsou významné dva nelineární modely, tj. visko-elasticko-plastický model a obecný konstitutivní model, ze kterého je možné získat řadu jednodušších modelů, přijmeme-li jistá zjednodušení. Visko-elasticko-plastický model je založen na principech mechaniky kontinua [31], který kombinuje visko-elasticitu a visko-plasticitu. Tento model se řídí druhým termodynamickým zákonem a vede numericky ke stabilním rovnicím a robustním algoritmům řešení. Tensor deformace $\boldsymbol{\varepsilon}$ lze rozdělit na dvě části

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{(p)} + \boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}, \quad (2.10)$$

kde: $\boldsymbol{\varepsilon}^{(p)}$ a $\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}$ označují plastický a elastický tenzor napětí [31]. Uvažovaný model je zobrazen na obr. 2.9.

Tvar Cauchyho napěťového tenzoru je uveden v kap. 2.2.3, viz (2.3). Elastický napěťový tenzor má tvar



Obr. 2.9 Visko-elasticko-plastický model [31]

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}^{(e)}, \quad (2.11)$$

kde μ je elastický modul pružnosti [31]. Jestliže je napětí nižší, než je mez toku, chová se materiál jako elastické těleso. V opačném případě se chová látka, jako visko-elastická kapalina s relaxačním časem $\lambda = \eta/\mu$, kde η je viskozita.

Tento model je zjednodušenou verzí, než je ta, která byla uvedena v [39]. Druhá viskozita se v tomto případě neuvažuje a tenzor napětí $\boldsymbol{\tau}$ tedy vyhovuje nelineární diferenciální konstitutivní rovnici

$$\lambda \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} + \max\left(0, 1 - \frac{\tau^y}{|\boldsymbol{\tau}_d|}\right) \boldsymbol{\tau} = 2\eta \mathbf{D}(\mathbf{v}), \quad (2.12)$$

kde: \mathbf{v} je rychlostní pole, $\tau^y > 0$ je mez toku [Pa] a $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ je tenzor rychlosti deformace

$$\mathbf{D}(\mathbf{v}) = (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)/2. \quad (2.13)$$

Vztah

$$\boldsymbol{\tau}_d = \boldsymbol{\tau} - (1/2)\text{tr}(\boldsymbol{\tau})\mathbf{I} \quad (2.14)$$

představuje deviatorickou část tenzoru napětí a $|\boldsymbol{\tau}_d|$ je norma matice. Horní konvektivní derivace tenzoru napětí je ve tvaru

$$\frac{d\boldsymbol{\tau}}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} \nabla \mathbf{v}^T - \nabla \mathbf{v} \boldsymbol{\tau}. \quad (2.15)$$

Ve článku [32] je prezentovaná obecná konstitutivní rovnice tenzoru napětí pro newtonské kapaliny, která v sobě zahrnuje mnoho velmi známých konstitutivních modelů, např. Oldroydův-B, Maxwellův-A, Maxwellův-B, Johnson-Segalmanův a Binghamův. Její tvar je

$$\mathbf{T} + \lambda_1 \left((1 - \xi) \overset{\nabla}{\mathbf{T}} + \xi \overset{\Delta}{\mathbf{T}} \right) = 2\eta \left(\mathbf{D} + \lambda_2 \overset{\nabla}{\mathbf{D}} \right) + 2\tau_0 \overset{\Delta}{\mathbf{D}}, \quad (2.16)$$

kde: \mathbf{T} je nevratná část tenzoru napětí, \mathbf{I} je jednotkový tenzor, p je tlak, λ_1 je relaxační čas [s], skalární parametr ($0 \leq \xi \leq 1$), η dynamická smyková viskozita (Pa.s), λ_2 je retardační čas [s] a τ_0 počáteční smykové napětí [Pa]. Materiálové parametry λ_1 , η , λ_2 a τ_0 jsou nezáporné a jsou obecně funkcemi tokových proměnných. Symboly Δ a ∇ označují v tomto případě derivace tenzoru napětí, tzv. upper convected time derivative a lower convected time derivative, definované dle vztahů

$$\overset{\Delta}{\mathbf{T}} = \frac{d\mathbf{T}}{dt} + \mathbf{L}^T \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L} \quad (2.17)$$

a

$$\overset{\nabla}{\mathbf{T}} = \frac{d\mathbf{T}}{dt} - \mathbf{L} \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T. \quad (2.18)$$

Veličina $\mathbf{L} \equiv \text{grad } \mathbf{v}$ je rychlostní gradient a

$$\mathbf{D} \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (2.19)$$

je tenzor rychlosti deformace. Funkce signum $\overset{\Delta}{\mathbf{D}}$ je definovaná podle

$$\overset{\Delta}{\mathbf{D}} = \mathbf{D} / \sqrt{2\text{tr}\mathbf{D}^2}, \quad (2.20)$$

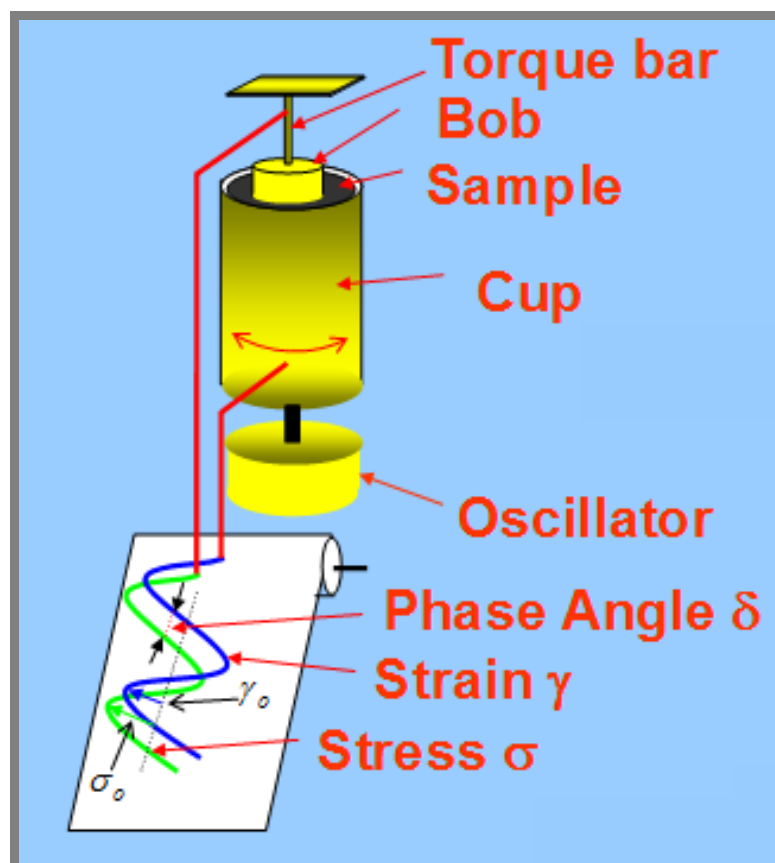
Konstitutivní rovnice má dle (2.20) jediný výraz pro celkový rozsah napětí. Rovnice (2.16) je tedy dostatečně obecný vztah pro napětí \mathbf{T} [32]. Mnoho dobře známých modelů může být odvozeno z tohoto vztahu, jestliže se některé materiálové parametry budou rovnat nule. Příklady jsou uvedeny níže.

V případě, že $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 0$ a $\tau_0 = 0$, je vztah (4.16) redukován na nejjednodušší formu $\mathbf{T} = 2\eta\mathbf{D}$, která reprezentuje chování viskózní newtonské kapaliny [32], ve které se nevyskytují žádné elastické ani plastické vlastnosti. Pro hodnoty konstant $\zeta = 0$ a $\tau_0 = 0$ [32] je konstitutivní rovnice (2.16) redukována na Oldroydův B-model. Jestliže jsou konstanty $\zeta = 0$ a $\tau_0 = 0$ a $\lambda_2 = 0$ rovny nule, jedná se o Maxwellův (UCM, tj. upper convected Maxwell model) model zvaný Maxwell-A, který je kvazi-lineárním modelem pro tok viskoelastické kapaliny. Jestliže u tohoto modelu narůstá relaxační čas, tak roste elasticita kapaliny. Alternativně je Maxwellův model-A nazývaný Maxwell-B model [32], pokud $\zeta = 1$, $\lambda_2 = 0$ a $\tau_0 = 0$. Kompromisem mezi oběma Maxwelliovými modely je Johnson-Segalmanův model, který je lineární kombinací obou modelů a je definovaný podle konstitutivní rovnice (2.16), ve které je $\lambda_2 = 0$ a $\tau_0 = 0$. Binghamův visko-plastický model, viz kap. 2.2.3, bude získán z konstitutivní rovnice (2.16), jestliže budou konstanty $\lambda_1 = 0$ a $\lambda_2 = 0$. Visko-elasticko-plastický model, viz kap. 2.2.4, odvodíme, když $\lambda_2 = 0$ a $\zeta = 0$.

K základním testům lineární viskoelastivity patří relaxace a creep [15]. V případě relaxačního testu uvažujeme neustálený smykový pohyb homogenního a izotropního viskoelastického materiálu. V okamžiku startu experimentu, pro $t = 0$, je materiál dokonale prostý pnutí, tj. $\sigma = 0$. V čase $t = 0$ je materiál okamžitě, tj. s nekonečně vysokou stříhovou rychlostí deformován končeným smykem. Tento smyk $\gamma = \gamma_0$ je dále udržován po neomezenou dobu, tj. $t \geq 0$. Vliv setrvačnosti na prostorový průběh deformace a napětíovou odezvu je zanedbán. Skoková změna deformace je na začátku relaxačního testu charakterizována Heavisidovou funkcí a impulsní změna smykové rychlosti je naproti tomu popsána Diracovou funkcí δ [15]. V důsledku předpokládané linearitě materiálu je amplituda napětíové odezvy přímo úměrná amplitudě γ_0 kinematického vzruchu. Odezvou funkcí relaxačního testu je tzv. relaxační modul [15].

V případě creepového testu se také předpokládá, že v okamžiku startu je testovaný materiál dokonale odpočatý, tj. $\sigma = 0$ pro $t < 0$. V okamžiku startu je materiál podroben konstantnímu napětí, které je udržováno po neomezenou dobu [15]. Vzhledem k předpokládané linearitě deformační odezvy na napětíový vzruch je amplituda smyku úměrná amplitudě napětí a odezvovou funkcí creepového testu je tzv. creepová poddajnost, kterou je možné, podobně jako v případě relaxačního modulu, pokládat za materiálovou funkcí. Jedná se o měření odezvy materiálů na smykové oscilace s kontrolovanou amplitudou napětí, smyku nebo smykové rychlosti. Tyto testy dnes patří mezi běžné reometrické experimenty. Interpretace výsledků se opírá o teorii dynamiky lineárních systémů [15].

Protože předpoklad linearitě zaručuje harmonickou odezvu na harmonický vzruch, není podstatné, který ze signálů – napětí nebo smyk resp. smyková rychlost – je budícím, a který je odezvou [15]. Harmonické průběhy těchto signálů jsou reprezentovány pomocí příslušných komplexních amplitud rovnicemi, ve kterých mají fyzikální význam jen reálné části, viz vztahy (2.21) až (2.23) [15]:



Obr. 2.10 Dynamické testy, tj. odezva materiálu na harmonický vzruch [36]

$$\gamma(t) = \gamma^* e^{i\omega t} = \gamma' \cos(\omega t) + \gamma \sin(\omega t), \quad (2.21)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \dot{\gamma}^* e^{i\omega t} = \dot{\gamma}' \cos(\omega t) + \dot{\gamma}'' \sin(\omega t), \quad (2.22)$$

$$\sigma(t) = \sigma^* e^{i\omega t} = \sigma' \cos(\omega t) + \sigma \sin(\omega t). \quad (2.23)$$

Odezvy na harmonický signál jsou reprezentovány příslušnými impedancemi, tj. komplexním modulem [15]

$$G^*(\omega t) = G' + iG'' = \sigma^* / \gamma^*, \quad (2.24)$$

komplexní poddajností

$$J^*(\omega t) = J' - iJ'' = 1/G^*, \quad (2.25)$$

komplexní viskozitou

$$\eta^*(\omega t) = \eta' - i\eta'' = G^* / (i\omega), \quad (2.26)$$

jejichž reprezentace dvojicemi reálných materiálových funkcí jsou voleny tak, aby materiálové funkce byly nezáporné, tj.

$$J' = G' / |G^*|^2, \quad (2.27)$$

$$J'' = G'' / |G^*|^2, \quad (2.28)$$

a

$$\eta' = G'' / \omega, \quad (2.29)$$

$$\eta'' = G' / \omega, \quad (2.30)$$

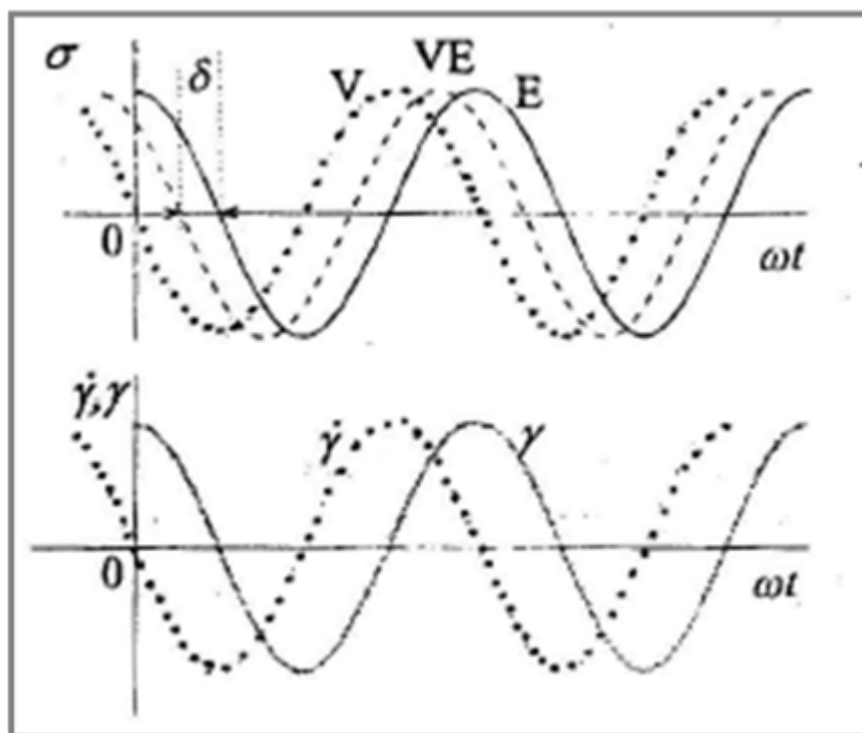
kde

$$|G^*|^2 = G'^2 + G''^2. \quad (2.31)$$

Tyto reálné materiálové funkce je možno v zásadě na sebe vzájemně přepočítávat pomocí tzv. Kramers-Kronigových relací. Veličinou, často užívanou pro vyjádření poměru vazké k elastické komponentě dynamické odezvy, je ztrátový úhel δ [15]

$$\operatorname{tg}(\delta) = G'' / G' = J'' / J' = \eta' / \eta''. \quad (2.32)$$

Na obr. 2.11 jsou ukázány odpovídající průběhy vstupních a odezvných signálů, jejichž statistickým zpracováním se zmíněné materiálové funkce stanovují. Pro newtonskou kapalinu platí, že je $G' = \eta' = 0$, pro hookovský materiál je $G'' = \eta'' = 0$ [15].



Obr. 2.11 Napěťová odezva materiálu při kinematically buzených oscilacích: V – newtonská kapalina, E – hookovský materiál, VE – viskoelastický materiál, δ – ztrátový úhel mezi 0 a $\pi/2$ [15]

2.2.5 Výsledky reometrických měření

V této kap. jsou uvedeny výsledky stanovení meze toku, reometrických měření tokových křivek a viskoelastických charakteristik [63] zejména pro ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, jelikož většina měření a numerických simulací byla provedena právě s tímto typem maziva. Tokové křivky a viskoelastické charakteristiky ostatních vybraných ekologických plastických maziv jsou uvedeny v příloze. Tato měření byla zpracována v rámci grantového projektu GAČR 101/02/0605 a jsou shrnuta ve výzkumné zprávě [62].

Reologické vlastnosti [62] významně ovlivňují užité vlastnosti plastických maziv. Z reologického hlediska jsou plastická maziva považována za tixotropní viskoplastické látky. Mezi jejich nejdůležitější reologické charakteristiky patří mez toku, zdánlivá a plastická viskozita [63]. V případě ekologických, biologicky odbouratelných plastických maziv [63] je situace jiná, protože literární údaje v tomto směru dosud chyběly. Vycházelo se z předpokladu, že obdobně, jako jiná plastická maziva, je bude možno charakterizovat jako viskoplastické látky.

Vzhledem k tomu, že za jeden z nejdůležitějších reologických parametrů viskoplastických látek lze považovat mez toku τ_0 [63], byly proto stanoveny její hodnoty. V další fázi byly za účelem výpočtu konstant reologických stavových rovnic (konstitutivních vztahů) stanoveny tokové křivky v rozsahu smykových rychlostí 0-20 s⁻¹. Na základě zjištění, že sledovaná maziva vykazují rovněž elastickou složku deformace, byla provedena dynamická měření a stanoveny reologické parametry charakterizující viskoelasticitu.

Veškerá reologická měření byla provedena pomocí rotačního reometru RheoStress 300 (ThermoHaake, Karlsruhe, SRN) v uspořádání kužel-deska (kužele o průměrech 35 a 60 mm a doplňkových úhlech reometru 4° a 1°). Souosé válce nemohly být použity vzhledem k tuhé konzistenci sledovaných maziv, především u Mogulu EKO L1 a Plantogelu 2S [63].

Mez toku byla stanovena v tzv. režimu CR (Controlled Rate), ve kterém je nezávislou veličinou smyková rychlost, tj. měří se materiálová odezva smykového napětí τ [Pa]. Mez toku byla při tomto režimu stanovena jako maximální hodnota smykového napětí na časové ose při konstantní smykové rychlosti 0,5 s⁻¹ a při teplotách 15°, 25° a 35°C u vzorků Mogul EKO L1, Plantogel 1A a Aralub BAB RC 1. Výsledky jsou uvedeny v tab. 2.1. Stanovení meze toku u dalších vzorků bylo provedeno v režimu CR a rozšířeném teplotním rozsahu. Výsledky jsou uvedeny v tab. 2.2.

Tab. 2.1 Hodnoty meze toku stanovené v režimu CR (Controlled Rate) pro ekologická plastická maziva Mogul Eko-L1, Plantogel 1A a Aralub BAB RC 1 [63]

plastické mazivo	mez toku (Pa)		
	teplota (°C)		
	15	25	35
Mogul EKO L1	850	810	690
Plantogel 1A	800	720	660
Aralub BAB RC 1	570	460	400

Tab. 2.2 Hodnoty meze toku stanovené v režimu CR (Controlled Rate) pro ekologická plastická maziva Aralub BAB RC 1, Mogul EKO L-1, Plantogel 2S, Plantogel 000S [63]

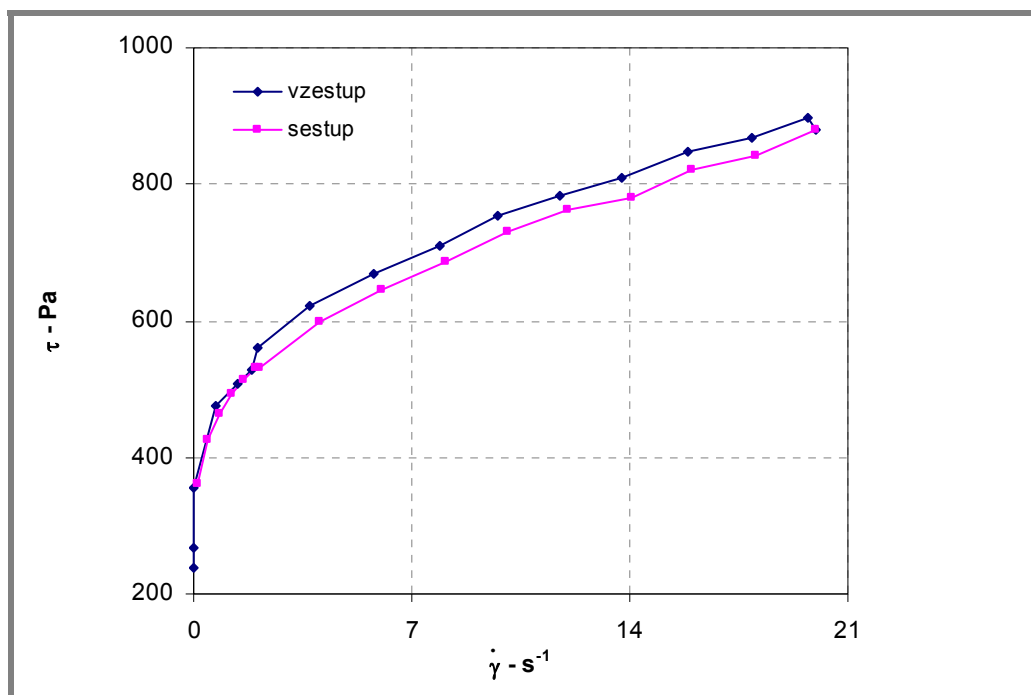
plastické mazivo	mez toku (Pa)			
	teplota (°C)			
	-10	0	10	20
Aralub BAB RC 1	1130	875	705	475
Mogul EKO L1	1620	1370	1170	1010
Plantogel 2S	2320	1930	1650	1330
Plantogel 000S	46	38	33	28

Tab. 2.3 Hodnoty meze toku stanovené v režimu CS (Controlled Stress) pro ekologická plastická maziva Aralub BAB RC 1, Mogul EKO L-1, Plantogel 2S, Plantogel 000S [63]

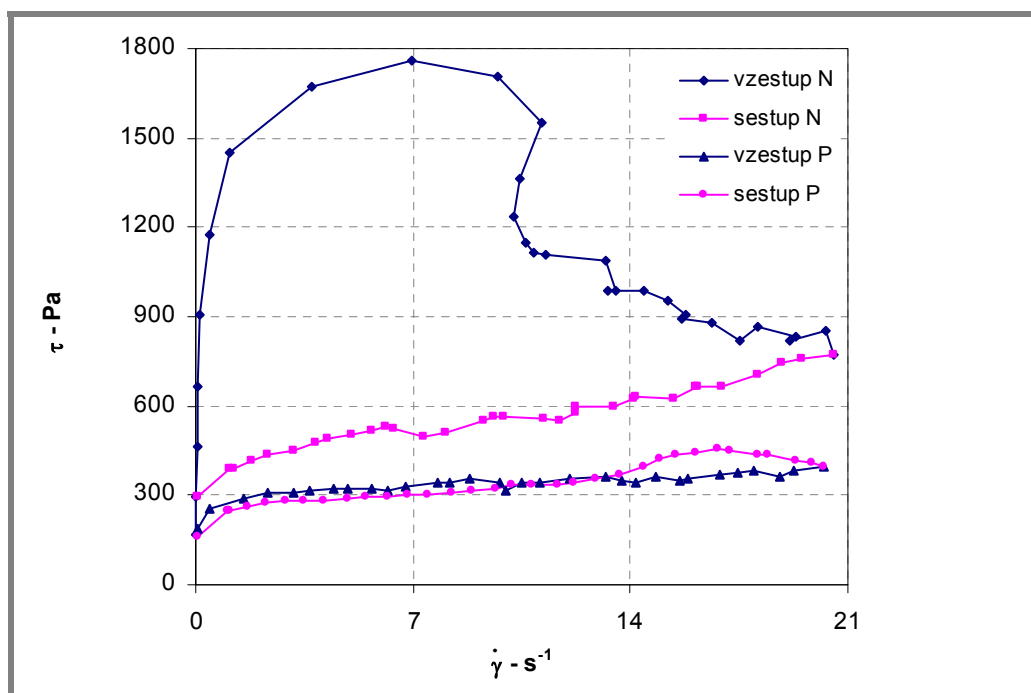
plastické mazivo	mez toku (Pa)
	teplota (°C)
	20
Aralub BAB RC 1	554
Mogul EKO L1	897
Plantogel 2S	567
Plantogel 000S	20

Mez toku byla také stanovena v měřicím režimu CS (Controlled Stress), který je dosud nejpřesnějším způsobem stanovení této hodnoty [63]. V tomto případě bylo na sledovanou látku v reometru postupně aplikováno definované smykové napětí a určen okamžik, kdy se rotor reometru začne otáčet, tj. nezávislá proměnná bylo smykové napětí, závislou proměnnou byla smyková rychlost, viz tab. 2.3.

U stejných vzorků, jaké jsou uvedeny v tab. 2.1, byly při teplotách 20°, 10° a 0 °C a v rozmezí smykových rychlostí 0 až 20 s⁻¹ stanoveny tokové křivky [63]. Časový průběh měření, tj. zvyšování a opětovné snižování smykových rychlostí, délka zotavovacího času byl zvolen s ohledem na tixotropii sledovaných maziv. Na obr. 2.12 a 2.13.



Obr. 2.12 Tokové křivky ekologického plastického maziva Plantogel 2S, $t = 10,6-10,7^{\circ}\text{C}$; prohnětené mazivo [63]



Obr. 2.13 Tokové křivky ekologického plastického maziva Plantogel 2S, $t = 20-20,1^{\circ}\text{C}$; N – neprohnětené mazivo, P – prohnětené mazivo [63]

Stanovené byly reologické parametry (smykové napětí a zdánlivá viskozita) zejména pro stavovou rovnici Herschel-Bulkleyho [62]. Nízké hodnoty exponentu toku n a vysoké hodnoty meze toku charakterizují viskoplasticitu sledovaných maziv, viz příloha B.

Jak bylo již uvedeno [63], při stanovení tokových křivek i rovnovážných smykových napětí bylo zjištěno, že v důsledku působení smykového namáhání dochází k vytlačování vzorku ze štěrbin reometru, což samozřejmě významně ovlivňuje naměřené hodnoty smykových a normálových napětí. Tato skutečnost vedla k domněnce, že měřená ekologická viskoplastická maziva vykazují kromě předpokládaných viskoplastických vlastností také elastickou složku deformace. Z tohoto důvodu byly stanoveny rovněž viskoelastické charakteristiky, protože viskoelastická výrazně ovlivňuje praktické využití sledovaných plastických maziv v důsledku působení normálových napětí, jedná se o tzv. Weissenbergův efekt.

Viskoelastické charakteristiky [63], tj. komplexní elasticita G^* , paměťový modul G' charakterizující elastickou složku deformace, ztrátový modul pružnosti G'' charakterizující viskózní složku deformace a fázový posun δ byly stanoveny v režimu CS (Controlled Stress) pomocí dynamických oscilačních testů, viz kap. 2.2.4, kdy je sledovaná látka v reometru vratně namáhána vynucenými oscilacemi. Na vzorek je postupně vkládáno napětí τ [Pa] a měří se materiálová odezva. Z fázového posunu obou sinusových křivek se vyhodnocují elastické a viskózní parametry. Jak už bylo řečeno v kap. 2.2.4, pro fázový posun křivek buzení a odezvy $\delta = 90^\circ$ se jedná o čistě viskózní látku. V případě, že je velikost fázového posunu $\delta = 0^\circ$, hovoříme o elastických látkách.

Viskoelastické parametry byly stanoveny při teplotě 20°C v rozsahu napětí 0-1700 Pa a při frekvenci $\omega = 1$ Hz v oblasti lineární viskoelasticity, viz kap. 2.2.4. Důležitá hodnota charakterizující viskoelasticitu je bod, ve kterém hodnota ztrátového modulu G'' převyšuje hodnotu paměťového modulu G' , tzn., kdy viskozita převyšuje elasticitu (jedná se o hranici viskoelasticity), viz tab. 2.4.

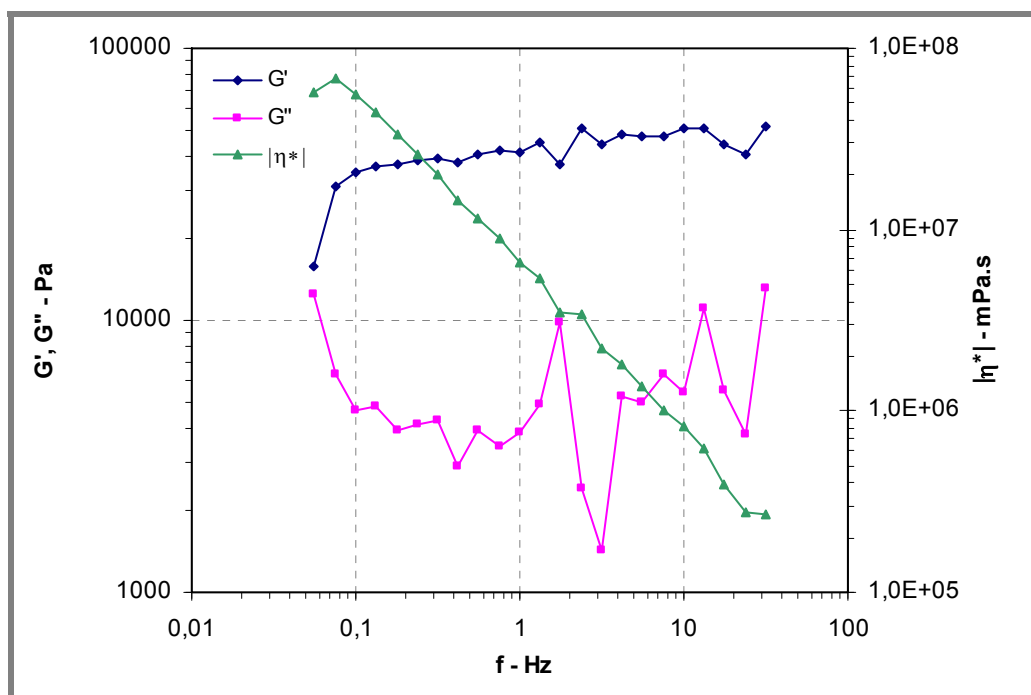
Tab. 2.4 Hodnoty paměťového modulu G' , komplexního modulu elasticity $|G^*|$ a komplexní viskozity $|\eta^*|$ na hranici viskoelasticity [63]

plastické mazivo	průsečík G'/G''			
	τ (Pa)	G' (Pa)	$ G^* $ (Pa)	$ \eta^* $ (Pa.s)
Aralub BAB RC 1	310	1800	2560	4080
Mogul EKO L1	1080	2140	2320	3690
Plantogel 2S	1650	2600	3770	6000
Plantogel 000S	10	40	105	165

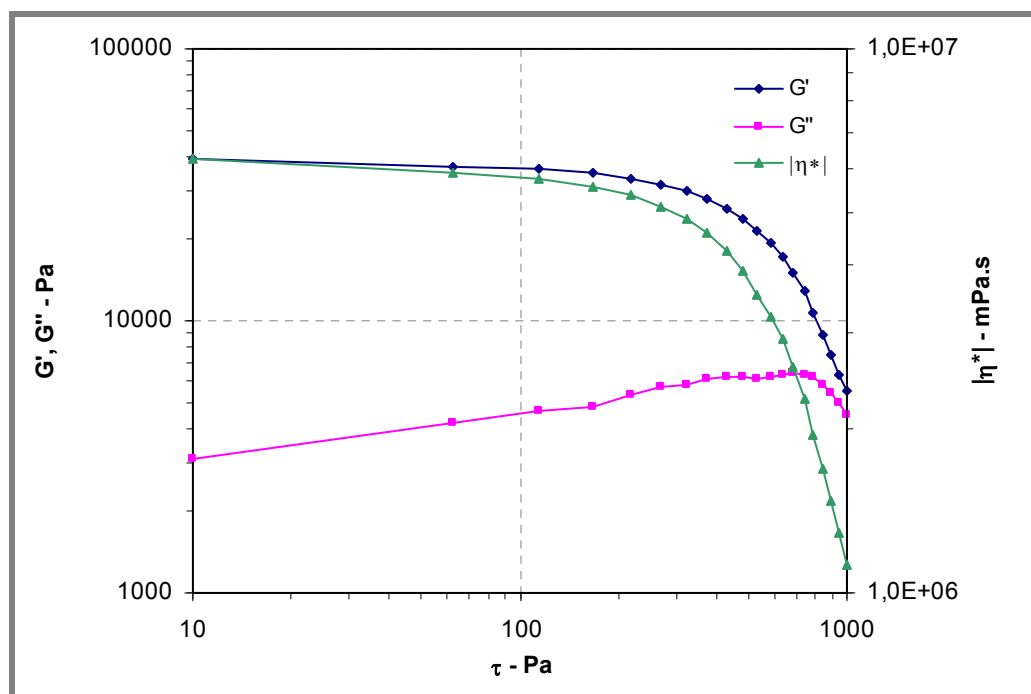
Ze zjištěných výsledků je patrné [63], že všechny sledované vzorky vykazují elastickou složku deformace, přičemž nejvyšší viskoelasticitu a komplexní viskozitu vykazují plastická maziva Plantogel 2S a Modul EKO L1 a naopak nejnižší Plantogel 000S.

Dle [63] z výsledků experimentálních měření vyplývá, že sledovaná ekologická biologicky odbouratelná plastická maziva jsou z reologického hlediska tixotropní viskoplastické látky s významnou elastickou složkou, což je nutno vzít v úvahu nejen při stanovení jejich reologických charakteristik, ale i při jejich praktickém použití. Toto zjištění lze dle [63] považovat za původní.

Při reologické analýze nebyl v měrném systému kužel-deska zjištěn vliv velikosti poloměru a úhlu měrných elementů [63].



Obr. 2.14 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 2S; závislost paměťového modulu G' , ztrátového modulu G'' a komplexní viskozity $|\eta^*|$ na frekvenci oscilačních změn napětí [63]



Obr. 2.15 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 2S; závislost paměťového modulu G' , ztrátového modulu G'' a komplexní viskozity $|\eta^*|$ na smykovém napětí při frekvenci oscilačních změn 1 Hz [63]

2.3 Neustálený laminární tok viskózních kapalin

2.3.1 Tok viskózních kapalin – časový prostor

K řešení dynamických jevů v časovém prostoru (zejména v potrubí) se dnes nejčastěji používají metody charakteristik, metoda Lax-Vendroff, případně metoda typu Runge-Kutta 4. řádu [19]. Principem všech těchto numerických metod je, rozdělení trubice, ze kterých je systém složen na malé úseky, následně se pro každý úsek trubice sestaví rovnice kontinuity a rovnice rovnováhy, které se příslušnou numerickou metodou řeší. Při výpočtu tlakových a průtokových pulsací kapaliny je zapotřebí řešit rovnici silové rovnováhy a rovnici kontinuity.

Visko-plastická kapalina

Pohybová rovnice popisující laminární tok kapaliny uvnitř dlouhé trubice kruhového průřezu byla odvozena z Cauchyho tvaru pohybových rovnic [1], [3]. Tato pohybová rovnice je v axiálním směru, ve válcových souřadnicích, vyjádřena pro obecnou kapalinu ve tvaru [60]

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\phi z}}{\partial \phi} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \rho g_z, \quad (2.33)$$

kde: d/dt je substantivní derivace, \mathbf{u} je axiální část rychlosti [m/s], p je tlakové pole [Pa], τ_{rz} je smykové napětí působící na obvodový povrch v axiálním směru [Pa], τ_{zz} je normálové podélné napětí působící na kapalinu [Pa], ρ je měrná hmotnost kapaliny [kg/m^3], g_z je axiální část tíhového zrychlení [m/s^2], z je axiální souřadnice [m], r je radiální souřadnice [m], t je čas [s].

Uvažujeme případy, kdy je axiální část tíhového zrychlení $g_z = 0$. Axiální rychlost kapaliny je funkcí času, t , a radiální souřadnice, r . Rovnice (5.1) je dle předpokladu jednorozměrného toku a symetrie problému redukována v radiálním a obvodovém směru, tj.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad \text{a} \quad \frac{\partial p}{\partial \phi} = 0. \quad (2.34)-(2.35)$$

Uvažováním vztahů (2.34) a (2.35) upravíme pohybovou rovnici (2.33) a získáme její výsledný tvar

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) \right), \quad (2.36)$$

který dále použijeme k numerickému řešení neustáleného toku binghamské visko-plastické kapaliny, viz kap. 4.1. Pohybovou rovnici doplníme o rovnici kontinuity stlačitelné kapaliny [1]

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.37)$$

kde: ρ je měrná hmotnost kapaliny [Pa]. Rovnici kontinuity upravíme s využitím vztahu pro rychlost zvuku v tekutině [1]

$$dp = c^2 d\rho \quad (2.38)$$

na tvar

$$\frac{dp}{dt} + c^2 \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.39)$$

a po nahrazení $c^2 \rho$ modulem objemové pružnosti kapaliny obdržíme vztah v tomto tvaru

$$\frac{dp}{dt} + K \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.40)$$

který pro případ jednorozměrného proudění v dokonale tuhém potrubí kruhového průřezu konstantního průměru upravíme na tvar

$$\frac{\partial p}{\partial t} + K \frac{\partial u_s}{\partial z} = 0, \quad (2.41)$$

kde: u_s je střední rychlost kapaliny v trubici [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]. Tento vztah použijeme při vlastním numerickém řešení nestacionárního toku visko-plastické binghamské kapaliny, viz kap. 4.1.

Visko-elasticko-plastická kapalina

V této podkapitole je uvedeno odvození pohybové rovnice popisující neustálý oscilační tok nestlačitelné visko-elasticko-plastické kapaliny mezi dvěma rovnoběžnými deskami. Toto odvození bylo spolu s obecnou konstitutivní rovnicí (2.16), viz kap. 2.2.4, publikováno ve článku [32]. Výsledné vztahy jsou použity k numerickému řešení toku plastického maziva, k určení rychlostního profilu, které je programově zpracováno v prostředí MATLAB, viz kap. 6.3. Do numerických vztahů jsou dosazeny reologické konstanty plastického maziva Plantogel 2S, které byly získány experimentálně, viz kap. 2.2.5 a příloha B.

Výchozí systém rovnic [32] tvoří rovnice kontinuity, jejichž tvar je pro nestlačitelnou kapalinu následující

$$\text{div } \mathbf{v} = 0 \quad (2.42)$$

a rovnice silové rovnováhy ve tvaru [32]

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{\rho} \text{div } \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}, \quad (2.43)$$

kde ρ je měrná hmotnost látky [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$], \mathbf{v} je rychlost, $\boldsymbol{\sigma}$ Cauchyho napětíový tenzor, \mathbf{f} je výslednice objemových sil a d/dt označuje derivaci. Rovnováha momentu hybnosti vyžaduje, aby byl tenzor napětí symetrický, tj. $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$. Cauchyho napětíový tenzor smí být rozdělen na dva členy, viz kap. 2.2.3, vztah (2.3).

System rovnic je uzavřen obecnou konstitutivní rovnicí (2.16), viz kap. 2.2.4, ve které položíme konstanty $\lambda_2 = 0$ a $\xi = 0$. Tzn., že její tvar bude

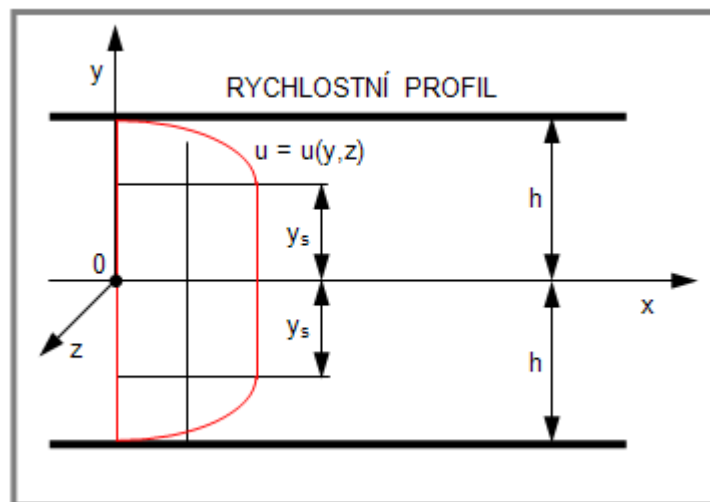
$$\mathbf{T} + \lambda_1 \overset{\nabla}{\mathbf{T}} = 2\eta \mathbf{D} + 2\tau_0 \hat{\mathbf{D}} \quad (2.44)$$

kde jak už bylo řečeno, viz kap. 2.2.4, představuje λ_1 relaxační čas, η dynamickou viskozitu a τ_0 počáteční smykové napětí. Rovnice (2.44) tedy obsahuje jeden elastický parametr.

Funkce signum [32] definovaná dle vztahu (2.20), viz kap. 2.2.4, je doplněna o nezápornou konstantu ε malé hodnoty, tj.

$$\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{D} / \sqrt{\varepsilon + 2\text{tr}\mathbf{D}^2} . \quad (2.45)$$

Na jedné straně nabízí zavedení konstanty ε způsob [32], jak se vyhnout dělení nulou, jestliže $\mathbf{D} \rightarrow 0$. Na druhé straně, a to je důležitější, má konstitutivní rovnice jediný výraz pro celkový rozsah napětí. V numerických výpočtech bude ε zvolené tak malé, aby bylo zaručeno stabilní numerické řešení a bez podstatného vlivu na vypočítané hodnoty rychlosti.



Obr. 2.16 Neustálý tok visko-elasticko-plastické kapaliny mezi dvěma rovnoběžnými deskami

S kartézskými souřadnicemi (x, y, z) a vektorem rychlosti $\mathbf{v} = (u, v, w)$ jsou kinematická omezení [32] pro neustálý rovinný smykový tok mezi dvěma rovnoběžnými deskami dána vztahy

$$v = w = 0 \quad (2.46)$$

a

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 . \quad (2.47)$$

Směr toku je reprezentován souřadnicí x . Ostatní souřadnice y a z definují směry s nulovou rychlostí toku [32], viz vztah

$$\mathbf{v} = (u, v, w) = (u(y, z), 0, 0). \quad (2.48)$$

Směr y je kolmý na rovnoběžné desky. V tomto případě je racionální předpokládat, že tenzor smykového napětí může mít tvar

$$\mathbf{T}(y, t) = \begin{pmatrix} T_{11}(y, t) & T_{12}(y, t) & 0 \\ T_{12}(y, t) & T_{22}(y, t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.49)$$

Dosazením rovnic (2.48), (2.49) a (2.44) do pohybové rovnice (2.43) a zahrnutím vnějších objemových sil do tlakového pole obdržíme vztahy

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial T_{12}}{\partial y}, \quad (2.50)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial T_{22}}{\partial y} \quad (2.51)$$

a

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z}. \quad (2.52)$$

Kromě toho [32], dosazením rovnic (2.48) a (2.49) do konstitutivního vztahu (2.44) spolu s definicemi (2.44) a (2.45), získáme vztahy

$$T_{11} + \lambda_1 \left(\frac{\partial T_{11}}{\partial t} - 2T_{12} \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0, \quad (2.53)$$

$$T_{12} + \lambda_1 \left(\frac{\partial T_{12}}{\partial t} - T_{22} \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \eta \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_0 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) / \sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2} \quad (2.54)$$

a

$$T_{22} + \lambda_1 \frac{\partial T_{22}}{\partial t} = 0. \quad (2.55)$$

Důsledkem rovnice (2.52) je to [32], že napětí $T_{22} = 0$. Substitucí tohoto vztahu do rovnic (2.50) až (2.52) obdržíme

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = p_x(t), \quad -\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad -\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.56)-(2.58)$$

kde $p_x(t)$ je pouze funkce času t a označuje záporný tlakový gradient. Eliminací T_{12} z (2.50) a (2.54) a derivací s podmínkou $T_{22} = 0$ a (2.56) obdržíme [32] diferenciální rovnici pro rychlost toku

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda_1 \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = p_x + \lambda_1 \frac{dp_x}{dt} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \tau_0 \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) / \sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2} \right]. \quad (2.59)$$

Vyšetříme tok plastického maziva mezi dvěma konečnými deskami umístěnými ve vzdálenostech $y = \pm h$ od počátku souřadného systému, viz obr. 2.16. Tok maziva je poháněn oscilačním tlakovým gradientem [32]

$$p_x(t) = p_{x0} + p_{x1} \cos(\omega t). \quad (2.60)$$

Zavedeme bezrozměrná kritéria [32]

$$\bar{y} = \frac{y}{h}, \quad \bar{t} = \omega t, \quad \bar{p}_x = \frac{p_x}{p_{x0}}, \quad \bar{u} = u / \left(\frac{p_{x0}}{\rho \omega} \right) \quad (2.61)-(2.64)$$

a poté diferenciální rovnici (2.59) upravíme na tvar

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \Lambda_1 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{t}^2} = 1 + a \cos \bar{t} - \Lambda_1 a \sin \bar{t} + \Lambda_0 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \Lambda_3 \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) / \sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right)^2} \right], \quad (2.65)$$

ve které z důvodu zjednodušení zápisu zavedeme proměnné

$$\Lambda_0 = \frac{\eta}{\rho \omega h^2}, \quad \Lambda_1 = \lambda_1 \omega, \quad \Lambda_3 = \frac{\tau_0}{h p_{x0}} \quad \text{a} \quad a = \frac{p_{x1}}{p_{x0}}. \quad (2.66)-(2.69)$$

Nyní výslednou diferenciální rovnici (2.65) „upravíme“ na tvar, který dále využijeme k numerickému řešení.

2.3.2

2.3.2 Tok viskózních kapalin – frekvenční oblast

K řešení toku kapalin ve frekvenční oblasti lze s výhodou použít metodu přenosových matic [19]. Tato metoda je založena na Laplaceově transformaci podle času v linearizovaných rovnicích kontinuity, rovnováhy a okrajových podmínkách. V této lineární teorii, na rozdíl od teorie nelineární, lze spatřovat základní inspiraci k ovlivňování dynamických vlastností hydraulického systému.

Při použití této metodiky k řešení dynamiky hydraulického obvodu je možno zadat budící funkci ve tvaru Fourierovy rady a řešit odezvu matematického modelu hydraulické trati na tuto budící funkci, tj. hodnotu nestacionárního tlaku a průtoku.

Přenosová matice systému trubice - newtonská kapalina

V publikaci [19] je uveden tvar přenosové matice pro výpočtové modelování tlakových a průtokových pulsací ve větvených hydraulických obvodech. Tento tvar přenosové matice je platný pro neustálý tok newtonské stlačitelné kapaliny v trubici s elastickými vlastnostmi a tlumením. Tato matice byla získána řešením linearizované rovnice silové rovnováhy makroskopické částice

$$\rho \frac{dQ}{dt} + bQ + S \frac{\partial p}{\partial x} = \rho Sg \quad (2.70)$$

a rovnice kontinuity [19]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{S}{K} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{K} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2.71)$$

pomocí Laplaceovy transformace. Význam veličin uvedených v rovnicích (2.70) a (2.71) je takovýto: Q je průtok trubici [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$], b je tlumení na odporu [$\text{Pa} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-3}$], ρ je měrná hmotnost kapaliny [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], S je průřez trubice [m^2], K je modul objemové pružnosti kapaliny [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$]. Řešení těchto rovnic pro přímý úsek potrubí lze nalézt ve tvaru přenosové matice. Obecný tvar této přenosové matice je [19]

$$\mathbf{P}_T = \begin{bmatrix} P_{11}(x,s) & P_{12}(x,s) \\ P_{21}(x,s) & P_{22}(x,s) \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

Konečný tvar přenosové matice systému trubice-newtonská stlačitelná kapalina má po vyřešení uvedené soustavy rovnic (2.70) a (2.71) tvar [19]

$$\mathbf{P}_T = \begin{bmatrix} ch(\lambda x) & -\frac{\gamma}{\lambda} sh(\lambda x) \\ -\frac{\mu}{\lambda} sh(\lambda x) & ch(\lambda x) \end{bmatrix}. \quad (2.73)$$

kde: λ , μ a γ jsou veličiny zavedené z důvodu zjednodušení zápisu.

$$\gamma = \frac{s}{C}, \quad \mu = \frac{B}{A} \quad \text{a} \quad \lambda^2 = \gamma \cdot \mu = \frac{s \cdot B}{A \cdot C} \quad (2.74)-(2.76)$$

Veličiny A , B a C ve vztazích (2.74) až (2.76) mají tvar

$$A = \frac{S}{\rho} + (2 \cdot \nu + \xi) \cdot \frac{S \cdot s}{\nu^2 \cdot \rho}, \quad B = s - \frac{\nu^2}{R^4} \cdot \psi \quad \text{a} \quad C = \frac{\nu^2 \cdot \rho}{S} \quad (2.77)-(2.79)$$

Význam veličin uvedených v (2.77) až (2.79) je následující: s je argumentem Laplaceovy transformace, ν je kinematická viskozita [$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$], ν je rychlost zvuku v kapalině pro trubici s elastickými vlastnostmi a tlumením [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], ψ je obraz paměťové funkce ztrátového součinitele pro nestacionární průtok [19]

$$\psi(s) = \frac{R^4}{\nu^2} \cdot \frac{2 \cdot s \cdot J_1 \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right)}{2 \cdot J_1 \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right) - R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \cdot J_0 \left(R \cdot i \cdot \sqrt{\frac{s}{\nu}} \right)}, \quad (2.80)$$

kde: R je poloměr trubice [m], J_0 je Besselova funkce prvního druhu a nultého řádu, J_1 je Besselova funkce prvního druhu a prvního řádu. V kap. 6.2 je blíže popsána

aplikace metody přenosových matic k určení rychlosti zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S pomocí programu F-A char.

Přenosová matice systému trubice – binghamská kapalina

Odvození přenosové matice pro trubici se stlačitelnou visko-plastickou binghamskou kapalinou je značně problematické. Nadějně se zdají být výpočtové vztahy, které byly publikovány ve článku [30] pro stanovení neustáleného toku zobecněné binghamské kapaliny s pamětí v pohyblivé trubici. Tyto vztahy lze upravit pro tok binghamské visko-plastické kapaliny bez paměti a pro nepohyblivou trubici.

Reologický vztah pro zobecněnou binghamskou kapalinu s pamětí, který spojuje rychlostní a napět'ové pole je konstitutivní rovnice ve tvaru [30]

$$\sigma_{r,z}(r,t) + \mu \frac{\partial}{\partial r} v(r,t) - \tau_0 + \chi \int_0^t e^{-\varepsilon(t-\tau)} \sigma_{r,z}(r,\tau) d\tau + \mu_1 \int_0^t e^{-\varepsilon_1(t-\tau)} \frac{\partial}{\partial r} v(r,\tau) d\tau = 0, \quad (2.81)$$

kde: $v(r,t)$ je rychlostní pole uvnitř kapaliny, $\sigma_{r,z}(r,t)$ je napět'ové pole, μ označuje Binghamovu viskozitu, χ je amplituda pamět'ového jevu v napět'ovém poli a ε je součinitelem tlumení pro tento pamět'ový jev; μ_1 je amplituda pamět'ového jevu u rychlostního pole, ε_1 je součinitelem tlumení pro jmenovaný pamět'ový jev a τ_0 označuje mez toku (plasticity) binghamské kapaliny. Jestliže $\chi = 0$, $\varepsilon \rightarrow \infty$, $\mu_1 = 0$ a $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$, bude se rovnice (2.81) redukovat na standardní Binghamovu reologickou rovnici, viz kap. 2.2.3 vztah (2.5).

Ke stanovení neznámých veličin $v(r,t)$ a $\sigma_{r,z}(r,t)$ je zapotřebí reologickou rovnici (2.81) doplnit pohybovou rovnicí [30]

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} v(r,t) + \frac{d}{dz} P(z) + \frac{\sigma_{r,z}(r,t) + r \frac{\partial}{\partial r} \sigma_{r,z}(r,t)}{r} = 0. \quad (2.82)$$

Tato rovnice již byla uvedena v podobném tvaru v kap. 2.3.1, viz vztah (2.33). Nyní rovnice (2.81) a (2.82) doplníme o počáteční a okrajové podmínky. V časovém okamžiku $t = 0$ uvažujeme, že je kapalina zcela relaxována a její rychlost bude mít tvar [30]

$$v(r,0) = 0 \quad (2.83)$$

a napětí [30]

$$\sigma_{r,z}(r,t) = 0. \quad (2.84)$$

Naproti tomu bude okrajová podmínka pro pohyblivou trubici ve tvaru [30]

$$v(a,t) = v e^{-\delta t}, \quad (2.85)$$

kde: v je počáteční rychlost a δ je součinitel útlumu pro tuto rychlost. Nyní lze analyticky řešit systém rovnic (2.81) a (2.82) s počátečními podmínkami (2.83) a (2.84) a okrajovou podmínkou (2.85). Řešení matematického problému daného vztahy (2.81) a (2.82) lze najít efektivně s pomocí Laplaceovy transformace.

Výsledné vztahy jsou za výše uvedeného předpokladu $\chi = 0$, $\varepsilon \rightarrow \infty$, $\mu_1 = 0$ a $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$, tj. pro visko-plastickou binghamskou kapalinu, následující. Explicitní vztah pro rychlostní pole $v(r,t)$ má tvar [30]

$$v(r,t) = \frac{1}{4} \frac{(-4a + 4r)\tau_0}{\mu} + \frac{1}{4} \frac{(r^2 - a^2) \frac{d}{dz} P(z)}{\mu} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{\alpha_n r}{a}\right) \left(2 \left(\frac{d}{dz} P(z) \right) a + \pi \tau_0 \alpha_n H_0(\alpha_n) \right) e^{-\frac{\alpha_n^2 \mu t}{\rho a^2}}}{\mu J_1(\alpha_n) \alpha_n^3} \quad (2.86)$$

a vztah pro napěťové pole má tvar [30]

$$\sigma_{r,z}(r,t) = -\frac{1}{2} \left(\frac{d}{dz} P(z) \right) r + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1\left(\frac{\alpha_n r}{a}\right) \left(2 \left(\frac{d}{dz} P(z) \right) a + \pi \tau_0 \alpha_n H_0(\alpha_n) \right) e^{-\frac{\alpha_n^2 \mu t}{\rho a^2}}}{\alpha_n^2 J_1(\alpha_n)}. \quad (2.87)$$

Význam veličin v rovnicích (2.86) a (2.87) je takovýto: a je vnitřní poloměr trubice kruhového průřezu [m], r je obecný poloměr trubice [m], $P(z)$ je tlakový spád v trubici [Pa], α_n jsou nuly Besselovy funkce prvního druhu nultého řádu J_0 , H_0 označuje funkci Struve nultého řádu, t je čas [s] a ρ má význam měrné hmotnosti kapaliny [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$].

2.4 Genetické algoritmy

2.4

2.4.1 Úvod

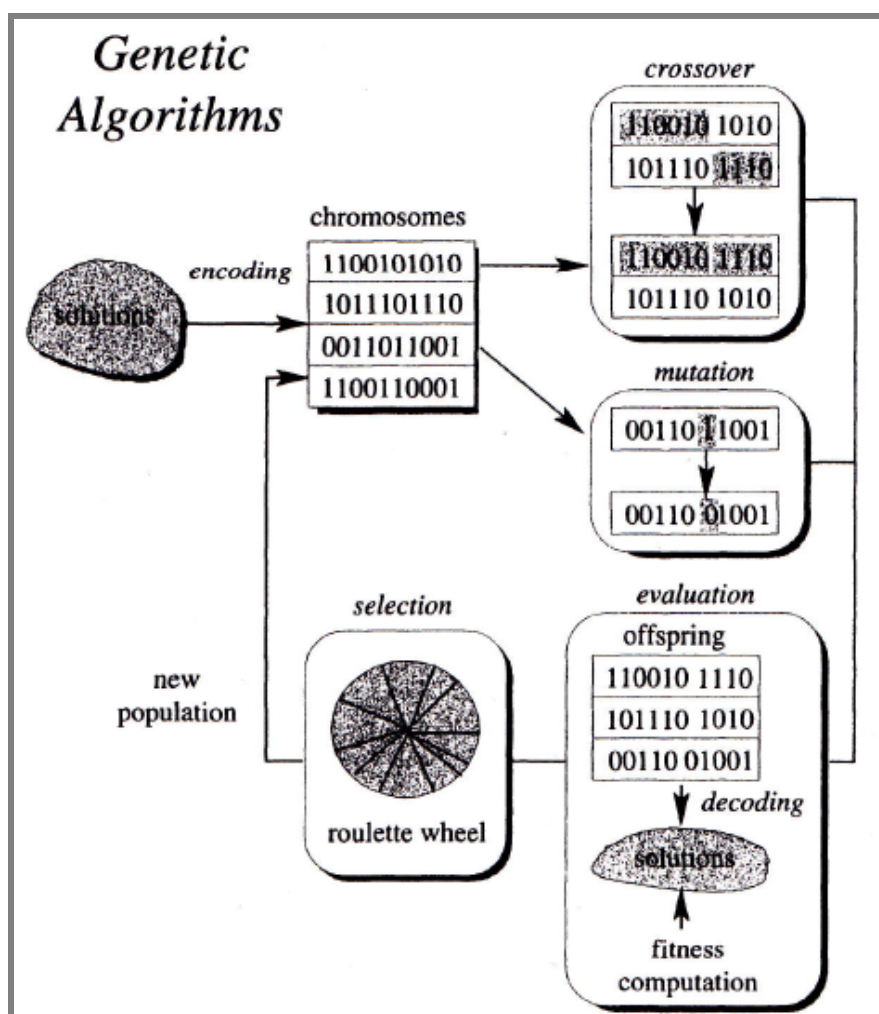
2.4.1

Genetické algoritmy, dále jen GA, jsou prohledávací algoritmy založené na mechanismu Darwinova přirozeného výběru a Mendelovy dědičnosti. Kombinují adaptivní a evoluční vývoj organismu s funkční optimalizací [21]. Tento typ evolučních algoritmů patří do skupiny smíšených algoritmů [5], která je tvořena metodami deterministickými a stochastickými.

Algoritmy smíšeného charakteru jsou robustní, tzn., že nezávisle na počátečních podmínkách velmi často naleznou kvalitní řešení, které je reprezentováno obvykle jedním či více globálními extrémy. Tyto algoritmy jsou efektivní a výkonné, liší se od čistě stochastických metod, mají minimální nebo žádné požadavky

na předběžné informace a mohou pracovat s problémy typu „černá skříňka“, tzn., že nepotřebují ke své činnosti analytický popis. Optimalizace pomocí genetických algoritmů je vhodná na problémy „bez omezení“ velikosti jejich prostoru možných řešení.

Paralelní genetické algoritmy (PGA – Parallel Genetic Algorithms) jsou výkonné stochastické prohledávací strategie inspirované přírodou, dovolující řešit větší a složitější problémy, přičemž často vedou rychleji k řešení a současně konvergují i k lepším výsledkům [21], než je tomu u GA. Používají se tři modely PGA: (a) farmářský, tj. fading model, (b) migrační a (c) difusní model. Někdy se pro poslední dva typy PGA používá název distribuované genetické algoritmy (DGA). PGA pracují s nezávislými podmnožinami jedinců (populacemi), v nichž probíhá simulovaná evoluce částečně izolovaně [21].



Obr. 2.17 Základní struktura genetického algoritmu (GA) – binární reprezentace jedinců v populaci [6]

Tvar GA byl popsán Goldbergem [6]. Princip GA uvedeného na obr. 2.17 lze stručně popsat následovně. Množina chromozómů, v binární reprezentaci, představuje možná řešení optimalizačního problému. Nad těmito chromozómy jsou prováděny operace křížení a mutace. Na jejich základě vznikají nové chromozómy, tzv. potomci.

Mutace má ve (standardních) GA velmi jednoduchou základní podobu [4]. Nad každým bitem v celé populaci, a těch je $N.L$, je proveden náhodný experiment s pravděpodobností úspěchu rovnou P_m , viz obr. 2.17. Hodnota N určuje počet chromozómů, tj. jedinců v populaci a L jejich délku. Vyjde-li pozitivní výsledek, pak bude příslušný bit invertován. Příliš velká pravděpodobnost mutace P_m způsobuje nestabilitu vývoje populace a příliš malá mutace nedokáže přinášet dostatek nových informací pro další vývoj.

Operátor křížení (*crossing over*) je charakteristický pro GA a představuje pro ně základní operátor pro evoluci populace [4]. Existuje řada variant křížení, např. bodové křížení nebo jednotné křížení. Základem je náhodný výběr dvojice jednotlivců, u kterých dochází k výměně genové informace tak, že od bodu křížení dojde k výměně genů.

Noví jedinci a původní (rodiče) jsou hodnoceni pomocí účelové funkce (fitness) a dle určité výběrové strategie jsou vybírání do nové populace [21].

Náhrada generací představuje postup, jak ze smíšené množiny „rodičů“ a „potomků“ vybrat množinu [4], která bude v dalším vývoji považována za novou populaci. V této náhradě je zpravidla zajištěn konstantní rozsah populace. Zpravidla se hovoří o dvou typech vývojových strategií:

- **generační** (*generational evolution*), kdy jde o úplnou náhradu jedné populace populací následující představující analogii životního cyklu jednoletých rostlin.
- **postupné** (*steady state evolution*), při níž změny podstupuje jen malá část populace a rodiče koexistují se svými potomky (model vývoje déle žijících živočichů a víceletých rostlin).

K provedení náhrady generací slouží selekce [21]. Selekčních algoritmů a jejich modifikací je celá řada. Nejčastěji používané algoritmy, které poskytují použitelné výsledky, jsou: proporcionální selekce (roulette wheel selection), truncation selekce, lineární a exponenciální ranking a turnajová selekce. Mechanismus selekce, ať je jakýkoliv, nezaručuje postup nejlepšího jedince do nové generace [4]. Elitismus je jednoduchá technika, kterou je vybrán určitý počet nejlepších jedinců, a ti postupují do nové generace přímo.

Průběh smyčkou algoritmu simuluje vývojový čas. Běh algoritmu je ukončen, jakmile je splněna určitá podmínka [4]. Např. je stanoven pevný počet iterací algoritmu.

2.4.2 Použití GA a PGA k návrhu progresivních systémů

2.4.2

K návrhu progresivních rozdělovačů a progresivních systémů lze s výhodou použít GA a PGA. V kap. 7.1 je nejprve prezentována implementace GA k softwarovému návrhu progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D [72]. Jsou zde dále uvedeny výsledky optimalizace progresivního rozdělovače ZP-A dle zadaných vstupních podmínek. V kap. 7.2 je představena implementace PGA k počítačovému návrhu progresivních systémů s rozdělovači ZP-A až ZP-D. Použití programu je demonstrováno na příkladu návrhu progresivního systému s jedním hlavním a třemi vedlejšími rozdělovači ZP-A. Parametry GA a PGA byly u obou programů odladěny tak, aby poskytovaly co nejlepší výsledky.

3 CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE

Cíle disertační práce s názvem „Optimalizace průtokových poměrů v mazacích obvodech s progresivními rozdělovači pomocí genetických algoritmů“ jsou následující:

- vývoj nových softwarových programů určených k návrhu konstrukce progresivních rozdělovačů a progresivních systémů, s jejichž pomocí lze dosáhnout významného technického, ekologického a ekonomického přínosu oproti ručnímu návrhu,
- teoretické odvození a početní (numerické) řešení toku stlačitelných plastických maziv v časovém prostoru, jako visko-plastických látek,
- experimentálně-početní určení konstant plastického maziva Plantogel 2S s využitím metody přenosových matic aplikované na newtonské kapaliny,
- analýza možností využití metody přenosových matic k řešení toku visko-plastických látek ve frekvenční oblasti,
- početní (numerické) řešení neustáleného toku plastických maziv, jako visko-elasticko-plastických látek.

Mezi uvažované přínosy výše zmíněných programů určených lze zařadit: úspory maziva, snížení pořizovacích a zejména provozních nákladů progresivních systémů a značné urychlení konstrukčního řešení progresivních rozdělovačů a projektového návrhu progresivních systémů. V programu, který slouží k návrhu progresivních rozdělovačů, je implementován genetický algoritmus (Genetic Algorithms), a ve druhém programu, který je určen k návrhu progresivních systémů, byl aplikován paralelní genetický algoritmus (Parallel Genetic Algorithms). Evoluční algoritmy tohoto typu jsou výkonné stochastické prohledávací strategie inspirované přírodou, které dovolují řešit větší a složitější problémy, přičemž často vedou rychleji k řešení a současně konvergují i k lepším výsledkům [21]. Návrh progresivních rozdělovačů a progresivních systémů je v těchto programech definován, jako optimalizační problém, viz kap. 7.

Prostřednictvím použitých algoritmů a samotného počítačového zpracování lze tedy dosáhnout výše zmíněných zlepšení oproti stávajícímu ručnímu způsobu projektování těchto systémů. Tyto softwarové programy byly vytvořeny na platformě JAVA a v programovém prostředí Matlab k návrhu (optimalizaci) konstrukčních variant progresivních rozdělovačů řady ZP-A až ZP-D [69] a progresivních systémů, ve kterých jsou takového typu rozdělovačů použity. Různé typy genetických algoritmů byly aplikovány k projekčnímu návrhu nízkotlakých hydraulických systémů, např. vodních distribučních sítí, viz [33] nebo [34]. Konstrukční a projekční návrh mazacích systémů s progresivními rozdělovači pomocí genetických algoritmů nebyl dosud, a navíc komplexně, řešen.

Dopravovaným médiem v progresivních systémech je obvykle plastické mazivo, které má svoje specifické chemické a reologické vlastnosti, viz kap. 2.2.5. Z tohoto důvodu bylo těžiště disertační práce dále zaměřeno na teoretické a početní řešení toku stlačitelných plastických maziv v časovém prostoru, viz kap. 4.1, jako visko-plastických látek. Byly odvozeny vztahy k numerickému řešení neustáleného toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny. K řešení byla použita numerická metoda Lax-Wendroff [20], [17] a [18] a vlastní programové zpracování bylo provedeno v prostředí Matlab, viz kap. 6.2. Odvozené rovnice bylo zapotřebí doplnit

o fyzikální konstanty, proto byla provedena řada experimentálních měření s ekologickým plastickým mazivem Plantogel 2S v Tribologické laboratoři na Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana, zejména za účelem stanovení rychlosti zvuku.

Dále byly využity výsledky reometrických měření plastických maziv. Reometrická měření byla provedena na Ústavu hydrodynamiky AVČR [63] v rámci grantového projektu, viz zpráva [62]. Jak je z výsledků patrné, jsou tato ekologická plastická maziva ve skutečnosti tixotropní visko-plastické látky s významnou elastickou složkou, viz kap. 2.2.5.

Mezi dosud neznámé konstanty patřila také rychlost zvuku, tj. rychlost šíření tlakových pulsací, v plastickém mazivu Plantogel 2S [64]. K jejímu určení byly využity výsledky experimentálních měření, viz kap. 6.1, a s pomocí programů Parametr a F-A_char [61] byla tato hodnota určena početně. Program Parametr slouží k provedení Fourierovy transformace z časového záznamu naměřených ustálených periodických veličin, tj. k získání amplitudového a fázového spektra. Program F-A_char využívá výsledky frekvenční analýzy k samotnému početnímu stanovení rychlosti zvuku v kapalině, viz kap. 6.1, a aplikuje metodu přenosových matic. Hledané konstanty přenosové matice systému trubice-kapalina jsou stanoveny pomocí genetického algoritmu, viz kap. 6.1. V literatuře nebyly nalezeny hodnoty rychlosti zvuku pro plastická maziva.

Protože je v programu F-A_char implementována přenosová matice, která uvažuje newtonskou kapalinu, byly dále analyzovány možnosti, jak využít metodu přenosových matic také pro visko-plastické kapaliny. Základem mohou být analytické vztahy odvozené pro výpočet neustáleného toku zobecněné binghamské visko-plastické kapaliny s pamětí. Ty byly publikovány ve článku [30], viz kap. 2.3.2. Analytické řešení toku visko-plastických kapalin ve frekvenční oblasti nebylo dosud publikováno.

Jelikož se dále ukázalo, že mají plastická maziva také významnou elastickou složku napětí, byl numericky řešen problém neustáleného toku visko-elasticko-plastických kapalin mezi dvěma rovnoběžnými deskami, viz kap. 2.3.1 [32]. K řešení neustáleného toku visko-elasticko-plastických kapalin byla použita metoda konečných diferencí. Vlastní programové zpracování numerické simulace bylo provedeno v prostředí Matlab, viz kap. 6.3.

Tato disertační práce navazuje na předchozí práce, které byly provedeny v návaznosti na grantový projekt, viz zpráva [62], tj. jedná se o následující: disertační práci [23] a diplomové práce [24],[25],[28] a [29].

4 DYNAMIKA TOKU PLASTICKÝCH MAZIV

4.1 Laminární tok plastických maziv – časový prostor

V této kapitole je uvedeno odvození matematických vztahů pro numerický výpočet nestacionárního průtoku a tlaku stlačitelné binghamské visko-plastické kapaliny v dokonalé tuhé trubici kruhového průřezu. Uvažujeme stacionární rychlostní profil kapaliny v trubici. K řešení byla použita numerická metoda Lax-Wendroff. Odvození lze považovat za původní. Pohybová rovnice pro laminární tok obecné kapaliny uvnitř dlouhé trubice byla uvedena v kap. 2.3.1, viz vztah (2.36). Pohybová rovnice byla doplněna o rovnici kontinuity stlačitelné kapaliny (2.41).

4.1.1 Pohybová rovnice visko-plastické binghamské kapaliny

Členy pohybové rovnice (2.36) převedeme na jednu stranu a poté do této rovnice dosadíme Binghamův konstitutivní vztah (2.5) v příčném tvaru. Vzhledem k tomu, že uvažujeme trubici konstantního průřezu, bude mít derivace rychlosti podle času pouze lokální složku. Tvar pohybové rovnice je nyní následující

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\tau_0 - \eta_B \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] = 0. \quad (4.1)$$

Rovnici (4.1) vynásobíme poloměrem r a s uvažováním konstantní časové změny rychlosti po průřezu trubice integrujeme

$$\frac{1}{2} \rho \frac{\partial u}{\partial t} r^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r^2 + \left[r \left(\tau_0 - \eta_B \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] = C_1. \quad (4.2)$$

Po integraci rovnici (4.2) vydělíme radiální souřadnici r , tj.

$$\frac{1}{2} \rho \frac{\partial u}{\partial t} r + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r + \left(\tau_0 - \eta_B \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{C_1}{r}. \quad (4.3)$$

Integrováním rovnice (4.3) po průřezu, opět za předpokladu konstantní časové změny rychlosti po průřezu, získáme tvar

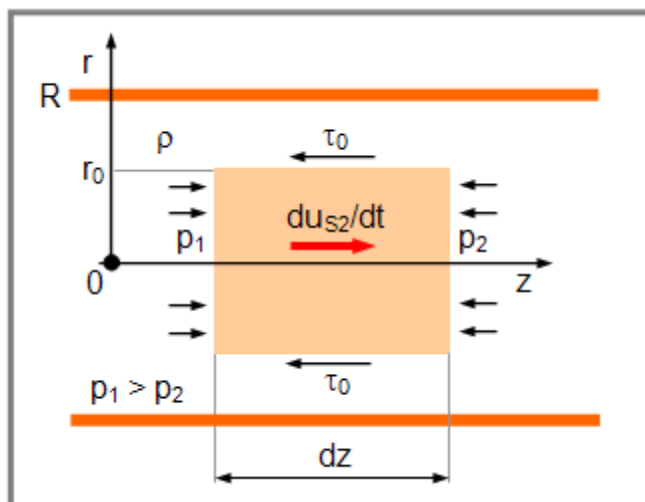
$$\frac{1}{4} \rho \frac{\partial u}{\partial t} r^2 + \frac{1}{4} \frac{\partial p}{\partial z} r^2 + \tau_0 r - \eta_B u = C_1 \ln(r) + C_2, \quad (4.4)$$

kde C_1 , C_2 jsou integrační konstanty, které určíme z okrajových podmínek. Na poloměru pístové části toku kapaliny, tj. pro $r = r_0$ platí

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (4.5)$$

a na vnitřním povrchu trubice, tj. pro $r = R$, bude rychlost visko-plastické kapaliny nulová, tj.

$$u = 0. \quad (4.6)$$



Obr. 18 Silové poměry na pístovém elementu binghamské kapaliny

Z pohybové rovnice elementu kapaliny, ve které nedochází ke smyku jednotlivých vrstev, vyjádříme mez toku τ_0 , viz obr. 4.1.

$$\tau_0 = -\frac{1}{2}r_0 \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_{s2}}{\partial t} \rho r_0. \quad (4.7)$$

Nyní dosadíme do rovnice (4.2) z (4.3), (4.5) a určíme okrajovou podmínku C_1

$$C_1 = \frac{1}{2} \rho \frac{\partial u_{s2}}{\partial t} r_0^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r_0^2 + r_0 \tau_0$$

$$C_1 = \frac{1}{2} \rho \frac{\partial u_{s2}}{\partial t} r_0^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial z} r_0^2 + r_0 \left(-\frac{1}{2} r_0 \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial u_{s2}}{\partial t} \rho r_0 \right)$$

$$C_1 = 0 \quad (4.8)$$

Dále určíme okrajovou podmínku C_2 dosazením (4.5) a (4.6) do rovnice (4.4), tj.

$$C_2 = \frac{1}{4} \rho \frac{\partial u}{\partial t} R^2 + \frac{1}{4} \frac{\partial p}{\partial z} R^2 + \tau_0 R. \quad (4.9)$$

Nyní dosadíme výsledné okrajové podmínky C_1 a C_2 do vztahu (4.4)

$$\frac{1}{4} \rho \frac{\partial u}{\partial t} r^2 + \frac{1}{4} \frac{\partial p}{\partial z} r^2 + \tau_0 r - \eta_B u = \frac{1}{4} \rho \frac{\partial u}{\partial t} R^2 + \frac{1}{4} \frac{\partial p}{\partial z} R^2 + \tau_0 R. \quad (4.10)$$

Z rovnice (4.8) vyjádříme rychlost u

$$u = \frac{1}{\eta_B} \left[\frac{1}{4} \rho \frac{\partial u}{\partial t} (r^2 - R^2) + \frac{1}{4} \frac{\partial p}{\partial z} (r^2 - R^2) + \tau_0 (r - R) \right]$$

a po úpravě získáme tvar

$$u = \frac{1}{\eta_B} \left[-\frac{1}{4} \rho \frac{\partial u}{\partial t} (R^2 - r^2) - \frac{1}{4} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r^2) - \tau_0 (R - r) \right]. \quad (4.11)$$

Z věty o střední hodnotě integrálu [6] plyne pro střední hodnotu rychlosti u_{S1}

$$u_{S1} = \frac{1}{S_1} \int_{r_0}^R u \, dS_1 = \frac{1}{\pi(R^2 - r_0^2)} \int_{r_0}^R 2\pi r u \, dr = \frac{2}{(R^2 - r_0^2)} \int_{r_0}^R u r \, dr, \quad (4.12)$$

kde:

$$S_1 = \pi R^2 - \pi r_0^2 = \pi(R^2 - r_0^2) \quad (4.13)$$

a

$$dS_1 = 2\pi r \, dr. \quad (4.14)$$

Nyní určíme střední rychlost u_{S1} v okrajové části trubice

$$u_{S1} = \frac{2}{(R^2 - r_0^2)} \int_{r_0}^R r \left(-\frac{1}{4\eta_B} \rho \frac{\partial u}{\partial t} (R^2 - r^2) - \frac{1}{4\eta_B} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r^2) - \frac{\tau_0}{\eta_B} (R - r) \right) dr$$

a po integraci obdržíme

$$u_{S1} = -\frac{1}{8} \frac{\rho}{\eta_B} \frac{\partial u_{S1}}{\partial t} (R^2 - r_0^2) - \frac{1}{8\eta_B} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2) - \frac{1}{3(R^2 - r_0^2)} \frac{\tau_0}{\eta_B} (R^3 - 3Rr_0^2 + 2r_0^3). \quad (4.15)$$

Střední rychlost u_{S2} v pístové části se určí ze vztahu (4.9) položením $r = r_0$

$$u_{S2} = -\frac{1}{4\eta_B} \rho \frac{\partial u_{S2}}{\partial t} (R^2 - r_0^2) - \frac{1}{4\eta_B} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_0}{\eta_B} (R - r_0). \quad (4.16)$$

Nyní je možné stanovit průtok v okrajové části trubice

$$Q_1 = S_1 u_{S1} = \pi(R^2 - r_0^2) u_{S1} \quad (4.17)$$

a po dosazení ze vztahu (4.13) obdržíme

$$Q_1 = -\frac{\pi}{8} \frac{\rho}{\eta_B} \frac{\partial u_{S1}}{\partial t} (R^2 - r_0^2)^2 - \frac{\pi}{8\eta_B} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2)^2 - \frac{\pi}{3} \frac{\tau_0}{\eta_B} (R^3 - 3Rr_0^2 + 2r_0^3). \quad (4.18)$$

Průtok v pístové části stanovíme následovně

$$Q_2 = S_2 u_{S2} = \pi r_0^2 u_{S2} \quad (4.19)$$

a po dosazení za rychlost u_{S2} ze vztahu (4.14) získáme výsledný tvar

$$Q_2 = -\frac{\rho\pi r_0^2}{4\eta_B} \frac{\partial u_{S2}}{\partial t} (R^2 - r_0^2) - \frac{\pi r_0^2}{4\eta_B} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_0}{\eta_B} \pi r_0^2 (R - r_0). \quad (4.20)$$

Celkový průtok je dán součtem obou průtoků, tj. Q_1 a Q_2

$$Q = Q_1 + Q_2. \quad (4.21)$$

a po dosazení za Q_1 z (4.16) a Q_2 z (4.20) obdržíme

$$Q = -\frac{\pi}{8} \frac{\rho}{\eta_B} (R^2 - r_0^2)^2 \frac{\partial u_{S1}}{\partial t} - \frac{\pi}{8\eta_B} (R^2 - r_0^2)^2 \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\tau_0 \pi}{3\eta_B} (R^3 - 3Rr_0^2 + 2r_0^3) \quad (4.22)$$

$$- \frac{\pi r_0^2}{4\eta_B} \rho \frac{\partial u_{S2}}{\partial t} (R^2 - r_0^2) - \frac{\pi r_0^2}{4\eta_B} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_0}{\eta_B} \pi r_0^2 (R - r_0).$$

Nyní stanovíme střední rychlost kapaliny

$$Q = S u_S = \pi R^2 u_S \Rightarrow u_S = \frac{Q}{\pi R^2} \quad (4.23)$$

a po dosazení za Q z (4.23) obdržíme tvar

$$u_S = -\frac{\rho}{8\eta_B} \frac{1}{R^2} (R^2 - r_0^2)^2 \frac{\partial u_{S1}}{\partial t} - \frac{1}{8\eta_B} \frac{1}{R^2} (R^2 - r_0^2)^2 \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$- \frac{\tau_0}{3\eta_B} \frac{1}{R^2} (R^3 - 3Rr_0^2 + 2r_0^3)$$

$$- \frac{\rho}{4\eta_B} \frac{r_0^2}{R^2} \frac{\partial u_{S2}}{\partial t} (R^2 - r_0^2) - \frac{1}{4\eta_B} \frac{r_0^2}{R^2} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_0}{\eta_B} \frac{r_0^2}{R^2} (R - r_0). \quad (4.24)$$

Derivace dílčích středních rychlostí u_{S1} a u_{S2} nahradíme časovými derivacemi střední rychlosti u_S . K tomu je zapotřebí zavést proměnné k_1 a k_2 , které mezi nimi vyjadřují vzájemný poměr. Tímto způsobem je provedena určitá korekce počátečního předpokladu, tj. konstantní časové změny rychlosti po průřezu trubice. Tedy můžeme psát, že

$$\frac{\partial u_{S1}}{\partial t} = k_1 \frac{\partial u_S}{\partial t} \quad (4.25)$$

a

$$\frac{\partial u_{S2}}{\partial t} = k_2 \frac{\partial u_S}{\partial t}. \quad (4.26)$$

Proměnné k_1 a k_2 stanovíme, jako poměr rychlostí (za předpokladu nenulové střední rychlosti, tj. $u_S > 0$). Jejich podoba je následující

$$k_1 = \frac{u_{S1}}{u_S} \quad (4.27)$$

a

$$k_2 = \frac{u_{S2}}{u_S}. \quad (4.28)$$

Proměnná k_1 bude pro nenulové rychlosti u_S nabývat hodnot menších než 1 a proměnná k_2 bude pro tyto nenulové rychlosti u_S větší než 1.

Po dosazení vztahů (4.25) a (4.26) do (4.24) obdržíme výslednou pohybovou rovnici pro visko-plastickou binghamskou kapalinu

$$\begin{aligned} u_S = & -\frac{\rho}{8\eta_B} \frac{1}{R^2} (R^2 - r_0^2)^2 k_1 \frac{\partial u_S}{\partial t} - \frac{1}{8\eta_B} \frac{1}{R^2} (R^2 - r_0^2)^2 \frac{\partial p}{\partial z} \\ & - \frac{\tau_0}{3\eta_B} \frac{1}{R^2} (R^3 - 3Rr_0^2 + 2r_0^3) \\ & - \frac{\rho}{4\eta_B} \frac{r_0^2}{R^2} k_2 \frac{\partial u_S}{\partial t} (R^2 - r_0^2) - \frac{1}{4\eta_B} \frac{r_0^2}{R^2} \frac{\partial p}{\partial z} (R^2 - r_0^2) - \frac{\tau_0}{\eta_B} \frac{r_0^2}{R^2} (R - r_0), \end{aligned}$$

kterou postupně upravíme na tvar

$$\begin{aligned} & -\frac{\rho}{8R^2} \left[k_1 (R^2 - r_0^2)^2 + 2r_0^2 k_2 (R^2 - r_0^2) \right] \frac{\partial u_S}{\partial t} - \frac{1}{8R^2} \frac{\partial p}{\partial z} (R^4 - r_0^4) \\ & - \frac{\tau_0}{3R^2} (R^3 - r_0^3) - u_S \eta_B = 0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Nyní z důvodu zjednodušení zápisu pohybové rovnice a přehlednosti nahradíme následující členy proměnnými

$$\beta = R^4 - r_0^4, \quad (4.30)$$

$$\delta = R^3 - r_0^3 \quad (4.31)$$

a

$$k_c = k_1 (R^2 - r_0^2)^2 + 2r_0^2 k_2 (R^2 - r_0^2). \quad (4.32)$$

Po dosazení vztahů (4.30) až (4.32) do rovnice (4.29) a po následné úpravě členů bude mít pohybová rovnice tvar

$$\frac{\partial u_S}{\partial t} + \frac{1}{\rho k_c} \frac{\partial p}{\partial z} \beta + \frac{8\tau_0}{3\rho k_c} \delta + \frac{8R^2 \eta_B}{\rho k_c} u_S = 0. \quad (4.33)$$

Vytknutím rychlosti u_S získáme tvar, který dále použijeme k numerickému řešení

$$\frac{\partial u_s}{\partial t} + \frac{1}{\rho k_c} \frac{\partial p}{\partial z} \beta + \left[\frac{8\tau_0}{3\rho k_c u_s} \delta + \frac{8R^2 \eta_B}{\rho k_c} \right] u_s = 0. \quad (4.34)$$

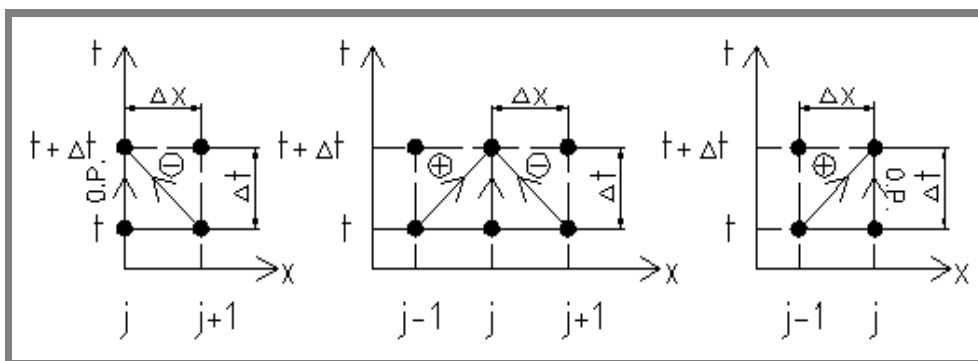
Nyní rovnici (4.34) doplníme o rovnici kontinuity, viz kap. 2.3.1, vztah (2.41) a poté přistoupíme k numerickému řešení obou rovnic, k čemuž využijeme metodu Lax-Wendroff, viz kapitola 4.1.2.

4.1.2 Numerické řešení toku visko-plastické kapaliny

4.1.2

K numerickému řešení rovnic aplikujeme metodu Lax-Wendroff (jednokrokovou verzi). Ta je výhodná pro řešení pohybových rovnic, využívá rozvoje funkce do Taylorovy řady a při řešení uvažuje polynom do 2. stupně [20]. Tlak a průtok se zjišťuje na základě dříve zjištěných hodnot tlaku a průtoku v bodech předchozího časového kroku, viz obr. 4.2, z počátečních a okrajových podmínek.

V [20] bylo uvedeno odvození numerických vztahů pro newtonskou kapalinu. Nyní bude uvedeno (vlastní) odvození pro visko-plastickou binghamskou kapalinu.



Obr. 19 Schéma metody Lax-Wendroff, (a) krok řešení počátečního uzlu, (b) krok řešení vnitřního uzlu, (c) krok řešení koncového uzlu [20]

Jak bylo řečeno, plyne základní schéma metody Lax-Wendroff z rozvoje funkce do Taylorovy řady 2. stupně [6]

$$f(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(a)}{i!} (x-a)^i \Rightarrow f_{x_j}^{t+\Delta t} = f_{x_j}^t + \Delta t \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{x_j} + \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \right|_{x_j}. \quad (4.35)$$

Nyní je zapotřebí nahradit ve vztahu (4.35) druhou derivaci veličiny f podle času druhou derivací veličiny f podle polohy [20]. To lze provést rovnicí typu (4.36), která je ve své podstatě tvar rovnice kontinuity (2.41).

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial t} = -a \frac{\partial f}{\partial x}. \quad (4.36)$$

Druhou derivaci veličiny f v rovnici (4.35) stanovíme následovně [20]

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = -a \frac{\partial^2 f}{\partial x \cdot \partial t} = -a \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial t} = -a \frac{\partial}{\partial x} \left(-a \frac{\partial f}{\partial x} \right) = a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}. \quad (4.37)$$

Dosazením za druhou derivaci veličiny f podle času z (4.37) do (4.35) získáme vztah [20]

$$f_{x_j}^{t+\Delta t} = f_{x_j}^t + \Delta t \left(-a \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_j} \right) + \frac{\Delta t^2}{2} \left(a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{x_j} \right) = f_{x_j}^t - a \Delta t \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_j} + a^2 \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{x_j}. \quad (4.38)$$

Provedeme náhradu 1. a 2. derivace rozepsáním jednotlivých diferencí, tj. symetrie kolem bodu x_j . Náhrada 1. derivace bude následující [20]

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta x} (f_{x_{j+1}}^t - f_{x_{j-1}}^t) \quad (4.39)$$

a náhradu 2. derivace provedeme následovně [20]

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]}{\partial x} = \frac{\left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{i+\frac{1}{2}} - \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x^2} (f_{x_{j+1}}^t - 2f_{x_j}^t + f_{x_{j-1}}^t). \quad (4.40)$$

Po rozepsání derivací a jejich dosazením do základního schématu (4.35) získáme tvar [20]

$$f_{x_j}^{t+\Delta t} = f_{x_j}^t - a \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} (f_{x_{j+1}}^t - f_{x_{j-1}}^t) + a^2 \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta x^2} (f_{x_{j+1}}^t - 2 \cdot f_{x_j}^t + f_{x_{j-1}}^t). \quad (4.41)$$

Nyní se vrátíme k pohybové rovnici visko-plastické binghamské kapaliny (4.34) a rovnici kontinuity (2.41) a zavedeme maticový zápis obou rovnic, který byl převzat z [20]. Tento zápis bude mít následující podobu

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} u_s \\ p \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ \rho k_c & 0 \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

a

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{8}{\rho k_c} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + R^2 \eta_B \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.44)$$

Společný maticový zápis pohybové rovnice a rovnice kontinuity visko-plastické binghamské kapaliny bude vypadat [20]

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{w} + \mathbf{K} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{w} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{w} = 0. \quad (4.45)$$

Vyjádříme 1. a 2. derivace prvků sloupcové matice \mathbf{w} z rovnice (4.45). První derivace \mathbf{w} bude mít tvar

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{w} = -\mathbf{K} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{w} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{w} \quad (4.46)$$

a druhá derivace bude vypadat

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{w} &= -\mathbf{K} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{w} - \mathbf{B} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{w} \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{w} &= -\mathbf{K} \cdot \frac{\partial \left(-\mathbf{K} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{w} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{w} \right)}{\partial x} - \mathbf{B} \cdot \left(-\mathbf{K} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{w} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{w} \right) \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{w} &= \mathbf{K} \cdot \mathbf{K} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{w} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{w} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{w} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{w} . \end{aligned} \quad (4.47)$$

Nyní provedeme náhradu 1. a 2. derivace prvků sloupcové matice \mathbf{w} rozepsáním do diferencí, tj. symetrie kolem bodu x_j [20]

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta x} \left(\mathbf{w}_{x_{j+1}}^t - \mathbf{w}_{x_{j-1}}^t \right) \quad (4.48)$$

a [2]

$$\frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} \left(\mathbf{w}_{x_{j+1}}^t - 2\mathbf{w}_{x_j}^t + \mathbf{w}_{x_{j-1}}^t \right). \quad (4.49)$$

Základní schéma (4.35) bude mít pro soustavu rovnic (4.34) a (2.41) podobu [2]

$$\mathbf{w}_{x_j}^{t+\Delta t} = \mathbf{w}_{x_j}^t + \Delta t \left. \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} \right|_{x_j} + \frac{\Delta t^2}{2} \left. \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2} \right|_{x_j} \quad (4.50)$$

a po úpravě základního schématu (4.50) s pomocí vztahů (4.46) až (4.47) obdržíme tvar [20]

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{x_j}^{t+\Delta t} &= \mathbf{w}_{x_j}^t - \Delta t \left(\mathbf{K} \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \right|_{x_j} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{w}_{x_j} \right) + \\ &\frac{\Delta t^2}{2} \left(\mathbf{K} \cdot \mathbf{K} \cdot \left. \frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial x^2} \right|_{x_j} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \right|_{x_j} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \right|_{x_j} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{w}_{x_j} \right) \end{aligned} \quad (4.51)$$

dále pak dosadíme za derivace vztahy (4.48) a (4.49) a získáme výslednou podobu základního schématu [20]

$$\mathbf{w}_{x_j}^{t+\Delta t} = \mathbf{w}_{x_j}^t - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot \mathbf{K} \cdot \left(\mathbf{w}_{x_{j+1}}^t - \mathbf{w}_{x_{j-1}}^t \right) - \Delta t \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{w}_{x_j}^t +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta t^2}{2 \cdot \Delta x^2} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{K} \cdot (\mathbf{w}_{x_{j+1}}^t - 2 \cdot \mathbf{w}_{x_j}^t + \mathbf{w}_{x_{j-1}}^t) + \\
 & \frac{\Delta t^2}{4 \cdot \Delta x} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{B} \cdot (\mathbf{w}_{x_{j+1}}^t - \mathbf{w}_{x_{j-1}}^t) + \frac{\Delta t^2}{4 \cdot \Delta x} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} \cdot (\mathbf{w}_{x_{j+1}}^t - \mathbf{w}_{x_{j-1}}^t) + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{w}_{x_j}^t
 \end{aligned} \tag{4.52}$$

Nyní rozepišeme matice v základním schématu (4.52)

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_j}^{t+\Delta t} &= \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_j}^t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j+1}}^t + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j-1}}^t - \\
 & \Delta t \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j+1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j-1}}^t + \\
 & \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j+1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j-1}}^t + \\
 & \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j+1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ k & k_c \rho \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_{j-1}}^t + \\
 & \frac{\Delta t^2}{2} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_S} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_S \\ p \end{pmatrix}_{x_j}^t .
 \end{aligned} \tag{4.53}$$

Matice v (4.53) vynásobíme a získáme

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho} \frac{\beta}{k_c} \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho} \frac{\beta}{k_c} \\ k & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k}{\rho} \frac{\beta}{k_c} & 0 \\ 0 & \frac{k}{\rho} \frac{\beta}{k_c} \end{pmatrix}, \quad (4.54)$$

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho} \frac{\beta}{k_c} \\ k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{8k}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + \eta_B R^2 \right) & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.55)$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{K} = \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\rho} \frac{\beta}{k_c} \\ k & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{8\beta}{k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + \eta_B R^2 \right) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

a

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + \eta_B R^2 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \left(\frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_s} + \eta_B R^2 \right) \right)^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.57)$$

Po rozepsání matic na složky v základním schématu (4.53) obdržíme vztahy pro střední rychlost a tlak. Pro rychlost obdržíme

$$\begin{aligned} u_{S_{x_j}}^{t+\Delta t} &= u_{S_{x_j}}^t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \frac{\beta}{\rho k_c} p_{x_{j+1}}^t + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \frac{\beta}{\rho k_c} p_{x_{j-1}}^t - \\ &\Delta t \frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_{S_{x_j}}^t} + \eta_B R^2 \right) u_{S_{x_j}}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} u_{S_{x_{j+1}}}^t - \\ &\frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} u_{S_{x_j}}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} u_{S_{x_{j-1}}}^t + \\ &\frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \frac{8\beta}{k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_{S_{x_{j+1}}}^t} + \eta_B R^2 \right) p_{x_{j+1}}^t - \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \frac{8\beta}{k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_{S_{x_{j-1}}}^t} + \eta_B R^2 \right) p_{x_{j-1}}^t + \\ &\frac{\Delta t^2}{2} \left[\frac{8}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_{S_{x_j}}^t} + \eta_B R^2 \right) \right]^2 u_{S_{x_j}}^t \end{aligned} \quad (4.58)$$

a pro tlak

$$p_{x_j}^{t+\Delta t} = p_{x_j}^t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} k u_{S_{x_{j+1}}}^t + \frac{\Delta t}{2\Delta x} k u_{S_{x_{j-1}}}^t +$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} p_{x_{j+1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} p_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} p_{x_{j-1}}^t + \\
 & \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \frac{8k}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_{Sx_{j+1}}^t} + \eta_B R^2 \right) u_{Sx_{j+1}}^t - \frac{\Delta t^2}{4\Delta x} \frac{8k}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta}{3u_{Sx_{j-1}}^t} + \eta_B R^2 \right) u_{Sx_{j-1}}^t. \quad (4.59)
 \end{aligned}$$

Prostřednictvím střední rychlosti u_S vyjádříme průtok

$$u_S = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} \quad (4.60)$$

a dosadíme do (4.58)

$$\begin{aligned}
 Q_{x_j}^{t+\Delta t} &= Q_{x_j}^t - \frac{\Delta t}{8\Delta x} \frac{\beta}{k_c \alpha} \pi D^2 p_{x_{j+1}}^t + \frac{\Delta t}{8\Delta x} \frac{\beta}{\rho k_c} \pi D^2 p_{x_{j-1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t}{k_c \rho} \left(\frac{\delta \tau_0 \pi D^2}{12Q_{x_j}^t} + \eta_B R^2 \right) Q_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} Q_{x_{j+1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} Q_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} Q_{x_{j-1}}^t + \\
 & \frac{\Delta t^2}{2\Delta x} \frac{\beta}{k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\delta \tau_0 \pi D^2}{12Q_{x_{j+1}}^t} + \eta_B R^2 \right) \pi D^2 p_{x_{j+1}}^t - \frac{\Delta t^2}{2\Delta x} \frac{\beta}{k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\delta \tau_0 \pi D^2}{12Q_{x_{j-1}}^t} + \eta_B R^2 \right) \pi D^2 p_{x_{j-1}}^t + \\
 & \frac{32\Delta t^2}{\rho^2 k_c^2} \left[\left(\frac{\delta \tau_0 \pi D^2}{12Q_{x_j}^t} + \eta_B R^2 \right) \right]^2 Q_{x_j}^t. \quad (4.61)
 \end{aligned}$$

Nyní upravíme vztah pro tlak (4.59) tak, aby obsahoval namísto středních rychlostí členy průtoku

$$\begin{aligned}
 p_{x_j}^{t+\Delta t} &= p_{x_j}^t - \frac{\Delta t}{2\Delta x} k \frac{4Q_{x_{j+1}}^t}{\pi D^2} + \frac{\Delta t}{2\Delta x} k \frac{4Q_{x_{j-1}}^t}{\pi D^2} + \\
 & \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} p_{x_{j+1}}^t - \\
 & \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} p_{x_j}^t + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} \frac{k\beta}{\rho k_c} p_{x_{j-1}}^t +
 \end{aligned}$$

$$\frac{8\Delta t^2}{\Delta x} \frac{k}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta \pi D^2}{12Q_{x_{j+1}}^t} + \eta_B R^2 \right) \frac{Q_{x_{j+1}}^t}{\pi D^2} - \frac{8\Delta t^2}{\Delta x} \frac{k}{k_c \rho} \left(\frac{\tau_0 \delta \pi D^2}{12Q_{x_{j-1}}^t} + \eta_B R^2 \right) \frac{Q_{x_{j-1}}^t}{\pi D^2}. \quad (4.62)$$

Z důvodu zjednodušení zápisu a přehlednosti zavedeme ve vztazích (4.61) a (4.62) proměnné tak, jako je tomu v [20]. Tyto proměnné budou mít ve vztahu pro průtok podobu

$$a_Q = \frac{\beta \Delta t \pi D^2}{8 \Delta x \rho k_c}, \quad (4.63)$$

$$b_Q = \frac{8 \Delta t}{\rho k_c} \left(\frac{\tau_0 \delta \pi D^2}{12Q} + \eta_B R^2 \right), \quad (4.64)$$

$$c_Q = \frac{\beta \Delta t^2 k}{2 \Delta x^2 \rho k_c}, \quad (4.65)$$

$$d_Q = \frac{\beta \Delta t^2 k}{\Delta x^2 \rho k_c}, \quad (4.66)$$

$$e_Q = \frac{\beta \Delta t^2 \pi D^2}{2 \Delta x k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\tau_0 \delta \pi D^2}{12Q} + \eta_B R^2 \right), \quad (4.67)$$

$$f_Q = \frac{32 \Delta t^2}{k_c^2 \rho^2} \left(\frac{\tau_0 \delta \pi D^2}{12Q} + \eta_B R^2 \right)^2 \quad (4.68)$$

a ve vztahu pro tlak budou mít proměnné tvar

$$a_p = \frac{2 \Delta t k}{\Delta x \pi D^2} \quad (4.69)$$

$$b_p = \frac{\beta \Delta t^2 k}{2 \Delta x^2 \rho k_c} \quad (4.70)$$

$$c_p = \frac{\beta \Delta t^2 k}{\Delta x^2 \rho k_c} \quad (4.71)$$

$$d_p = \frac{8 \Delta t^2 k}{\Delta x k_c \rho \pi D^2} \left(\frac{\tau_0 \delta \pi D^2}{12Q} + \eta_B R^2 \right). \quad (4.72)$$

Vztahy (4.61) a (4.62) přepíšeme pomocí proměnných (4.63) až (4.72). Vztah pro průtok bude mít tvar

$$Q_{x_j}^{t+\Delta t} = Q_{x_j}^t - a_Q p_{x_{j+1}}^t + a_Q p_{x_{j-1}}^t -$$

$$b_Q Q_{x_j}^t + c_Q Q_{x_{j+1}}^t -$$

$$\begin{aligned}
 & d_Q Q'_{x_j} + c_Q Q'_{x_{j-1}} + \\
 & e_Q p'_{x_{j+1}} - e_Q p'_{x_{j-1}} + \\
 & f_Q Q'_{x_j}
 \end{aligned} \tag{4.73}$$

a pro tlak bude platit

$$\begin{aligned}
 p'_{x_j}{}^{t+\Delta t} &= p'_{x_j}{}^t - a_p Q'_{x_{j+1}}{}^t + a_p Q'_{x_{j-1}}{}^t + \\
 &+ b_p p'_{x_{j+1}}{}^t - \\
 &- c_p p'_{x_j}{}^t + b_p p'_{x_{j-1}}{}^t + \\
 &+ d_p Q'_{x_{j+1}}{}^t - d_p Q'_{x_{j-1}}{}^t.
 \end{aligned} \tag{4.74}$$

Výpočtové vztahy pro počáteční a koncový bod v trubici lze stanovit, jestliže zanedbáme jednu z rovnic. V případě, že bude zanedbána rovnice silové rovnováhy, získáme pro počáteční bod vztahy

$$Q'_{x_j}{}^{t+\Delta t} = \frac{\pi D^2 \Delta x}{4k \Delta t} (p'_{x_j}{}^{t+\Delta t} - p'_{x_j}{}^t) + Q'_{x_{j+1}}{}^{t+\Delta t} \tag{4.75}$$

a

$$p'_{x_j}{}^{t+\Delta t} = -\frac{4k \Delta t}{\pi D^2 \Delta x} (Q'_{x_{j+1}}{}^{t+\Delta t} - Q'_{x_j}{}^{t+\Delta t}) + p'_{x_j}{}^t. \tag{4.76}$$

Pro koncový bod trubice budou mít vztahy pro průtok a tlak tuto podobu

$$Q'_{x_{j+1}}{}^{t+\Delta t} = -\frac{\pi D^2 \Delta x}{4k \Delta t} (p'_{x_{j+1}}{}^{t+\Delta t} - p'_{x_{j+1}}{}^t) + Q'_{x_j}{}^{t+\Delta t} \tag{4.77}$$

a

$$p'_{x_{j+1}}{}^{t+\Delta t} = -\frac{4k \Delta t}{\pi D^2 \Delta x} (Q'_{x_{j+1}}{}^{t+\Delta t} - Q'_{x_j}{}^{t+\Delta t}) + p'_{x_{j+1}}{}^t. \tag{4.78}$$

U binghamské visko-plastické kapaliny je zapotřebí znát v každém časovém kroku hodnotu poloměru pístové části r_0 , středních rychlostí u_{S1} , u_{S2} a proměnných k_1 a k_2 , viz pohybová rovnice (4.34). Následně lze dopočítat hodnoty zavedených proměnných β , δ a k_c , viz vztahy (4.30) až (4.32) a stanovit tlak a průtok v určitém bodě trubice. Poloměr pístové části r_0 je možné vypočítat z pohybové rovnice (4.7), kterou si upravíme následovně

$$r_0 = \frac{2\tau_0}{-\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial u_{S2}}{\partial t} \rho} = \frac{2\tau_0}{-\frac{\partial P}{\partial z} - k_2 \frac{\partial u_S}{\partial t} \rho} \approx \frac{2\tau_0}{\frac{\Delta p}{\Delta z} - k_2 \frac{\Delta u_S}{\Delta t} \rho}. \tag{4.79}$$

Střední rychlosti u_{S1} a u_{S2} se vypočítají z rovnic (4.15) a (4.16). Proměnné k_1 a k_2 stanovíme dle vztahů (4.27) a (4.28). Derivace ve vyjmenovaných vztazích lze nahradit pomocí uvedených diferencních vztahů (4.48) nebo (4.49).

Numerické řešení tlaku a průtoku v časovém kroku $t+\Delta t$ lze provést pro hodnoty r_0 , u_{S1} , u_{S2} , k_1 a k_2 určené v předchozím časovém kroku t , pokud jej volíme dostatečně jemný nebo snad pomocí implicitního schématu. V tomto případě by bylo vhodné v následujícím časovém kroku $t+\Delta t$ řešit soustavu lineárních rovnic (jejich počet by byl dán počtem uzlových bodů rozdělené trubice). Tato druhá možnost numerického výpočtu nebyla ověřena.

Numerické řešení veličin u_s a p je vhodné „odstartovat“ z nenulových hodnot tlaku a průtoku vypočítaných analyticky ze vztahů pro stacionární tok binghamské visko-plastické kapaliny, viz [22] str. 15, vztah (24).

U metody Lax-Wendroff je volba velikosti časového kroku Δt nezávislá na vzdálenosti mezi uzlovými body Δx [20] a je tedy v podstatě libovolná (je menší než u metody charakteristik z důvodů numerické stability metody). Na velikosti časového kroku a vzdálenosti mezi uzlovými body však závisí vlastnosti celého algoritmu, ze kterých jsou nejdůležitější stabilita a přesnost. Volba malých hodnot zlepšuje stabilitu (ale pouze po určité hodnotu), volba větších hodnot zkracuje čas výpočtu. Proto je potřeba volit kompromis a nezkracovat zbytečně krok, protože tím narůstá čas výpočtu. Podmínka velikosti časového kroku má podobu [20]

$$\Delta x \geq a\Delta t_{L-W} \Rightarrow \Delta t_{L-W} \leq \frac{\Delta x}{a}, \quad (4.80)$$

kde: Δx je délkový úsek trubice [m], a je rychlost zvuku v kapalině [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] a Δt_{L-W} je hledaný časový krok [s]. Předpokládejme, že je rychlost zvuku v plastickém mazivu je $a = 100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a délkový krok má hodnotu $\Delta x = 1 \text{ m}$, tj. délka části trubice. V tom případě může mít časový krok maximální hodnotu $\Delta t_{L-W} = 0,01 \text{ s}$.

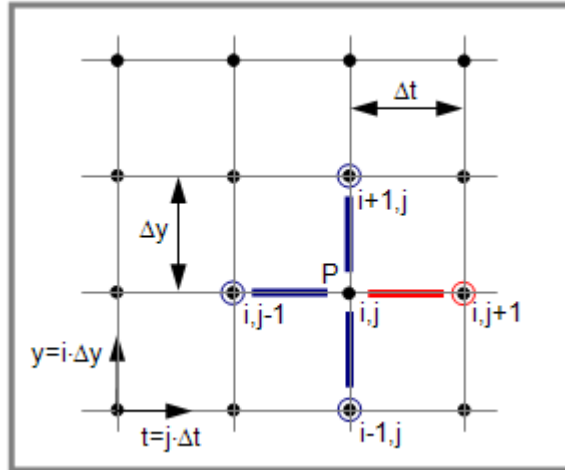
Numerický výpočet rovnic (4.73) až (4.79) vykazuje dobrou stabilitu. Velikost časového kroku je zapotřebí volit s ohledem na hodnoty rychlostí. Pro velmi malé rychlosti, tj. když je hodnota poloměru pístové části r_0 blízká poloměru trubice R , je zapotřebí volit velmi jemný časový krok a pro vyšší rychlosti je možné hodnotu časového kroku zvětšit. Výsledky numerické simulace toku plastického maziva Plantogel 2S jsou uvedeny v kap. 6.2.

4.1.3 Numerické řešení toku visko-elasticko-plastické kapaliny

4.1.3

K numerickému řešení neustáleného toku nestlačitelné visko-elasticko-plastické kapaliny použijeme metodu konečných diferencí [17]. Dříve než přistoupíme k vlastnímu řešení, zavedeme síť (y,t) , viz obr. 4.3, a s pomocí ní provedeme náhradu derivací v rovnici (2.65) prostřednictvím diferencních vztahů (4.81) až (4.88). Sled bodů v síti ve směru polohy označíme indexem i a sled bodů v čase budeme označovat indexem j .

Časová diference Δt definuje časový krok numerického řešení a Δy představuje vzájemnou rozteč bodů mezi rovnoběžnými deskami. Diferenční vztahy nahrazující první derivaci rychlosti podle času mají poté tvar [17]



Obr. 20 Schéma numerického řešení toku visko-elasticko-plastické kapaliny, metoda konečných diferencí – explicitní schéma, řešení vnitřního bodu sítě

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta t}, \quad (4.81)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta t}, \quad (4.82)$$

a

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta t}, \quad (4.83)$$

kde vztah (4.81), (4.82) a (4.83) vyjadřuje centrální, dopřednou a zpětnou derivaci rychlosti podle času. Druhou derivaci rychlosti podle času nahradíme vztahem [17]

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_P = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta t^2}. \quad (4.84)$$

První derivaci rychlosti podle polohy provedeme dle vztahů, jejichž tvar je obdobný, jako v případě (4.81) až (4.83) [17], tj.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta y}, \quad (4.85)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta y}, \quad (4.86)$$

a

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta y}. \quad (4.87)$$

Druhou derivaci rychlosti podle polohy nahradíme obdobným diferenčním vztahem, jakým je výraz (4.84) [17], tj.

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_P = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta y^2}. \quad (4.88)$$

Náhrada poslední výrazu na pravé rovnice (2.65) je obtížnější. Tuto náhradu provedeme následujícím způsobem. Využijeme diferenčního vztahu (4.40) dle kap. 4.1.2 a napíšeme vztah ve tvaru

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}} \right) \cong \frac{\left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}} \right)_{i+\frac{1}{2},j} - \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}} \right)_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta y}. \quad (4.89)$$

Poté v závorkách nahradíme první derivace rychlosti podle polohy pomocí diferenčních vztahů (4.85) až (4.87), tj.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}} \right) \cong \frac{\left(\frac{\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i+1,j}}{\Delta y}\right)^2}} \right) - \left(\frac{\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta y}\right)^2}} \right)}{\Delta y}. \quad (4.90)$$

Nyní vztah (4.90) postupně upravíme

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}} \right) \cong \frac{\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i+1,j}}{\Delta y}\right)^2}} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta y}\right)^2}}}{\Delta y^2} \quad (4.91)$$

a poté získáme konečnou podobu výrazu.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\sqrt{\varepsilon + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2}} \right) \cong \frac{\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta y^2 + (u_{i+1,j} - u_{i+1,j})^2}} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta y^2 + (u_{i,j} - u_{i-1,j})^2}}}{\Delta y} =$$

$$\frac{1}{\Delta y} \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta y^2 + (u_{i+1,j} - u_{i+1,j})^2}} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta y^2 + (u_{i,j} - u_{i-1,j})^2}} \right). \quad (4.92)$$

Nyní provedeme vlastní náhradu derivací v diferenciální rovnici (2.65) pomocí diferenčních vztahů (4.81) až (4.88) a (4.92). Po této náhradě bude diferenciální rovnice (2.65) vypadat následovně

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta t} + \Lambda_1 \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta t^2} = 1 + a \cos t_{j+1} - \Lambda_1 a \sin t_{j+1} +$$

$$\Lambda_0 \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta y^2} +$$

$$\Lambda_3 \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta y^2 + (u_{i+1,j} - u_{i+1,j})^2}} - \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \Delta y^2 + (u_{i,j} - u_{i-1,j})^2}} \right). \quad (4.93)$$

Prostřednictvím metody konečných diferencí, jejichž schéma je na obr. 4.3, bude diferenciální rovnice (2.65) numericky vyšetřována společně s podmínkou neulpívání na rovnoběžných deskách

$$u = 0 \text{ pro } y = \pm 1. \quad (4.94)$$

Nyní budou specifikovány počáteční podmínky. Jak bylo v [32] řečeno, stabilní řešení řízené konstantním tlakovým gradientem, který je počáteční hodnotou periodického tlakového gradientu, je dobrou volbou pro počáteční podmínky.

Toto stabilní řešení může být získáno za předpokladu, že tok plastického maziva bude rozdělen do tří oblastí: vnitřní pístová část toku a dvě symetrické smykové oblasti blízko pevných desek. Řídící rovnice (2.65) bude mít poté tvar [32]

$$A_0 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 1 + a = 0. \quad (4.95)$$

Řešením řídicí rovnice (4.95) jsou vztahy určující rychlost ve všech třech sledovaných oblastech mezi rovnoběžnými deskami, tj. [32]

$$u(y,0) = \begin{cases} \left[\frac{1}{2}(1+a)(1-y^2) - A_3(1+y) \right] / A_0 & y \in [-1, -A_3/(1+a)] \\ \frac{1}{2}(1+a - A_3)^2 / ((1+a)A_0) & y \in [-A_3/(1+a), A_3/(1+a)] \\ \left[\frac{1}{2}(1+a)(1-y^2) - A_3(1-y) \right] / A_0 & y \in [A_3/(1+a), 1] \end{cases} \quad (4.96)$$

Určení hraničních poloh všech oblastí je provedeno z podmínky silové rovnováhy mezi konstantním tlakovým spádem a mezí toku [32]. Jestliže je mez toku nízká, smykové vrstvy se protahují až do středu kanálu, v opačném případě dochází ke smyku pouze v oblastech blízkým rovnoběžným deskám [32].

Parametr A_2 , který byl na začátku vlastního odvození položen nule, viz rovnice (2.16), viz kap. 2.2.4, by mohl být interpretován jako Debořino číslo (2.9) definované poměrem tokové doby odezvy k průběhu charakteristického času, viz kap. 2.2.4. Je-li charakteristický čas např. perioda gradientu oscilujícího tlaku pro prezentovaný problém mnohem delší než tokový relaxační čas, kapalina se může okamžitě přizpůsobit měnícímu se tlakovému spádu a nikdo by proto neočekával významné elastické vlastnosti vlivem toku [32]. Nicméně, je-li proces charakteristického času menší než toková odpověď, kapalina nebude mít dostatek času k přizpůsobení se; mohlo by být proto rozumné očekávat nějaké důsledky elastického chování. S vyšší hodnotou parametru A_1 bude mít elasticita vyšší význam [32].

Výsledky numerického řešení neustáleného periodického toku pro ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, jakožto visko-elasticko-plastické kapaliny, jsou uvedeny v kap. 6.3.

4.2 Laminární tok plastických maziv – frekvenční oblast

4.2

4.2.1 Přenosová matice systému trubice – binghamská kapalina

4.2.1

Jak už bylo řečeno v kap. 2.3.2, odvození přenosové matice pro systém dokonale tuhá trubice konstantního kruhového průřezu a visko-plastická binghamská stlačitelná kapalina je značně problematické. V následující kap. je naznačen stručný postup, jak lze při tomto odvození postupovat.

Výslednou rovnici (2.86) je nyní možné doplnit o rovnici kontinuity stlačitelné kapaliny, viz kap. 2.3.1, vztah (2.41). Dále bude zapotřebí vyřešit způsob, jakým bude určena hodnota poloměru toku pístové části visko-plastické kapaliny r_0 , viz kap. 4.1.1, vztah (4.7) a patrně bude nezbytné zavést další předpoklady. S využitím Laplaceovy transformace budou poté hledány obrazy obou rovnic a jejich řešením získáme výsledný tvar přenosové matice. Přenosová matice bude použitelná za předpokladu, kdy jsou napětí v kapalině vyšší, než je mez toku τ_0 .

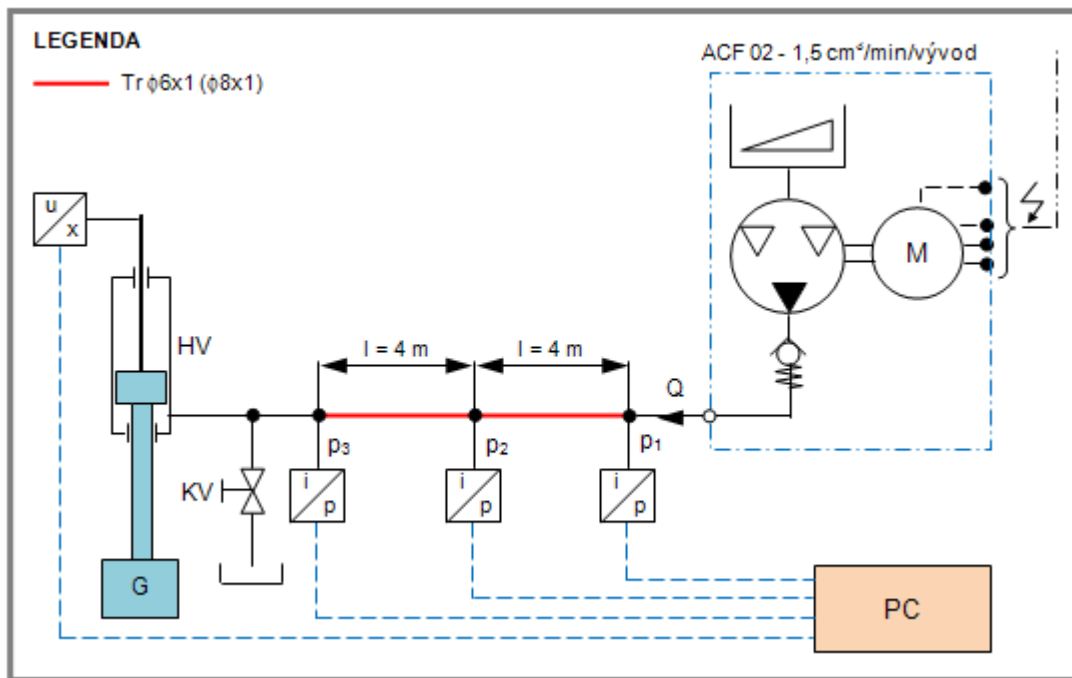
V kap. 6.1 je prezentován postup určení rychlost zvuku v plastickém mazivu [64] za předpokladu newtonské kapaliny a jsou zde také uvedeny výsledky. K jejímu určení byla využita přenosová matice (2.73), viz kap. 2.3.2.

5 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ

5.1

5.1 Popis měřicího zařízení a experimentu

Za účelem stanovení tlakových ztrát v potrubí mazacího obvodu a zejména určení rychlosti zvuku v ekologickém plastickém mazivu Plantogel 2S byla provedena řada experimentálních měření pomocí měřicí trati, která je zobrazena na obr. 5.1. Experimenty probíhaly v tribologické laboratoři na Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana.



Obr. 21 Schéma experimentálního zařízení (HV – hydraulický válec se snímačem polohy, G – zátěž na pístnici, p_1 - p_3 – snímače tlaku, ACF 02 – mazací přístroj (Tribotec), KV – kulový ventil, Tr 6x1 a Tr 8x1 jsou pozinkované experimentální trubky

Zdrojem tlakového maziva je mazací přístroj ACF 02 (Tribotec) s jednou dávkovací jednotkou, který dávkuje mazivo pravidelně. Základem mazacího přístroje ACF je hliníkové těleso s kompaktně umístěným elektromotorem. Na tělese je vertikálně umístěn zásobník maziva s víkem o objemu 2l. Nádrž je pro zlepšení čerpání plastického maziva vybavena stíracím nožem a sítím. Jmenovitou dávkou maziva lze regulovat v rozmezí od 0 do 3,8 dm³/min. Elektromotor je v provedení 24 V DC s krytím IP 65 [68].

V měřicí trati jsou dále zapojeny dvě pozinkované trubky o průměrech TR $\phi 6 \times 1$ nebo Tr $\phi 8 \times 1$ a délkách $l = 2 \times 4 \text{ m}$, na kterých jsou měřeny tlaky p_1 , p_2 a p_3 pomocí absolutních snímačů tlaku DMP 333, s rozsahem 0-16 MPa (BD Sensors), viz obr. 5.1. Třída přesnosti všech tlakových snímačů DMP 333 je $\pm 0,5$ (0,25) % a výstupní proudový signál je v rozsahu 4-20 mA. Napájení snímače je 12~36 V DC a krytí IP 65 (68). Snímače odpovídají normě ČSN 18 1005, tj. Automatizace. Měřicí převodníky (snímače) tlaku s elektrickými unifikovanými analogovými výstupními signály. Všeobecné technické požadavky a metody zkoušek.

Dále je v trati zařazena odbočka s kulovým ventilem KV pro upouštění plastického maziva, dosáhne-li píst měřicího přípravku, během provozu mazacího přístroje, horní úvratě. Po dosažení této úvratě je vypnut mazací přístroj a pomocí kulového ventilu KV je upuštěno mazivo. Poté je opět uzavřen kulový ventil KV. Měřicí přípravek se závěsem, na který je možné položit závaží určité hmotnosti, slouží k dosažení konstantního protitlaku na výstupu z trubice. Průřez pístu ze strany pístnice je $S = 8,48 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$. K pístnici měřicího přípravku je připojen snímač polohy, s jehož pomocí lze určit průtok v potrubí. Ke snímání polohy pístu přípravku slouží lineární tahový potenciometr T50 (Novotechnik) s rozsahem 0-50 mm a linearitou $\pm 0,15\%$. Počítač je vybaven měřicí kartou a software ScopeWin (Jurák).

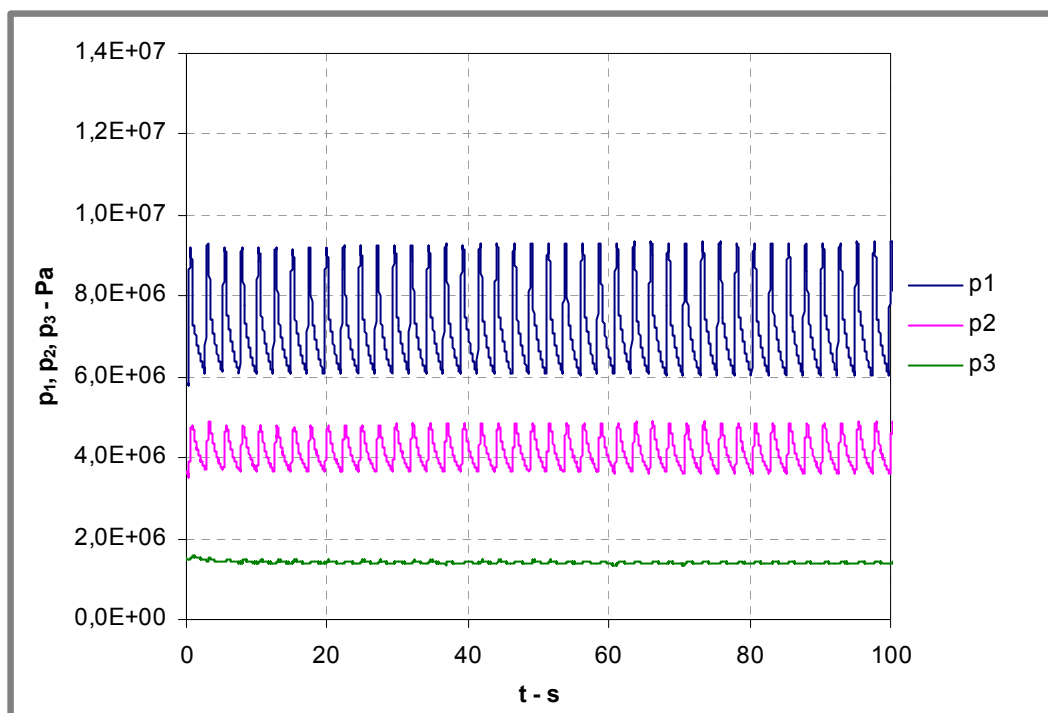
Postup měření byl následující. Na závěs měřicího přípravku bylo položeno závaží určité hmotnosti. Poté byl spuštěn časový záznam veličin, tj. tlaků p_1, p_2, p_3 a polohy x , se vzorkovací frekvencí 0,01 s a následně spuštěn mazací přístroj. Jakmile se píst měřicího přípravku přesunul do horní úvratě, byl vypnut měřicí přístroj a ukončen záznam měřených veličin. Takovým způsobem byl získán první záznam měření, jehož soubor má označení RV 111 V (V jako vzestupně). Další měření byla realizována vždy se zátěží navíc, tj. označovaná RV 112 V až RV 117 VS. Celkem bylo tedy provedeno 7 měření se vzrůstající zátěží na závěsu měřicího přípravku a poté 6 měření s klesající zátěží, jejichž soubory jsou označeny RV 116 S až RV 111 S (S jako sestupně a VS je měření s největší zátěží).

Ke značení souborů je zapotřebí říct ještě následující. První číslice má význam průměru trubice, tj. (1) = Tr $\phi 6 \times 1$ a (2) = Tr $\phi 8 \times 1$. Druhá číslice určuje napětí na elektrickém zdroji mazacího přístroje, tj. 1 odpovídá 24 V a třetí číslice definuje zátěž na měřicím přípravku, tj. (1) = 4 kg, (2) = 8 kg, (3) = 12 kg, (4) = 16 kg, (5) = 20 kg, (6) = 24 kg a (7) = 28 kg.

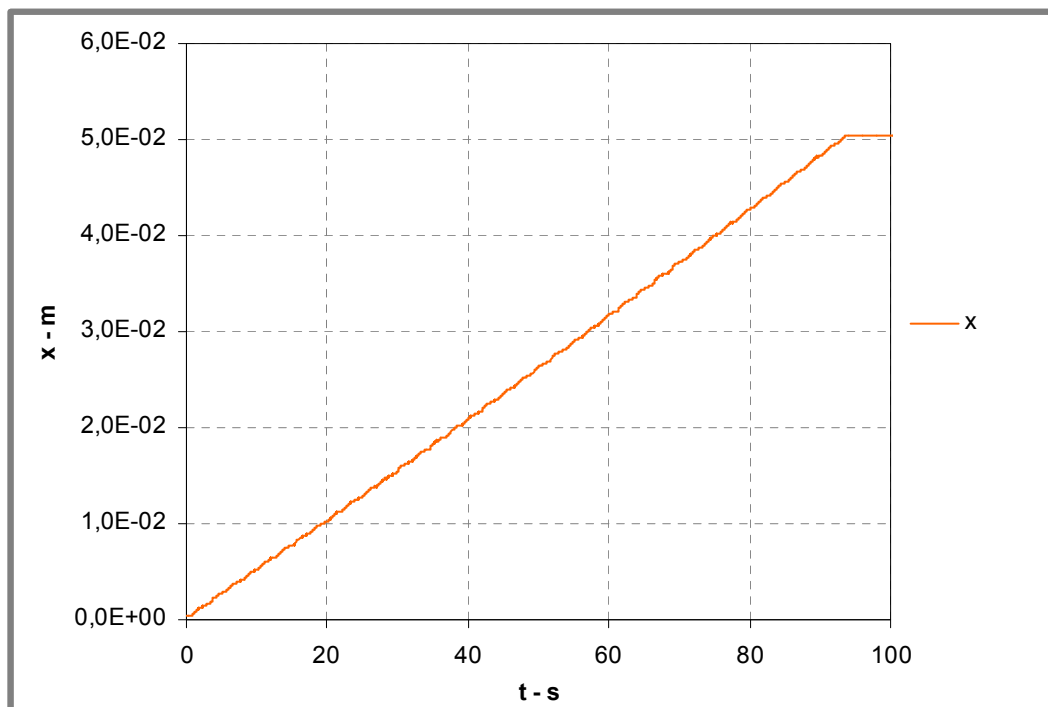
5.2 Výsledky měření

Na obr. 5.2 až 5.4 jsou zobrazeny výsledky prvního experimentálního měření, tj. se zátěží 4 kg na měřicím přípravku. V obvodu byly zařazeny trubice o průměrech $\phi 6 \times 1$ mm a délkách $l = 2 \times 4000$ mm. Z výsledků měření, viz obr. 5.2, je patrný značný útlum amplitudy tlaku ve vzdálenosti 4 a 8 m od mazacího přístroje. Podobně vypadají ostatní průběhy tlaků, viz příloha C. Tyto časové záznamy tlaků, tj. p_1, p_2 a p_3 , byly dále využity k určení rychlosti zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S, viz kap. 6.1. Ostatní výsledky experimentálního měření jsou pro trubice Tr $\phi 6 \times 1$ uvedeny v příloze C na obr. C1 až C12.

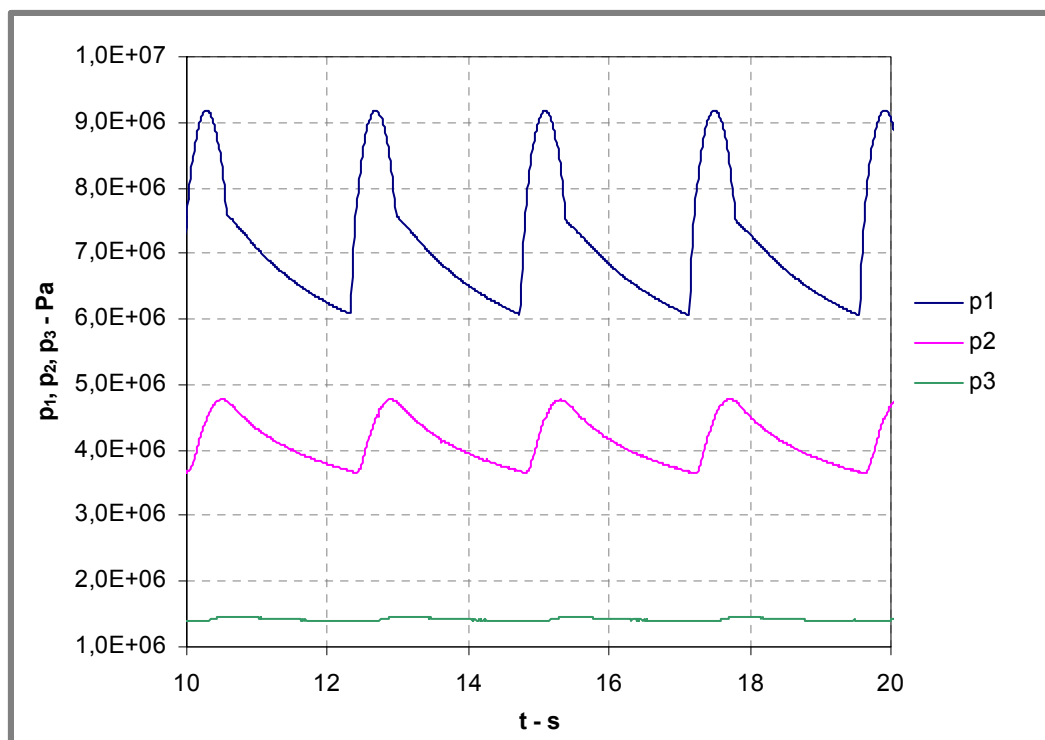
Z obr. 5.5 až 5.7 jsou patrné hodnoty tlakových ztrát pro průtok $Q = 5,27 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ve dvou sériově řazených trubicích Tr $\phi 6 \times 1$. Na obr. 5.5 jsou znázorněny průběhy středních hodnot tlaků, které byly měřeny při vzrůstající zátěži na měřicím přípravku. Z výsledků vyplývá, že s narůstající zátěží na přípravku se lineární závislost středních hodnot tlaků po délce trubice mění v nelineární. Stejný charakter průběhů tlaků byl naměřen i při klesajících hodnotách zátěže na měřicím přípravku, viz obr. 5.6. Ze srovnání středních hodnot tlaků při nárůstu a poklesu zátěže, viz obr. 5.7, není patrná žádná hystereze, tzn., že může být vyloučen vliv tixotropie plastického maziva. Tato nelinearita musí být způsobena vratnými změnami uvnitř plastického maziva.



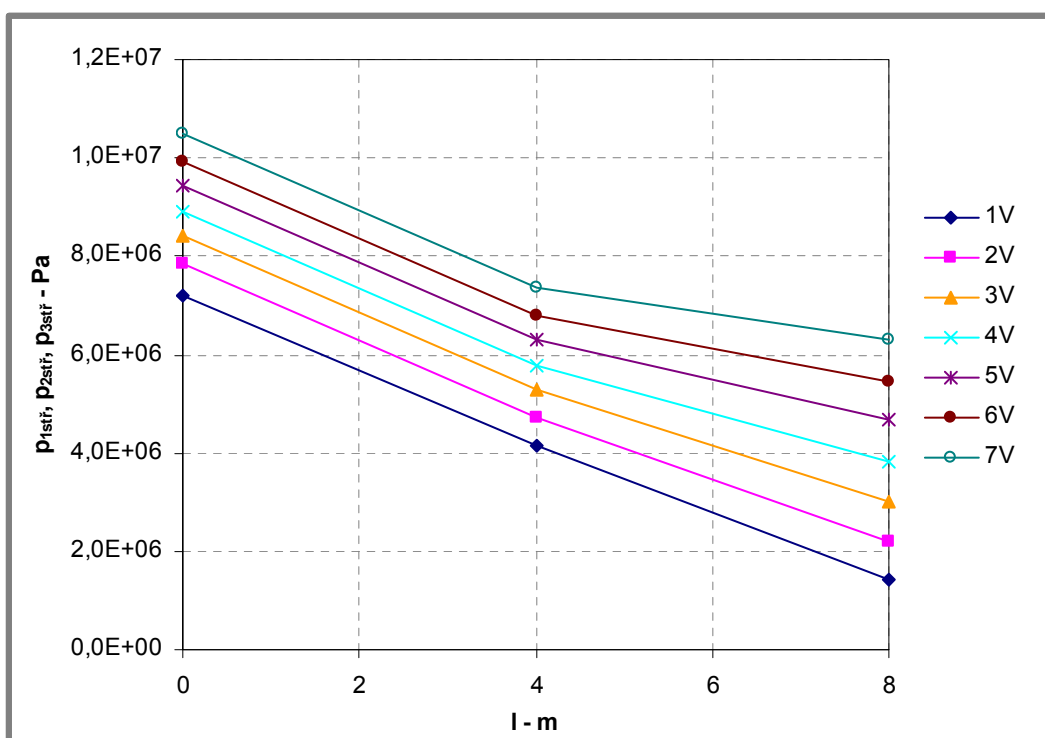
Obr. 22 Tlaky p_1 , p_2 , p_3 měřené na vstupu, uprostřed a na konci trubice; tok ekologického plastického maziva Plantogel 2S, ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 111 V



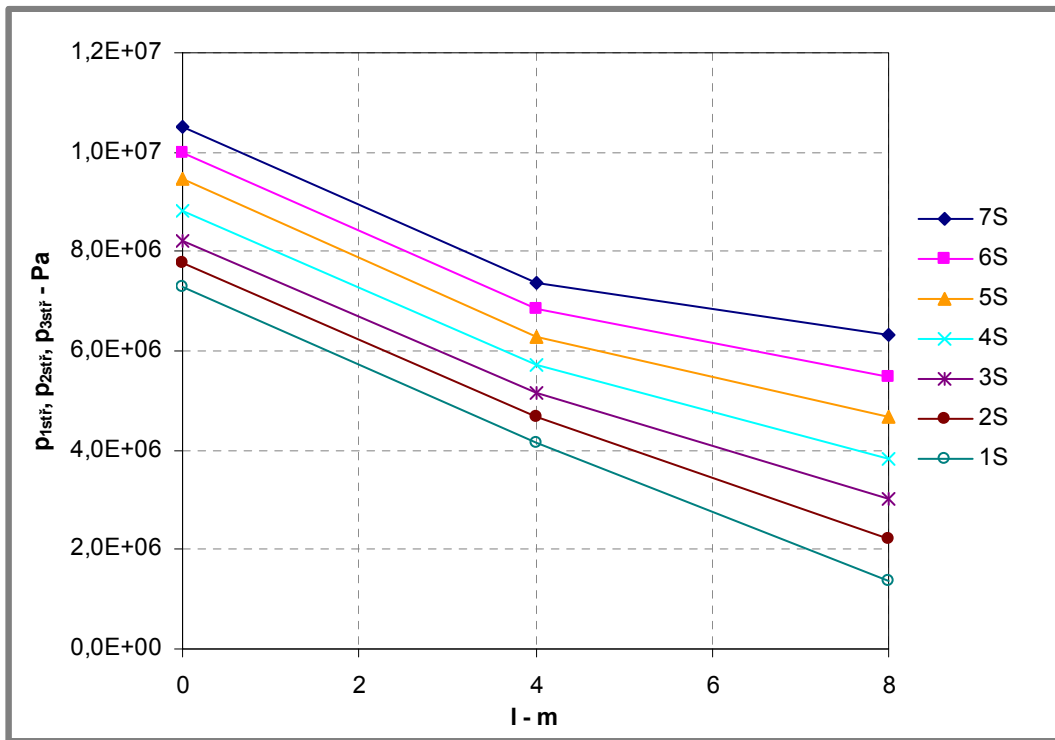
Obr. 23 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 111 V



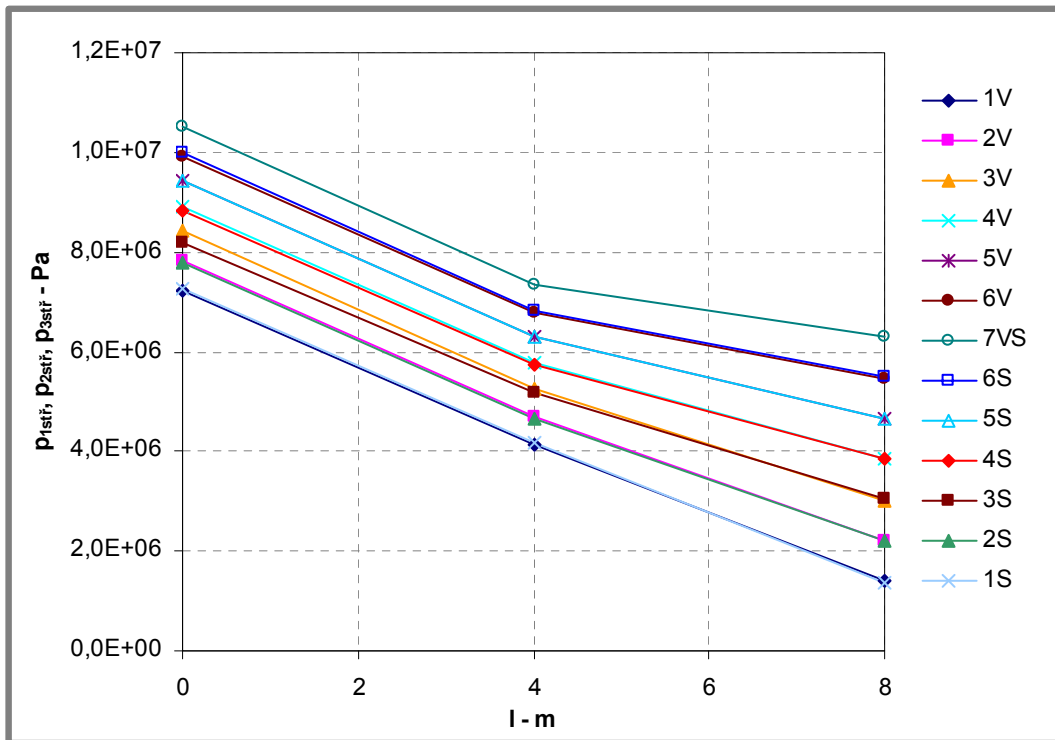
Obr. 24 Detailní zobrazení tlaků měřených na vstupu, uprostřed a na konci trubice; tok ekologického plastického maziva Plantogel 2S, ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 111 V



Obr. 25 Střední hodnoty ustáleného periodického průběhu tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu, uprostřed a na konci trubice Tr $\phi 6 \times 1$ pro zátěž 1-7 na měřicím přípravku, vzestupný nárůst zátěže, soubory RV 111 V až RV 111 VS



Obr. 26 Střední hodnoty ustáleného periodického průběhu tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu, uprostřed a na konci trubic Tr $\phi 6 \times 1$ pro zátěž 7-1 na měřicím přípravku, sestupný pokles zátěže, soubory RV 117 VS až RV 111 S



Obr. 27 Střední hodnoty ustálených periodických průběhů tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu, uprostřed a na konci trubic Tr $\phi 6 \times 1$ pro zátěž 1-7 a 7-1 na měřicím přípravku, vzestup a pokles zátěže, soubory RV 111 V až RV 117 VS a RV 117VS až RV 111 S

6.1 Rychlost zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S

6.1.1 Postup určení rychlosti zvuku

K početnímu určení rychlosti zvuku v ekologickém plastickém mazivu Plantogel 2S byly použity výsledky experimentálních měření tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu do trubic, mezi nimi a na jejich výstupu, viz kap. 5.2. Pomocí programu Parametr [19] byla provedena Fourierova transformace naměřených dat, a tím bylo určeno amplitudové a fázové spektrum. Z těchto spekter byly určeny vzájemné poměry amplitud tlaků p_1 , p_2 a p_3 a fázový posun mezi veličinami p_1 - p_2 a p_1 - p_3 . Následně byly určeny reálné a imaginární složky amplitud tlaků p_1 , p_2 a p_3 . Tato výsledná data byla poté načtena do programu F-A char, který využívá k určení rychlosti zvuku metodu přenosových matic. V programu je implementována přenosová matice systému trubice-newtonská kapalina (2.73), viz kap. 2.3.2, a cílem řešení je nalézt konstanty této matice. Způsob určení konstant přenosové matice, zejména rychlosti zvuku, je definován, jako optimalizační problém, který je vyřešen pomocí genetického algoritmu. Program tedy při výpočtu pracuje s populací možných řešení. Před každým výpočtem jsou náhodně vygenerovány konstanty přenosové matice (2.73) v určitém stanoveném rozsahu a poté je přistoupeno k výpočtu. Řešením soustavy rovnic [61]

$$\mathbf{u}(l,s) = \begin{pmatrix} q(l,s) \\ \sigma(l,s) \end{pmatrix} = \mathbf{P}_T(l,s) \cdot \begin{pmatrix} q_0(s) \\ \sigma_0(s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(l,s) & P_{12}(l,s) \\ P_{21}(l,s) & P_{22}(l,s) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_0(s) \\ \sigma_0(s) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

jsou stanoveny průtoky na vstupu a výstupu z trubic, ve které je $\mathbf{u}(l,s)$ stavový vektor na konci trubice, $q(l,s)$ a $\sigma(l,s)$ jsou složky tohoto stavového vektoru, které představují průtok a tlak v Laplaceových obrazech. Parametr s je operátor Laplaceovy transformace a l je délka obou sériově zapojených trubic, jejichž celková hodnota je 8 m. $\mathbf{P}_T(l,s)$ je přenosová matice, která byla uvedena v kap. 2.3.2, viz vztah (2.73). Veličiny $q_0(s)$ a $\sigma_0(s)$ jsou složky stavového vektoru na vstupu do obou trubic. Soustavu obou rovnic (6.1) rozepíšeme na tvary

$$q(l,s) = P_{11}(l,s)q_0(s) + P_{12}(l,s)\sigma_0(s) \quad (6.2)$$

a

$$\sigma(l,s) = P_{21}(l,s)q_0(s) + P_{22}(l,s)\sigma_0(s), \quad (6.3)$$

a určíme neznámé $\sigma_0(s)$ a $\sigma(l,s)$, tj. průtoky v Laplaceových obrazech na vstupu a výstupu z trubic. Nyní přepíšeme soustavu obou rovnic (6.1) pro vstupní bod trubic a místo mezi těmito trubicemi, tj. do místa, kde byl měřen tlak p_2 .

$$\begin{pmatrix} q(l/2,s) \\ \sigma(l/2,s) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(l/2,s) & P_{12}(l/2,s) \\ P_{21}(l/2,s) & P_{22}(l/2,s) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} q_0(s) \\ \sigma_0(s) \end{pmatrix}. \quad (6.4)$$

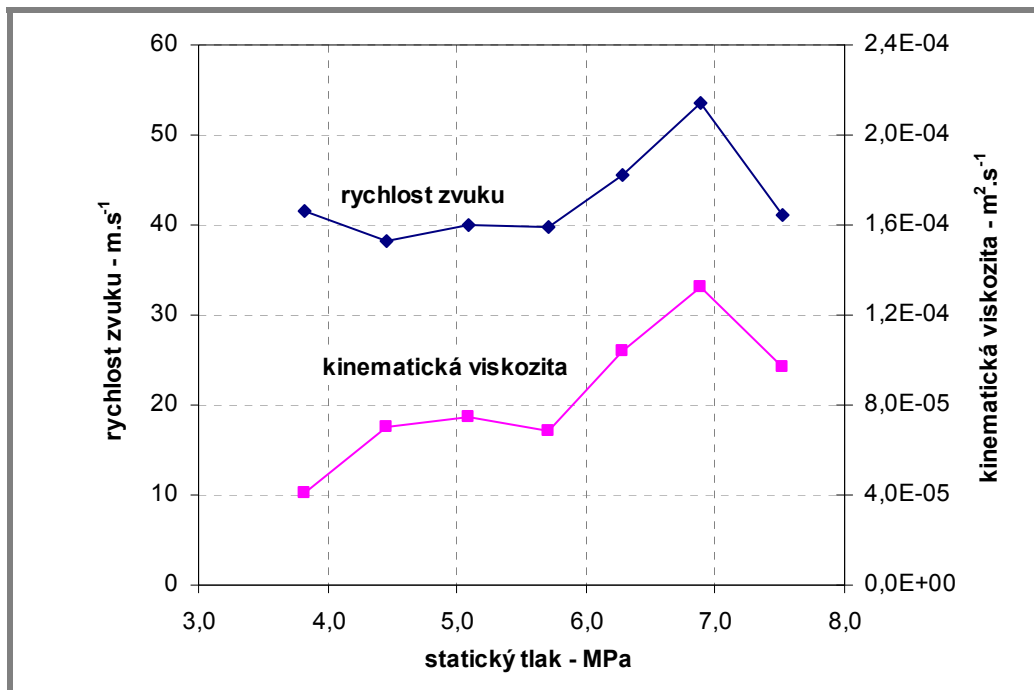
Řešením první rovnice stanovíme složku stavového vektoru $q((l/2),s)$ a po vyřešení té druhé určíme složku $\sigma((l/2),s)$. Program nyní porovná naměřené a vypočítané amplitudy tlaku p_2 a také jejich vzájemný fázový posun. K tomu používá hodnotící funkci (fitness). Po přiřazení funkce fitness všem potenciálním řešením se výpočet programu opakuje, jak už bylo výše naznačeno. Do nové populace postupují nejlepší jedinci, tj. nejlepší možná řešení. Více k principu genetických algoritmů je uvedeno v kap. 7. Chod programu je zastaven, jakmile je splněna ukončující podmínka, tj. je nalezeno přijatelně přesné řešení hledaných konstant.

6.1.2

6.1.2 Výsledky

Na obr. 6.1 jsou zobrazeny výsledky stanovené v programu F-A char. Jedná se o rychlost zvuku a kinematickou viskozitu v plastickém mazivu Plantogel 2S v závislosti na hodnotě statického tlaku [64]. Statický tlak představuje střední hodnotu tlaků p_1 , p_2 a p_3 .

Jak je patrné, rychlost zvuku v plastickém mazivu má poměrně nízkou hodnotu, což je dáno velkým tlumením kapaliny, a její možná závislost na střední hodnotě statického tlaku v trubici je spekulativní. Vypočítána kinematická viskozita nemá pro plastické mazivo Plantogel 2S takovou vypovídající hodnotu, neboť se nejedná o newtonskou kapalinu, ale visko-plastickou kapalinu, jejichž tvar viskózní funkce byl uveden v kap. 2.2.3, vztah (2.5).



Obr. 28 Rychlost zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S a kinematická viskozita v závislosti na středních hodnotách tlaků na vstupu do trubic, mezi nimi a na jejich konci, trubice 2 x Tr 6x1-4000 mm [64]

Vypočítaná hodnota rychlosti zvuku byla dále využita k numerické simulaci toku plastického maziva Plantogel 2S, viz kap. 6.2.

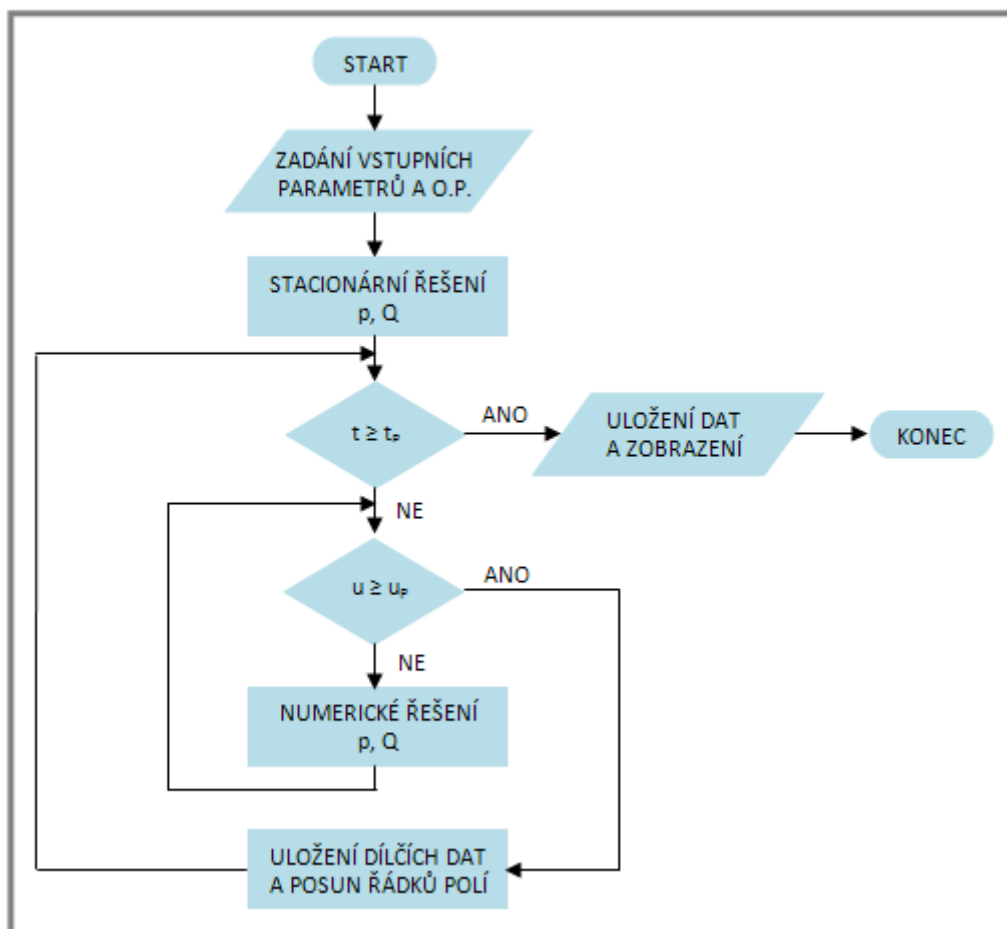
6.2 Neustálý tok visko-plastické kapaliny

6.2.1 Postup numerické simulace

Numerické řešení neustáleného toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny bylo provedeno ve vývojovém prostředí Matlab. Základem výpočtů jsou vztahy, které byly odvozené a uvedené v kap. 4.1.1 a 4.1.2. Před samotným spuštěním výpočtu jsou v programu zadány vstupní parametry trubice, tj. délka, vnitřní průměr a rozdělení na určitý počet úseků. Dále pak jsou definovány vlastnosti plastického maziva, okrajové podmínky a velikost časového kroku. Po spuštění výpočtu jsou nejprve vypočítány hodnoty tlaků p pro stacionární hodnotu průtoku Q , tj. pro počáteční podmínky, v zadaných bodech trubice. Tlakový spád je pro ustálený průtok na úseku potrubí vypočítán z implicitní rovnice

$$\Delta p = \frac{8Ql\eta_B}{\pi R^4} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{2l\tau_0}{R\Delta p} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2l\tau_0}{R\Delta p} \right)^4 \right]^{-1}, \quad (6.5)$$

která byla odvozena z Buckingham-Reinerovy rovnice pro ustálený průtok visko-plastické binghamské kapaliny [3], [22]. Z okrajové podmínky na výstupu z trubice (tlak) jsou poté dopočítány ostatní hodnoty tlaků v zadaných místech trubice.



Obr. 29 Algoritmus programu navrženého k numerickému řešení neustáleného toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny

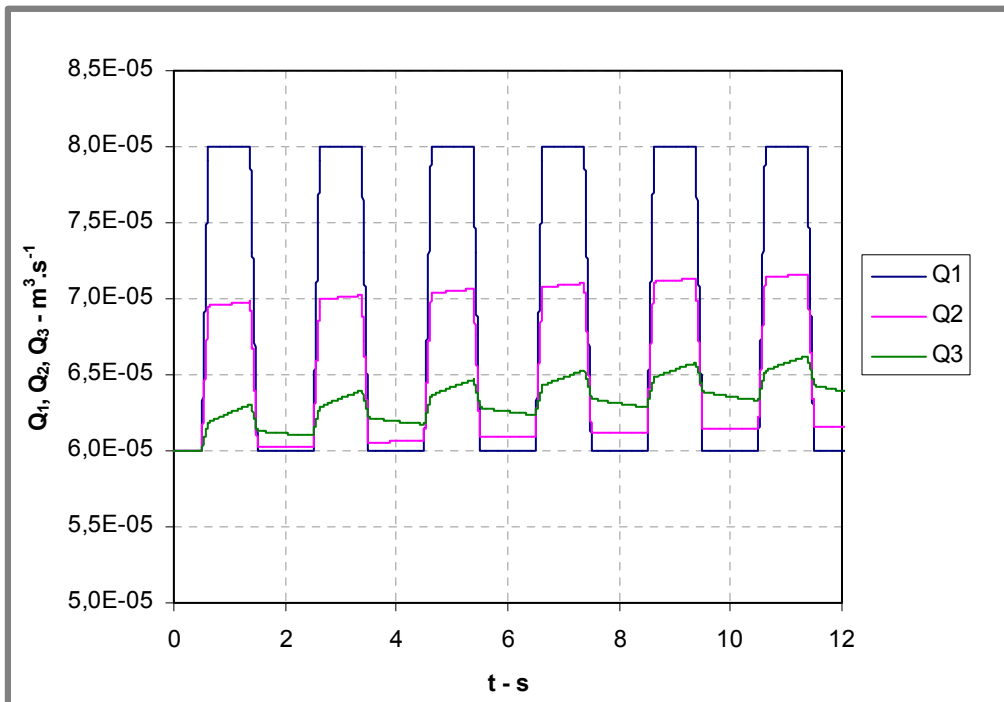
Takovým způsobem jsou stanoveny ustálené hodnoty tlaků p pro dva počáteční časové kroky. V dalších časových krocích jsou hodnoty neustálených tlaků p a průtoků Q počítány z rovnic, které byly odvozeny v kap. 4.1.2. Hodnoty $Q^{t+\Delta t}$ a $p^{t+\Delta t}$ jsou v novém časovém kroku vypočítány z hodnot Q^t a p^t předchozího časového kroku. Veškeré uvedené výpočty byly provedeny s okrajovou podmínkou průtoků na vstupu a okrajovou podmínkou tlaku na výstupu z trubice. Kromě hodnot průtoků Q a tlaků p je zapotřebí v novém časovém kroku vypočítat hodnoty dalších veličin, jakými jsou: poloměr pístové části toku kapaliny r_0 , dílčí střední rychlosti kapaliny u_{S1} , u_{S2} a poměry dílčích středních rychlostí k_1 a k_2 . Dále jsou dopočítány zavedené veličiny k_c , β a δ . Poloměr toku pístové části binghamské kapaliny je vypočítán ze vztahu (4.79), viz kap. 4.1.2.

Z vývojového diagramu zobrazeného na obr. 6.2 jsou patrné dva cykly s podmínkou na začátku. Vnější cyklus se týká nestacionárního řešení tlaků p a průtoků Q v čase. Označení t_p vyjadřuje požadovaný čas řešení a t je prozatímní dosažený čas numerického řešení. Vnitřní cyklus algoritmu programu se týká upřesnění numerického výpočtu poloměru toku pístové části r_0 , dílčích středních rychlostí u_{S1} , u_{S2} a zavedených veličin k_1 , k_2 , k_c , β a δ během určitého časového kroku pro krok následující, tj. $(t+\Delta t)$. Označení u_p , dle obr. 6.2, vyjadřuje požadovaný počet cyklů, které budou k upřesnění výše uvedených veličin vykonány. Následuje uložení dílčích dat p a Q z vybraných míst trubice v daném časovém okamžiku a poté přesun řádků ve dvojrozměrných polích, ve kterých probíhají početní operace. Po splnění podmínky vnějšího cyklu, tj. po provedení výpočtů až do požadovaného času t_p jsou uloženy veškeré hodnoty p a Q do textových souborů a časové průběhy tlaků a průtoků jsou zobrazeny na obrazovku.

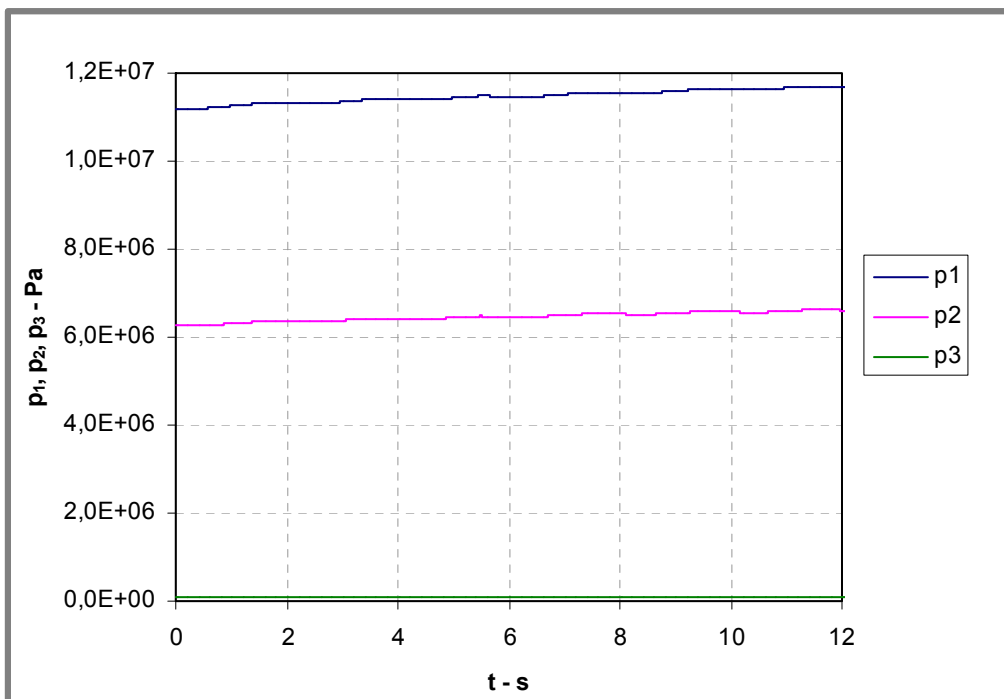
6.2.2

6.2.2 Výsledky

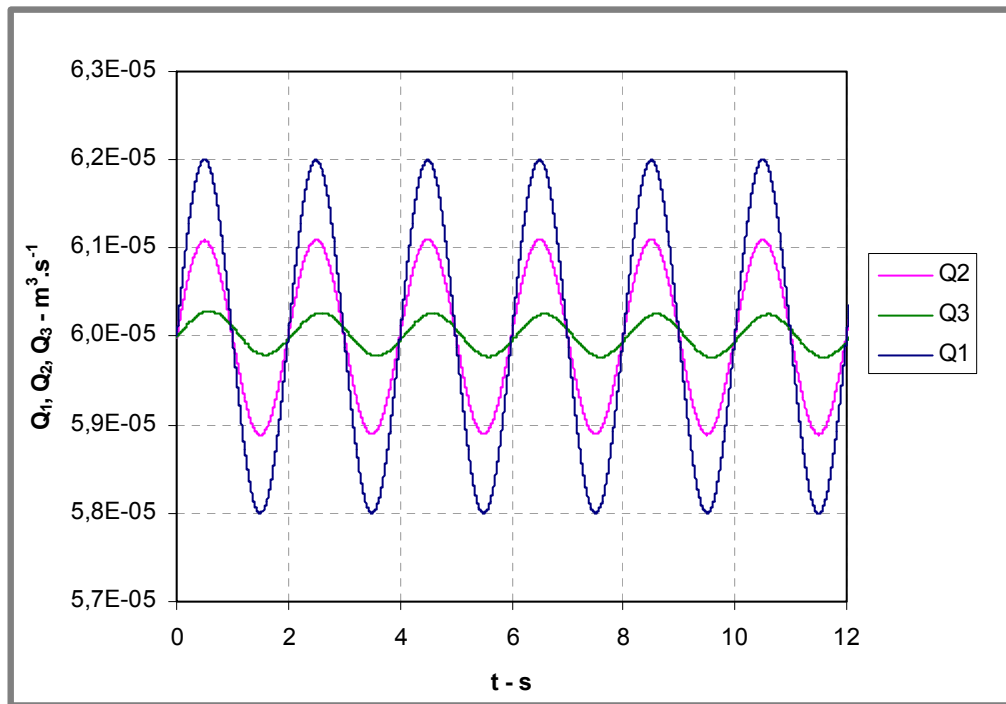
V této kapitole jsou prezentovány výsledky numerického výpočtu neustáleného toku stlačitelné visko-plastické kapaliny v trubici kruhového průřezu. Trubice je rozdělena na 9 částí a má parametry: vnitřní průměr $d = 8$ mm a délka $l = 9$ m. Časový krok výpočtu má hodnotu $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s. Fyzikální vlastnosti maziva jsou: $\tau_0 = 60$ Pa, $\eta_B = 2$ Pa.s, $\rho = 900$ kg.m⁻³, $K = 2 \cdot 10^6$ Pa. Doba řešení je $t = 2$ min. Výpočet byl proveden pro dva různě definované vstupní průtoky. Na vstupu do trubice je definována průtoková okrajová podmínka, jako: (a) rampová funkce a (b) funkce sinus. Rampová průtoková funkce má parametry: minimální hodnota je $Q_{\min} = 6 \cdot 10^{-5}$ m³.s⁻¹, maximální hodnota je $Q_{\max} = 8 \cdot 10^{-5}$ m³.s⁻¹, perioda průtoků je $T = 2$ s, doba nárůstu (poklesu) průtoků z Q_{\min} na Q_{\max} a obráceně je $t_p = 0,15$ s a doba trvání minimálního průtoků $t_{\min} = 1$ s. Průtoková funkce sinus má parametry: amplituda $Q_A = 2 \cdot 10^{-6}$ m³.s⁻¹, perioda $T = 2$ s. Na výstupu z trubice je definována tlaková okrajová podmínka $p = 1 \cdot 10^5$ Pa. Na obr. 6.3 a 6.4 jsou zobrazeny simulované průběhy průtoků a tlaků (pro rampovou funkci) na vstupu do trubice, uprostřed a na jejím konci. Patrný je nárůst hodnot Q_2 a Q_3 z počátečního ustáleného stavu vlivem změny průtoků. To samé platí pro hodnoty tlaků p_1 a p_2 , které jsou uvedeny na obr. 6.4. Na dalších obr. 6.5 a 6.6 jsou uvedeny simulované průběhy průtoků a tlaků (pro funkci sinus) na vstupu do trubice, uprostřed a na jejím konci. Z obr. 6.5 je zřejmý velký vnitřní útlum visko-plastické kapaliny a nepatrně také fázový posuv po délce trubice. Hodnoty tlaků, viz obr. 6.6, mají vzhledem k charakteru průtoků sinusový průběh.



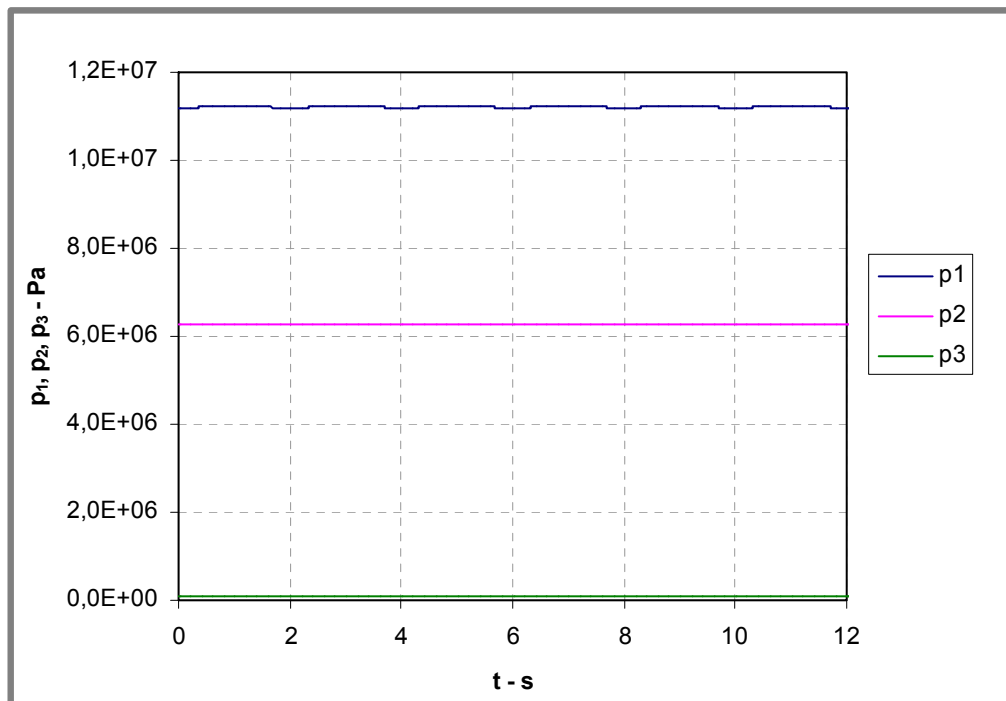
Obr. 30 Časové průběhy simulovaných průtoků Q_1 na vstupu, Q_2 uprostřed a Q_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – rampová funkce ($Q_{\min} = 6.10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $Q_{\max} = 8.10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2 \text{ s}$, trvání minimálního průtoku $t_{\min} = 1 \text{ s}$, nárůst (pokles) průtoku z Q_{\min} na Q_{\max} a obráceně $t_p = 0,15 \text{ s}$) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100 \text{ kPa}$)



Obr. 31 Časové průběhy simulovaných tlaků p_1 na vstupu, p_2 uprostřed a p_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – rampová funkce ($Q_{\min} = 6.10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $Q_{\max} = 8.10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2 \text{ s}$, trvání minimálního průtoku $t_{\min} = 1 \text{ s}$, nárůst (pokles) průtoku z Q_{\min} na Q_{\max} a obráceně $t_p = 0,15 \text{ s}$) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100 \text{ kPa}$)



Obr. 32 Časové průběhy simulovaných průtoků Q_1 na vstupu, Q_2 uprostřed a Q_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – funkce sinus (amplituda $Q_A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, posunutí $Q_p = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2 \text{ s}$) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100 \text{ kPa}$)



Obr. 33 Časové průběhy simulovaných tlaků p_1 na vstupu, p_2 uprostřed a p_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – funkce sinus (amplituda $Q_A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, posunutí $Q_p = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2 \text{ s}$) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100 \text{ kPa}$)

Z řady provedených výpočtů jsou (pro ověření numerické stability algoritmu) patrná následující omezení: parametry trubice: průměr $d_{\min} = 8$ mm, fyzikální vlastnosti maziva $\tau_{0\max} = 60$ Pa, $\eta_{B\max} = 2$ Pa.s, $Q_{\min} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, časový krok $\Delta t_{\max} = 1 \cdot 10^{-4}$ s. Z tohoto důvodu nebylo možné provést simulaci pro průměry trubice, tj. $d = 4$ a 6 mm, průtok $Q_{\min} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ a fyzikální vlastnostmi plastického maziva Plantogel 2S, tj. $\tau_0 = 297,54$ Pa a $\eta_B = 4,70$ Pa.s dle přílohy B, a porovnat je s experimentem, viz kap. 5.2.

6.3 Neustálý tok visko-elasticko-plastické kapaliny

6.3

6.3.1 Postup numerické simulace

6.3.1

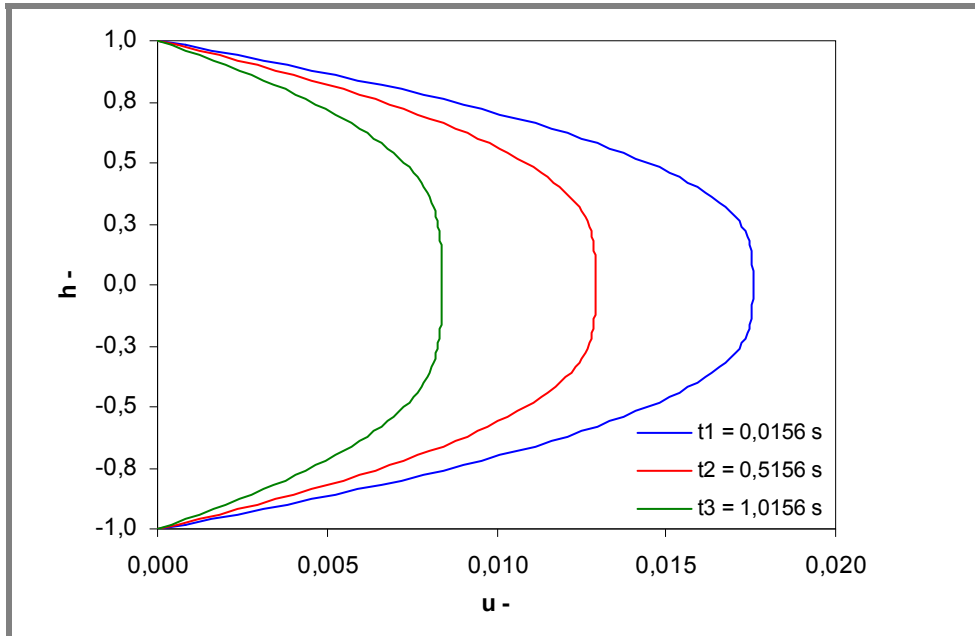
V kap. 2.3.1 bylo uvedeno odvození pohybové rovnice visko-elasticko-plastické kapaliny (2.59) popisující oscilační tok mezi dvěma rovnoběžnými deskami [32]. Do této rovnice byla dosazena obecná konstitutivní rovnice (2.44), viz kap. 2.3.1. U kapaliny uvažujeme jediný elastický parametr, kterým je relaxační čas λ_1 . Výsledné vztahy byly pomocí diferenčních vztahů, viz kap. 4.1.3, upraveny k numerickému řešení. Do numerických vztahů byly dále dosazeny experimentálně stanovené konstanty prohněteného plastického maziva Plantogel 2S, viz kap. 2.2.5 a příloha C. Mezi tyto reologické konstanty patří: mez toku $\tau_0 = 297$ Pa, Binghamova viskozita $\eta_B = 4,7$ Pa.s a také hodnota modulu pružnosti ve smyku $G = 2600$ Pa (viz tab. 2.4, kap. 2.2.5), která byla odečtena z visko-elastické charakteristiky. Hodnota relaxačního času λ_1 byla vypočítána, tj. $\lambda_1 = \eta_B/G = 0,0018$ s. Kapalina je buzena periodickým tlakovým spádem, viz vztah (2.60), kap. 2.3.1. Parametry tlakového buzení jsou: amplituda tlakového spádu $p_{x1} = 0,05 \cdot 10^6$ Pa, posunutí tlakového spádu v kladném směru $p_{x1} = 0,2 \cdot 10^6$ Pa a úhlová rychlost $\omega = 3,14 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Řešením pohybové rovnice jsou vypočítány tvary rychlostního profilu v čase, viz obr. 6.7 a 6.8. Simulace byla provedena s velmi jemným časovým krokem $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4}$ s. Velikost konstanty ε ve vztahu (2.45), viz kap. 2.3.1, byla zvolena velmi nízká $\varepsilon = 8 \cdot 10^{-7}$. Konstanta ε byla zavedena z toho důvodu, aby ve vztahu (2.45) nedošlo k dělení nulou. Má zanedbatelný vliv na výsledek simulace.

6.3.2 Výsledky

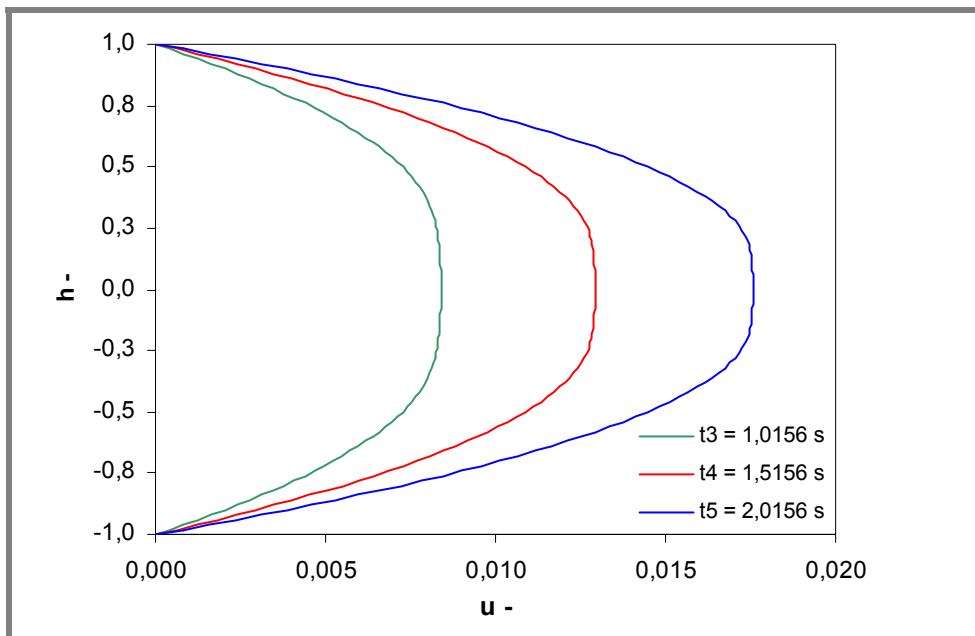
6.3.2

K numerické simulaci byl v prostředí Matlab vytvořen program. Na obr. 6.7 jsou uvedeny výsledky simulace pro časový úsek $t = 0,0156$ - $1,0156$ s, ve kterém dochází k poklesu tlakového spádu. Jsou zde zobrazeny tři tvary bezrozměrných rychlostních profilů pro časové okamžiky $t_1 = 0,0156$ s, $t_2 = 0,5156$ s, $t_3 = 1,0156$. Na obr. 6.8 jsou uvedeny výsledky simulace pro časový úsek, při kterém dochází k opětovnému vzestupu tlakového spádu, tj. pro úsek $t = 1,0156$ - $2,0156$ s. Opět jsou zde zobrazeny tři rychlostní profily pro časové okamžiky $t_3 = 1,0156$ s, $t_4 = 1,5156$ s a $t_5 = 2,0156$ s. Je patrné, že průběhy jsou v obou obrázcích totožné. Vzhledem k nízké frekvenci tlakového buzení nevykazují bezrozměrné rychlostní profily žádné zásadní odchylky od předpokládaného tvaru ustáleného rychlostního profilu visko-plastické binghamské kapaliny. Dále je zřejmé, že vysoká hodnota modulu pružnosti ve smyku

G neměla podstatný vliv na tvar pístových částí rychlostních profilů, tj. mají téměř přímkový tvar (ve střední oblasti). Z tohoto důvodu můžeme očekávat, že také průběh smykového napětí po průřezu bude blízký průběhu, který je u stacionárního rychlostního profilu visko-plastické kapaliny.



Obr. 34 Simulace neustáleného toku visko-elasticko-plastické kapaliny mezi rovnoběžnými deskami; bezrozměrný rychlostní profil kapaliny; konstanty numerické simulace: $\tau_0 = 297$ Pa, $\eta_B = 4,7$ Pa.s, $G = 2600$ Pa, $\omega = 3,14$ rad.s⁻¹, $h = 0,008$ m, $\lambda_1 = 0,002$ s, $\rho = 900$ kg.m⁻³, pokles tlakového spádu během periody tlakového buzení)



Obr. 35 Simulace neustáleného toku visko-elasticko-plastické kapaliny mezi rovnoběžnými deskami; bezrozměrný rychlostní profil kapaliny; konstanty numerické simulace: $\tau_0 = 297$ Pa, $\eta_B = 4,7$ Pa.s, $G = 2600$ Pa, $\omega = 3,14$ rad.s⁻¹, $h = 0,008$ m, $\lambda_1 = 0,002$ s, $\rho = 900$ kg.m⁻³, vzestup tlakového spádu během periody tlakového buzení)

V případě, že bude zaveden budící tlakový spád s vyšší úhlovou frekvencí, bude několik period trvat, než dojde k ustálení hodnot rychlostí.

Vytvořený program bude dále využit ke studiu toku plastických maziv za různých provozních stavů, tj. s různým tlakovým buzením.

7 NÁVRH PROGRESIVNÍCH SYSTÉMŮ POMOCÍ GENETICKÝCH ALGORITMŮ

7.1 Návrh konstrukce progresivních rozdělovačů

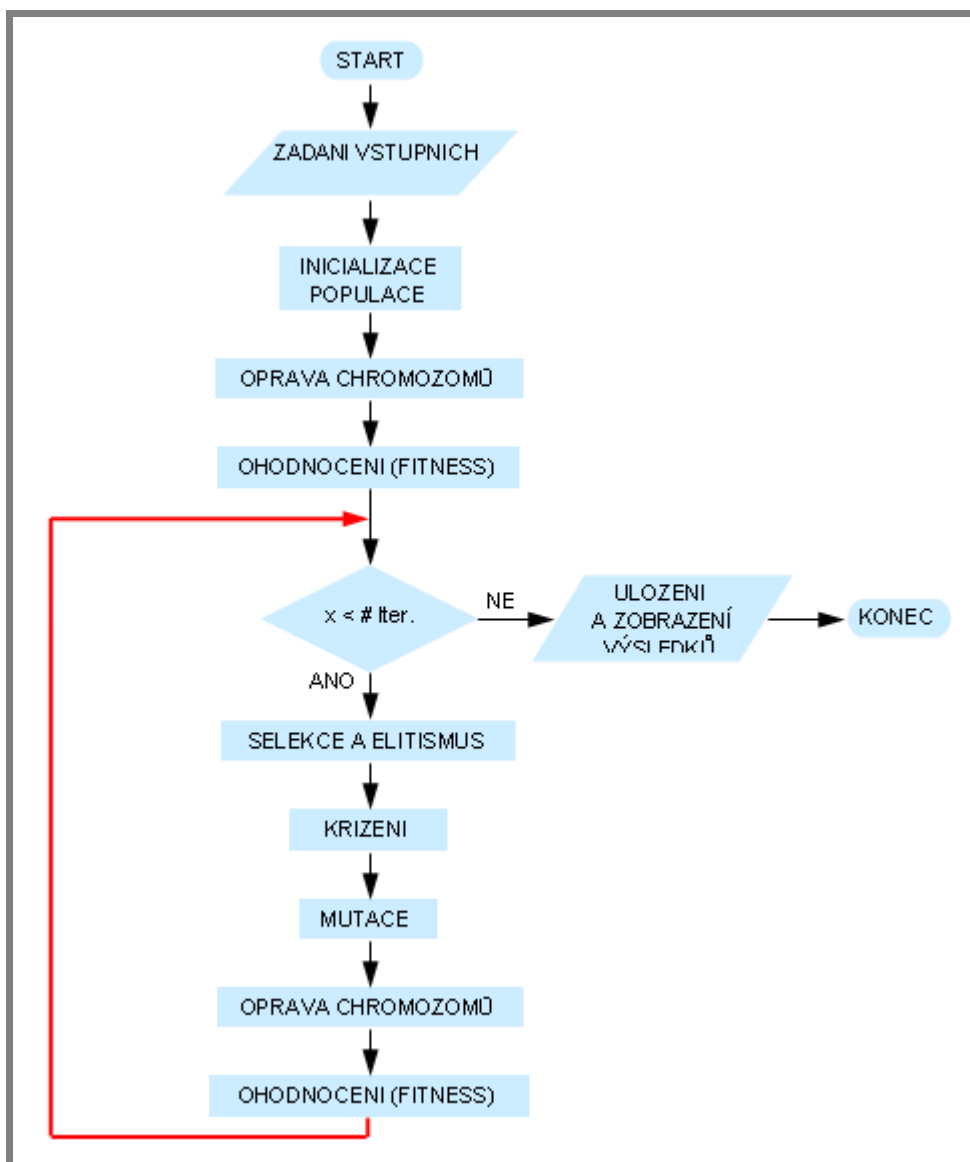
K návrhu progresivních rozdělovačů byl v objektově orientované platformě JAVA [13] a poté v prostředí Matlab vytvořen vlastní program, ve kterém je implementován GA [10], [11]. Tento optimalizační program slouží k nalezení nejvhodnějších konstrukcí rozdělovačů ZP-A až ZP-D na základě vstupních požadavků, které jsou následující:

- typ sekcí (dle typu rozdělovače, tj. ZP-A až ZP-D),
- počet sekcí (obvykle v rozmezí 3 až 12),
- počet otevřených vývodů progresivního rozdělovače (to je omezeno počtem sekcí progresivního rozdělovače),
- poměr dělení maziva v rozdělovači (lze zadat např. požadovanými objemy maziva VP_{ij} , které mají být vytlačeny z j -tého vývodu i -té sekce během 1 pracovního cyklu rozdělovače [$\text{cm}^3 \cdot \text{cyklus}^{-1}$]),
- parametry genetického algoritmu optimalizačního programu (N velikost populace, t_T selekční tlak, pravděpodobnost mutace P_m a počet iterací PI , tj. doba trvání evolučního procesu).

Operátor křížení byl v programu vynechán, v modifikované verzi programu, neboť se ve své podstatě jedná o speciální případ mutace [21]. Po úpravě je možné program použít k návrhu jiných typů rozdělovačů, např. [66], [67], [69] a [71].

7.1.1 Algoritmus programu

Na obr. 7.1 je zobrazen vývojový diagram optimalizačního programu. Je patrné, že jeho podstatnou část tvoří genetický algoritmus. Počáteční populace je v programu vytvořena pomocí generátoru pseudonáhodných čísel a je uložena ve dvojrozměrném poli, se kterým jsou prováděny další operace. Velikost tohoto pole je dána délkou chromozomu L progresivních rozdělovačů a velikosti populace N . Chybně vygenerované chromozomy, tj. konstrukční varianty progresivních rozdělovačů, jsou programem opraveny. K tomu slouží několik typů opravných algoritmů. Opravené chromozomy jsou ohodnoceny pomocí tzv. účelové funkce (fitness), viz (7.15) a poté je populace podrobena selekci. V programu je implementována turnajová selekce, viz kap. 7.1.4. Selekcí jsou z původní populace vybráni jedinci s lepší hodnotou fitness (čím menší hodnota, tím lepší), kteří dále postupují do nové generace. Protože není algoritmem selekce zaručeno, že do nové generace postoupí vždy nejlepší jedinec z populace, je v programu dále implementován tzv. elitismus. Nejlepší jedinec je v populaci vyhledán a je automaticky zkopírován do nové generace, nichž by se podroboval turnajové selekci, jako ostatní jedinci. Následně jsou jedinci populace s pravděpodobností P_m mutováni. Nad každým genem chromozomu je proveden náhodný pokus a s výše uvedenou pravděpodobností je gen změněn. Mutací mohou být vytvořeni chybní jedinci, proto jsou programem opět použity opravné algoritmy, které případné chyby opraví. Opravené chromozomy jsou dále vyhodnoceny pomocí účelové funkce a celý cyklus genetického algoritmu se opět opakuje, dokud nebude splněna ukončující podmínka cyklu FOR, tj. počet zadaných iterací.



Obr. 36 Vývojový diagram programu na optimalizaci progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D s implementovaným genetickým algoritmem

Po ukončení výpočtu jsou všechny výsledky uloženy do souborů a dále je proveden stručný výpis vybraných výsledků na obrazovku počítače, např. průměrné hodnoty fitness populací, nejlepší hodnoty fitness jedince apod.

7.1.2 Způsob zakódování progresivních rozdělovačů

Celočíselné kódování je vhodný způsob, jak interpretovat nezbytné a dostačující informace o konstrukčním provedení progresivních rozdělovačů. V tab. 7.1 je představen způsob, jak provést kódování u rozdělovačů ZP-A až ZP-D.

7.1.2

Tab. 7.1 Chromozóm n-sekčního progresivního rozdělovače ZP-A až ZP-D (střídání genů A_s až F_s v chromozómu)

sekce	1. sekce						...	i-tá sekce						...	n-tá sekce					
gen	A_s	B_s	C_s	D_s	E_s	F_s		A_s	B_s	C_s	D_s	E_s	F_s		A_s	B_s	C_s	D_s	E_s	F_s

U rozdělovačů ZP-A, které mají modulární stavbu, je pro každou sekci dostačující, aby byla kódována šesti celými čísly. Tzn., že progresivní rozdělovač ZP-A se šesti sekcemi bude zakódován řetězcem o celkové délce 36 číslic, viz tab. 7.1. U rozdělovače ZP-A se šesti sekcemi, který je znázorněn na obr. 2.6, viz kap. 2.1.2, má chromozóm podobu: 311010200101310000301011401001310000. Význam genů v chromozómu je patrný z tab. 7.2.

Tab. 7.2 Význam genů v chromozómech progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D

pořadí genů v řetězci	gen	význam genu
1	A _s	velikost sekce [cm ³ /zdvih]
2	B _s	spojení vývodů sekce (1 = ano, 0 = ne)
3	C _s	spojení levých vývodů sekcí (1 = ano, 0 = ne)
4	D _s	spojení pravých vývodů sekcí (1 = ano, 0 = ne)
5	E _s	otevření/uzavření levého vývodu sekce (1 = ano, 0 = ne)
6	F _s	otevření/uzavření pravého vývodu sekce (1 = ano, 0 = ne)

Pokud se jedná o progresivní rozdělovač ZP-A (ZP-C), mohou mít pracovní komory sekcí velikost: 0.07, 0.1, 0.2 nebo 0.3 cm³/zdvih. U rozdělovačů ZP-B (ZP-D) mají sekce velikost: 0.5, 1.2 a 2.0 cm³/zdvih.

Tab. 7.3 Počet konstrukčních provedení progresivních rozdělovačů ZP-A a ZP-B v závislosti na počtu sekcí a otevřených vývodech [58]

počet variant	počet sekcí rozdělovače ZP-A								
	3	4	5	6	7	8	9	10	
počet otevřených vývodů rozdělovače ZP-A	2	5.76E+02	3.33E+03	1.74E+04	8.60E+04	4.10E+05	1.90E+06	8.65E+06	3.88E+07
	3	1.02E+03	9.22E+03	6.55E+04	4.10E+05	2.36E+06	1.28E+07	6.71E+07	3.40E+08
	4	8.96E+02	1.41E+04	1.43E+05	1.17E+06	8.29E+06	5.37E+07	3.25E+08	1.87E+09
	5	3.84E+02	1.28E+04	2.01E+05	2.21E+06	1.98E+07	1.55E+08	1.10E+09	7.27E+09
	6	6.40E+01	6.91E+03	1.86E+05	2.92E+06	3.41E+07	3.28E+08	2.77E+09	2.12E+10
	7		2.05E+03	1.15E+05	2.75E+06	4.33E+07	5.25E+08	5.34E+09	4.79E+10
	8		2.56E+02	4.51E+04	1.84E+06	4.11E+07	6.47E+08	8.10E+09	8.62E+10
	9			1.02E+04	8.60E+05	2.92E+07	6.19E+08	9.75E+09	1.25E+11
	10			1.02E+03	2.66E+05	1.53E+07	4.59E+08	9.37E+09	1.48E+11
	11				4.92E+04	5.77E+06	2.62E+08	7.20E+09	1.43E+11
	12				4.10E+03	1.47E+06	1.13E+08	4.39E+09	1.13E+11
	13					2.29E+05	3.58E+07	2.10E+09	7.23E+10
	14					1.64E+04	7.80E+06	7.71E+08	3.74E+10
	15						1.05E+06	2.10E+08	1.54E+10
	16						6.55E+04	3.98E+07	4.92E+09
	17							4.72E+06	1.18E+09
	18							2.62E+05	1.98E+08
	19								2.10E+07
	20								1.05E+06

Z tab. 7.3 je patrné, kolik konstrukčních variant progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D o určitém počtu sekcí a otevřených vývodů je možné získat. V této tabulce jsou také započítána symetrická propojení. Nejvyšší variabilita konstrukčních propojení

a dostatečný rozsah poměru dělení maziva je u rozdělovačů, jejichž počet sekcí odpovídá počtu otevřených vývodů, viz oranžové označení v tab. 7.3. Progresivní rozdělovače s méně než 50-ti % otevřených vývodů mají nižší variabilitu co do počtu konstrukčních provedení, ale umožňují dělení maziva s vyšším poměrem. Rozdělovače s více než 50-ti % otevřených vývodů mají rovněž nižší variabilitu konstrukčních propojení, ale menší rozsah poměru dělení maziva. K určení počtu konstrukčních provedení progresivních rozdělovačů ZP-A a ZP-B byl navržen vztah

$$N_{DC} = n^k \left[\binom{2k}{l} - \binom{2k-2}{l} \right], \quad (7.1)$$

kde: n je počet velikostí sekcí určité řady (např. pro sekce rozdělovačů ZP-A platí, že $n = 4$), k je počet sekcí rozdělovače, $2k$ je celkový počet vývodů rozdělovače a l je počet otevřených vývodů rozdělovače. Tento vztah je platný, jestliže $2k-2 \geq l$. Ke stanovení počtu konstrukcí rozdělovačů ZP-A až ZP-D s jediným uzavřeným vývodem lze použít jednodušší vztah

$$N_{DC} = n^k \binom{2k}{l}, \quad (7.2)$$

neboť není zapotřebí. Význam veličin je shodný, jako v případě rovnice (7.1). Vztah (7.2) je platný, jestliže $2k \geq l$.

7.1.3 Výpočet mazacích dávek u rozdělovačů ZP-A až ZP-D

7.1.3

Na základě zavedeného systému veličin, viz obr. 7.2, tj. objemů vstupujících (vystupujících) ze sekcí progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D, byly získány výpočtové vztahy, pomocí kterých lze stanovit mazací dávky, tj. množství maziva, které je vytlačeno z vývodů rozdělovačů během jednoho pracovního cyklu [$\text{cm}^3 \cdot \text{cyklus}^{-1}$].

Tyto výpočtové vztahy byly implementovány v optimalizačním programu. Význam použitých symbolů veličin je následující. Písmeny VV_{ij} jsou označeny objemy maziva vytlačené z j -tého vývodu rozdělovače i -té sekce (mazací dávky), označení VPK_{VSij} představuje objemy maziva vstupující do j -tého průběžného kanálu i -té sekce, VS_i je velikost sekce (objem maziva vytlačený na zdvih pístu), VPK_{VYij} je objem maziva vystupující z j -tého vývodu i -té sekce, kde $j \in \langle 1 \text{ nebo } 2 \rangle$ a Q odpovídá průtoku maziva vstupujícího do rozdělovače [$\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$].

Symbole A_{Si} , B_{Si} , C_{Si} , D_{Si} , E_{Si} a F_{Si} jsou označeny geny chromozómu i -té sekce rozdělovače ZP-A. Objemy maziva vytlačené z vývodů vstupní sekce rozdělovače ZP-A (a ostatních typů ZP-B až ZP-D) se vypočítají dle vztahů, jejichž význam je patrný z obr. 7.2

$$VV_{11} = E_{s1} [VS_2 (1 + B_{s1}) + C_{s1} VPK_{VS11} + B_{s1} D_{s1} VPK_{VS12}] \quad (7.3)$$

a

$$VV_{12} = F_{s1} [VS_2 (1 + B_{s1}) + D_{s1} VPK_{VS12} + B_{s1} C_{s1} VPK_{VS11}]. \quad (7.4)$$

Objemy maziva vystupující z průběžných kanálů i -té sekce rozdělovače ZP-A se stanoví podobně, jako objemy vytlačené z vývodů i -té sekce, tj.

$$VPK_{VYi1} = (1 - E_{Si}) [VS_{i+1}(1 + B_{Si}) + C_{Si}VPK_{VSi1} + B_{Si}D_{Si}VPK_{VSi2}] \quad (7.7)$$

a

$$VPK_{VYi2} = (1 - F_{Si}) [VS_{i+1}(1 + B_{Si}) + D_{Si}VPK_{VSi2} + B_{Si}C_{Si}VPK_{VSi1}]. \quad (7.8)$$

Dále platí rovnost mezi objemy maziva vystupujících z průběžných kanálů i -té sekce a vstupujících do průběžných kanálů $(i-1)$ -té sekce.

$$VPK_{VYi1} = VPK_{VSi-1,1} \quad (7.9)$$

a

$$VPK_{VYi2} = VPK_{VSi-1,2}. \quad (7.10)$$

V případě objemů vytlačených z vývodů závěrné (n -té) sekce rozdělovače ZP-A mají výpočtové vztahy tuto podobu

$$VV_{n1} = E_{Sn} [VS_1(1 + B_{Sn})] \quad (7.11)$$

a

$$VV_{n2} = E_{Sn} [VS_1(1 + B_{Sn})]. \quad (7.12)$$

Opět zde platí rovnost mezi objemy maziva (přilehlých sekcí) vystupujícími z průběžných kanálů n -té sekce a vstupujícími do kanálů $(n-1)$ -té sekce.

$$VPK_{VYn1} = (1 - E_{Sn}) [VS_1(1 + B_{Sn})] \quad (7.13)$$

a

$$VPK_{VYn2} = (1 - F_{Sn}) [VS_1(1 + B_{Sn})]. \quad (7.14)$$

7.1.4 Hodnotící funkce (fitness) a selekce

7.1.4

V programu, který byl vytvořen k návrhu progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D, byla navržena hodnotící funkce fitness ve tvaru [58]

$$HF_i = \sum_{j=1}^{m-1} abs \left(\frac{VV_{i,j+1}}{VV_{ij}} - \frac{VP_{i,j+1}}{VP_{ij}} \right), \quad (7.15)$$

kde: VP_{ij} je požadovaný objem maziva vytlačený během jednoho pracovního cyklu z,j -tého vývodu i -tého rozdělovače populace [$\text{cm}^3 \cdot \text{cyklus}^{-1}$], VV_{ij} je vypočítaný objem maziva vytlačený z,j -tého vývodu i -tého rozdělovače během jednoho pracovního cyklu, $i \in \langle 1;n \rangle$ a $j \in \langle 1;m \rangle$; n je počet jedinců v populaci, m je počet otevřených vývodů progresivního rozdělovače ZP-A. Požadované a vypočítané

objemy jsou před použitím fitness funkce seřazeny vzestupně a poté se porovnávají, tzn., že nejsou vázány na konkrétní otevřené vývody rozdělovače.

V návrhovém programu byl implementován mechanismus turnajové selekce, tzv. tournament selection, [21]. Jeho největším přínosem je absence požadavku na setřídění populace a jednoduchost programového zpracování. Z tohoto důvodu je turnajová selekce často používána. Z N jedinců populace je vybráno t_T soutěžících. Do další generace postupuje nejlepší z těchto t_T jedinců. Celý postup se opakuje N -krát, kde N je počet jedinců v nové populaci.

Ztráta variability populace p_d během selekce závisí pouze na parametru t_T [21], tj. na počtu mezi sebou soupeřících jedinců

$$p_d = t_T^{-\frac{1}{t_T-1}} - t_T^{-\frac{t_T}{t_T-1}}. \quad (7.16)$$

Při počtu soupeřících jedinců $t_T = 5$ je během jedné generace ztracena přibližně polovina populace. Nejčastěji bývá používána turnajová selekce $t_T = 2$, tzv. binary tournament.

7.1.5

7.1.5 Rekombinační operátor (mutace)

Nad každým genem chromozomu je proveden náhodný pokus a s pravděpodobností P_m a je-li pokus úspěšný je provedena mutace genu. Pro geny na pozicích B_S až F_S je provedena inverze genu, tj. z $0 \rightarrow 1$ nebo z $1 \rightarrow 0$. Pro gen na pozici A_S je náhodně vygenerováno číslo v rozsahu, který odpovídá počtu velikostí sekcí určitého typu rozdělovače. Např. pro progresivní rozdělovače ZP-A existují čtyři velikosti sekcí, tj. 0,07, 0,1, 0,2 a 0,3 cm³/zdvih pístu. Během mutace mohou být vygenerována chybná propojení sekcí nebo může být změněn počet otevřených vývodů rozdělovače.

Z tohoto důvodu je zapotřebí, aby po mutaci následovala kontrola a případně oprava chromozomů u všech jedinců v populaci.

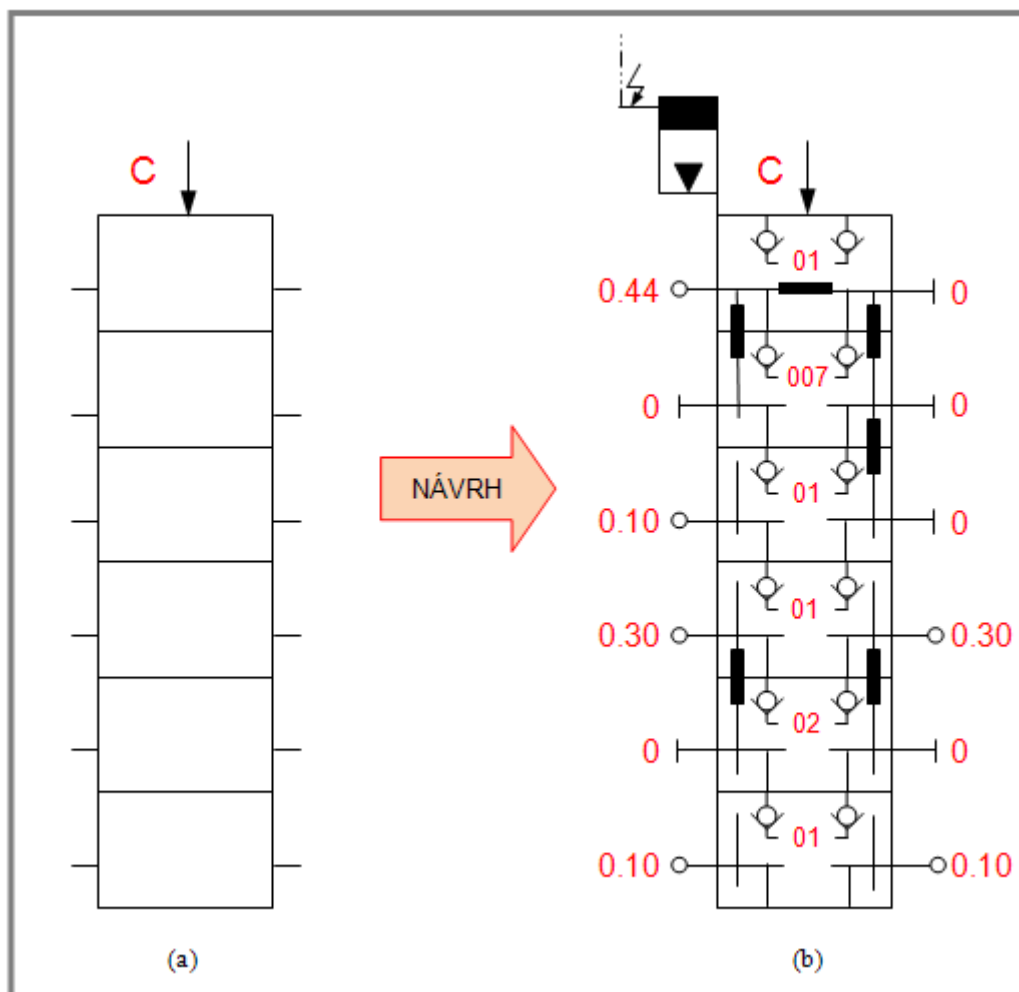
7.1.6

7.1.6 Optimalizace progresivního rozdělovače ZP-A

Pomocí optimalizačního programu byl proveden návrh progresivního rozdělovače pro tyto vstupní požadavky: (a) typ rozdělovače ZP-A, (b) šest sekcí, (c) šest otevřených vývodů, (d) poměr dělení maziva 0,5:0,5:0,5:1,6:1,6:2,4, (e) parametry GA, tj. velikost populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 3$ a pravděpodobnost mutace $P_m = 1/30$, počet iterací $PI = 200$. Na základě definovaných vstupních požadavků, viz obr. 7.3a, jsou návrhovým programem nalezena konstrukční provedení rozdělovače ZP-A. Jedno z nejlepších řešení je znázorněno na obr. 7.3b. Hodnota účelové funkce tohoto řešení je s použitím vztahu (7.15) následující

$$HF_i = \sum_{j=1}^5 abs\left(\frac{VV_{ij+1}}{VV_{ij}} - \frac{VP_{ij+1}}{VP_{ij}}\right) = abs\left(\frac{0,1}{0,1} - \frac{0,5}{0,5}\right) + abs\left(\frac{0,1}{0,1} - \frac{0,5}{0,5}\right) + abs\left(\frac{0,3}{0,1} - \frac{1,6}{0,5}\right) +$$

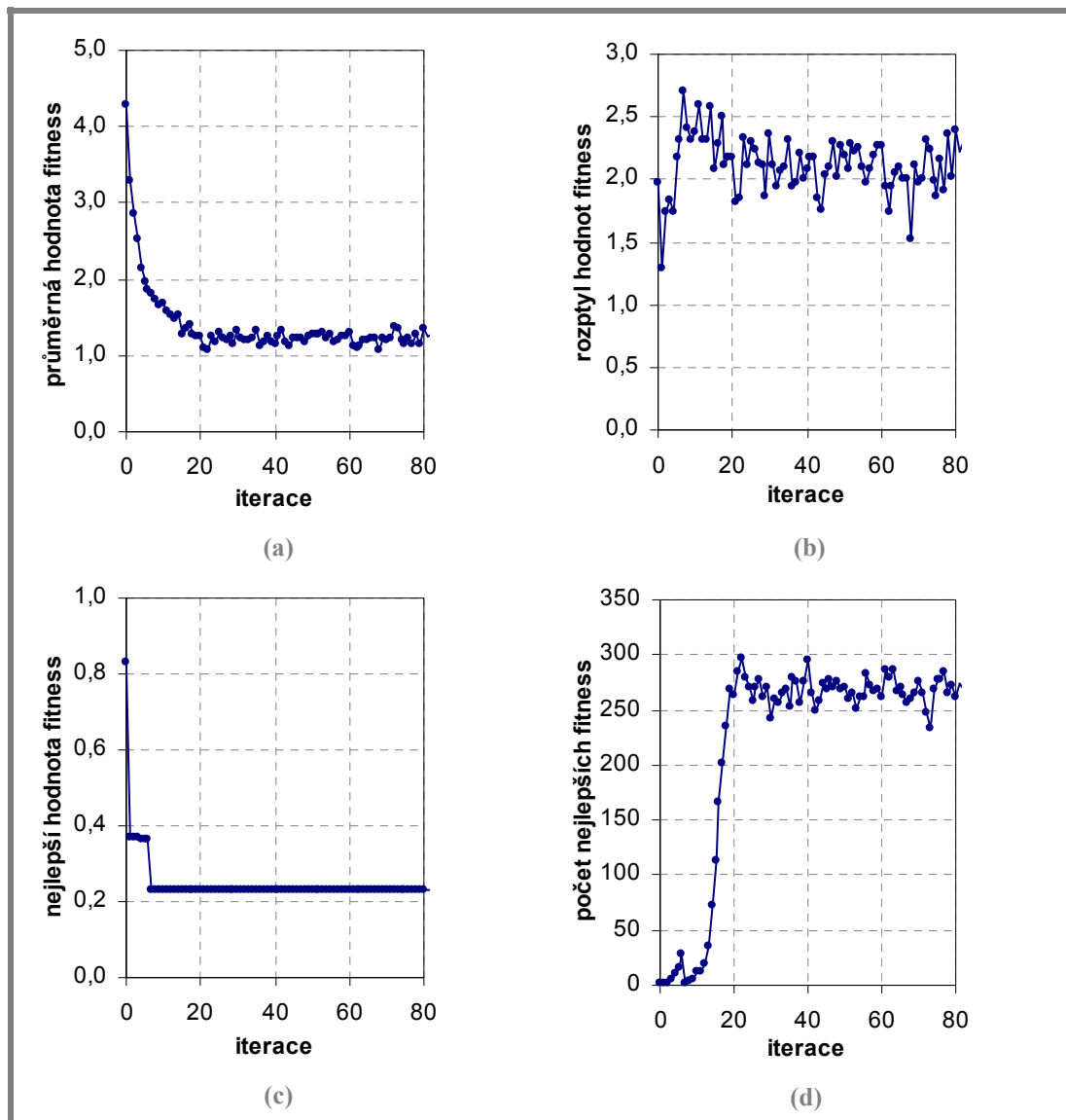
$$abs\left(\frac{0,3}{0,3} - \frac{1,6}{1,6}\right) + abs\left(\frac{0,44}{0,3} - \frac{2,4}{1,6}\right) = 0,2\bar{3}.$$



Obr. 38 Návrh progresivního rozdělovače ZP-A (DELIMON) se 6-ti sekcemi a 6-ti otevřenými vývody pomocí optimalizačního programu; (a) vstupní požadavky na rozdělovač ZP-A, tj. počet sekcí, počet otevřených vývodů a poměr dělení maziva mezi vývody, (b) výsledné konstrukční provedení rozdělovače ZP-A (jedno z nejlepších řešení)

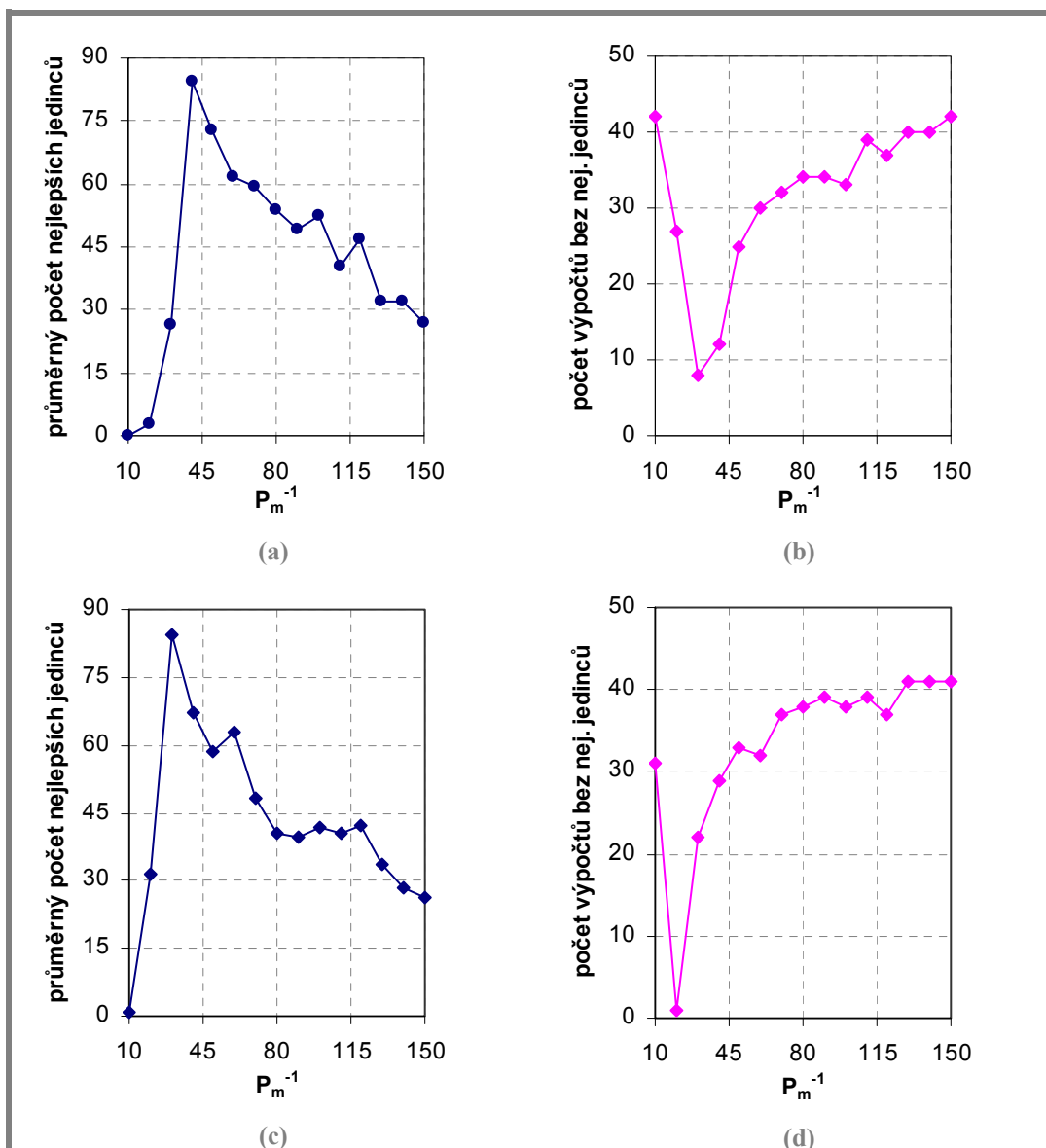
Stejným způsobem byly, s pomocí vztahu (7.15), počítány hodnoty účelové funkce pro ostatní jedince, tj. progresivní rozdělovače, v populaci.

Na obr. 7.4 jsou zobrazeny statistické výsledky tohoto evolučního, optimalizačního, procesu pro prvních 80 iterací, tj. vývojových generací [47]. Během dalších 120 iterací již tyto veličiny nevykazovaly podstatné změny ve svém průběhu. Jedná se o: (a) průměrnou hodnotu fitness funkcí u jedinců v populaci, viz obr. 7.4a, (b) rozptyl fitness funkcí jedinců v populaci, viz obr. 7.4b, (c) nejlepší hodnoty fitness funkcí u jedinců v populaci, viz obr. 7.4c, a (d) počet jedinců s nejlepší hodnotou fitness funkcí, viz obr. 7.4d. Je patrné, že v průběhu optimalizace, cca během 20-ti iterací, dochází ke konvergenci všech statistických veličin k určitým hodnotám. Během prvních 9-ti iterací jsou nalezeni jedinci s nejlepší hodnotou fitness funkce, jejichž velikost je $HF_i = 0,23$. Průměrné hodnoty fitness funkcí se po cca 20-ti počátečních iteracích pohybují v rozmezí 1,2 až 1,3. Rozptyl hodnot fitness funkcí kolísá po ustálení v rozsahu 1,5 až 2,8. Počet jedinců s nejlepší hodnotou fitness funkce po ustálení osciluje okolo hodnot 230-300. Tzn., že zhruba 50% jedinců v populaci lze po ustálení považovat za nejlepší řešení.



Obr. 39 Statistické výsledky výpočtů optimalizačního programu - návrh progresivního rozdělovače ZP-A se šesti sekcemi a šesti otevřenými vývody (parametry GA: populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 3$, pravděpodobnost mutace $P_m = 1/30$ a počet iterací $PI = 200$): (a) průměrná hodnota fitness v populaci, (b) rozptyl fitness v populaci, nejlepší hodnota fitness v populaci a počet nejlepších jedinců v populaci [47]

Parametry GA, tj. selekční tlak t_T a pravděpodobnost mutace P_m , nebyly v optimalizačním programu stanoveny náhodně. Za účelem určení jejich vzájemně vhodných hodnot byla provedena řada opakovaných výpočtů [58]. Pro populaci $N = 500$ jedinců, selekční tlak $t_T = 2$ a pravděpodobnost mutace odstupňovanou po desetínách a v rozmezí hodnot $P_m = 1/10$ až $1/150$ bylo provedeno 50 opakovaných výpočtů. Dohromady to představuje 750 výpočtů. Pro každou skupinu 50-ti výpočtů byly určeny následující statistické údaje: (a) průměrný počet generací z celkového počtu (dáno počtem iterací PI), při kterých byli nalezeni jedinci s nejlepší hodnotou fitness funkce a (b) průměrný počet výpočtů, z celkového počtu 50-ti, během kterých nebyli nalezeni žádní nejlepší jedinci. Výsledky jsou uvedeny na obr. 7.5a a 7.5b. Je patrné, že vzhledem k volbě velikosti populace N a velikosti selekčního tlaku t_T je ideální volba pravděpodobnosti mutace v rozmezí $P_m = 1/30-1/40$.



Obr. 40 Ladění parametrů optimalizačního programu s parametry GA: populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 2$, pravděpodobnost mutace $P_m = 1/10$ - $1/150$ a počet iterací $PI = 200$: (a) průměrný počet generací s nejlepšími jedinci, (b) počet výpočtů bez nejlepších jedinců a ladění parametrů optimalizačního programu s parametry GA: populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 3$, pravděpodobnost mutace $P_m = 1/10$ - $1/150$ a počet iterací $PI = 200$: (c) průměrný počet generací s nejlepšími jedinci a (d) počet výpočtů bez nejlepších jedinců [58]

Obdobně bylo provedeno 50 opakovaných výpočtů při této volbě parametrů GA: velikost populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 3$ a pravděpodobnost mutace $P_m = 1/10$ až $1/150$. Vzhledem k vyšší míře selekčního tlaku není překvapující, že jsou optimální hodnoty pravděpodobnosti mutace v rozmezí $P_m = 1/20$ až $1/30$. Výsledky jsou uvedeny na obr. 7.5c a 7.5d. Pomocí popsaného optimalizačního programu je možné najít vhodná konstrukční provedení všech progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D.

K návrhu progresivních systémů byl vytvořen vlastní optimalizační program, který je prezentován v kap. 7.2.

7.2 Optimalizace větvených progresivních systémů

7.2.1 Úvod

Programové zpracování návrhu progresivních systémů bylo provedeno v prostředí MATLAB. Vytvořený program slouží k nalezení nejvhodnějších progresivních systémů s rozdělovači ZP-A až ZP-D na základě zadaných vstupních požadavků. Pomocí programu je možné navrhovat progresivní systémy s jedním hlavním rozdělovačem a více vedlejšími rozdělovači, viz obr. 2.1, kap. 2.1.1.

V programu je implementován paralelní genetický algoritmus [5], [16] a [21] - jedná se o migrační model s dvojúrovňovou strukturou. Bližší popis je uveden v kap. 7.2.2. Vstupní data programu jsou následující:

- 1) **požadavky na progresivní systém**
 - a. typ a počet progresivních rozdělovačů a hierarchie uspořádání progresivního systému (nanejvýš 2 úrovně v systému, tj. 1 hlavní rozdělovač a určitý počet vedlejších rozdělovačů ZP-A až ZP-D),
 - b. počet sekcí progresivních rozdělovačů (není v programu omezeno, ale ve skutečnosti je to v rozmezí 3-12 sekcí),
 - c. počet mazacích míst, do kterých progresivní rozdělovače ZP-A až ZP-D dopravují mazivo
- 2) **parametry mazacího přístroje a cyklu mazání**
 - a. průtok (konstanta nebo funkce času) v $[\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$,
 - b. trvání klidové fáze progresivního systému [h].
- 3) **požadavky mazacích míst a fyzikální vlastnosti maziva**
 - a. velikost dodávky maziva do všech mazacích míst v rámci mazací fáze progresivního systému $[\text{cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}]$,
 - b. typ maziva (zadání fyzikálních a reologických vlastností maziva).
- 4) **parametry potrubí progresivního systému (lze zadat i více možností)**
 - a. délka i-tého potrubí l_i [mm],
 - b. průměr i-tého potrubí d_i [mm],
 - c. materiál i-tého potrubí (fyzikální vlastnosti materiálu).
- 5) **parametry paralelního genetického algoritmu (PGA)**
 - a. parametry dílčích populací spodní úrovně
 - i. velikost populace (počet jedinců i-té dolní populace N_{di}),
 - ii. selekční tlak (t_{Tdi})
 - iii. pravděpodobnost mutace (P_{mdi})
 - b. parametry nadřazené populace
 - i. velikost populace (počet jedinců v nadřazené populaci N_h),
 - ii. selekční tlak (t_{Th}),
 - iii. pravděpodobnost mutace (P_{mh}).
 - c. společné parametry
 - i. počet iterací paralelního genetického algoritmu PI (celkový počet generací v rámci simulovaného evolučního procesu),
 - ii. počet jedinců migrujících z dolních dílčích populací do horní (P_{Mj}),
 - iii. migrační interval (MI)
- 6) **ostatní parametry**

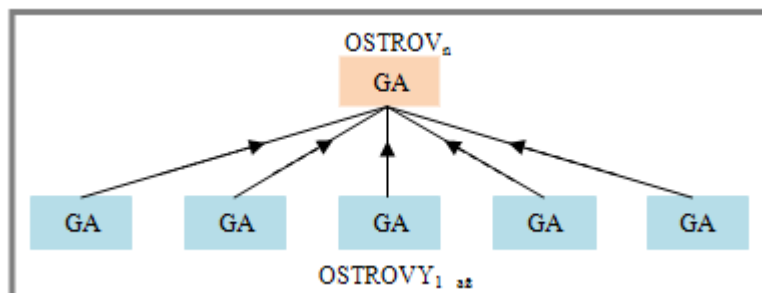
- parametry simulace (konstanty a veličiny sloužící k provedení simulace toku maziva v navrhovaných progresivních systémech dle určitého pracovního režimu systému během výpočtu programu),
- parametr série (stanovení nejvhodnějších parametrů PGA).

Po zadání vstupních dat je spuštěn výpočet. Po ukončení výpočtu jsou výsledky zobrazeny na obrazovce počítače a ty lze dále uložit do textových souborů.

7.2.2 Typ použitého PGA v optimalizačním programu

7.2.2

Na obr. 7.6 je znázorněna hierarchická struktura paralelního genetického algoritmu (PGA), který je v návrhovém programu implementován. Jedná se o migrační model s dvojúrovňovou hierarchickou strukturou. Spodní úroveň tvoří 5 izolovaných dílčích populací, které jsou spojeny pomocí komunikační sítě [21] s horní nadřazenou podpopulací. Jedná se o tzv. neúplnou síť [21], protože tato síť neposkytuje spojení každých dvou podpopulací. V případě úplné sítě [21] lze uvedený model PGA nazývat „ostrovním modelem“. Navzdory zavedenému označení i tento model PGA někteří autoři nazývají ostrovním modelem [21].



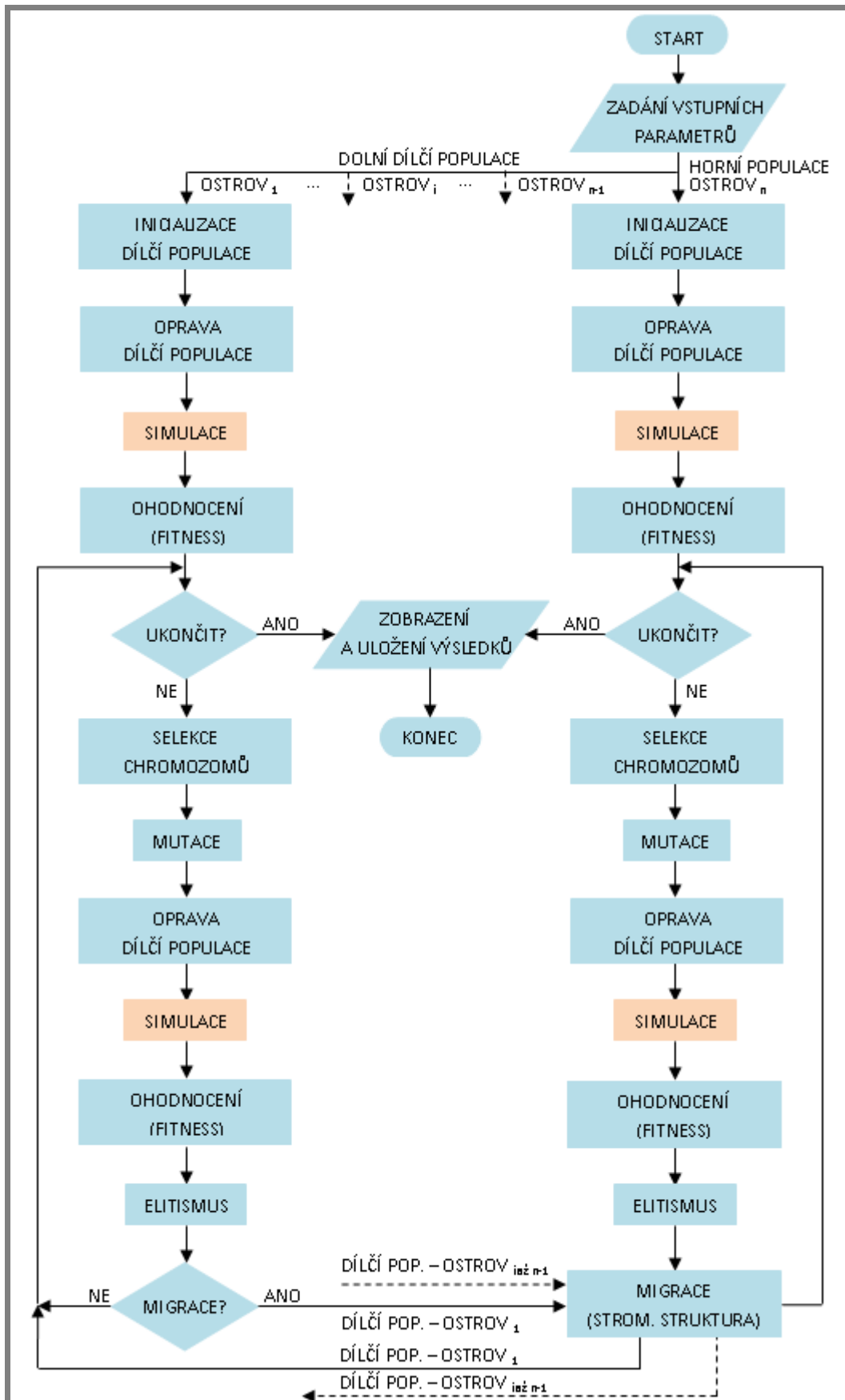
Obr. 41 Hierarchická struktura PGA v optimalizačním programu určeném k návrhu progresivních systémů [21]

Migrační model PGA simuluje proces reprodukce lépe než sekvenční GA. Nad každou podpopulací běží normální sekvenční GA s místním řízením [21]. Po určitém počtu generací (migrační interval, migrační rychlost) dojde k migraci, tj. výměně genetické informace mezi podpopulacemi. V případě použitého modelu PGA je po určitém počtu generací odeslán určitý počet nejlepších jedinců z dolních podpopulací do horní nadřazené populace. Z každé dolní podpopulace je vybrán stejný počet nejlepších jedinců, kteří obohatí horní podpopulaci. Dělení populace na podpopulace podporuje rozmanitost genetického materiálu a tím se snižuje sklon k předčasné konvergenci celé populace do lokálního extrému [21]. Migrace přináší nový genetický materiál do podpopulací a šíří tak dobré vlastnosti v celé populaci. Migrace je v programu prováděna vždy po určitém pevném počtu generací, jedná se o tzv. synchronní migraci [21]. Jedinci v programu migrují způsobem, který se nazývá „imigration“ [21]. Tzn., že do horní podpopulace jsou posílány kopie nejlepších jedinců z dolních podpopulací.

7.2.3 Vývojový diagram optimalizačního programu

7.2.3

Na obr. 7.7 je znázorněn vývojový diagram optimalizačního programu. Jak je z obrázku patrné, jedná se o paralelní strukturu.



Obr. 42 Vývojový diagram optimalizačního programu s PGA (návrh progresivních systémů)

Pravá část algoritmu odpovídá horní nadřazené dílčí populaci, tj. $ostrov_n$. Levá část algoritmu, tj. $ostrov_1$ až $ostrov_{n-1}$, odpovídá dolním dílčím populacím. Oranžově vyznačené bloky SIMULACE nejsou nyní v návrhovém programu implementovány. Po zadání vstupních dat a spuštění programu jsou programem pomocí generátoru pseudonáhodných čísel vytvořeny dílčí populace a ty jsou uloženy ve dvojrozměrném poli, se kterým jsou prováděny další operace. Velikost tohoto pole je dána délkou chromozomu L progresivních systémů a součtem velikostí dílčích populací N_i . Chybně vygenerované chromozomy jsou programem opraveny. K tomu slouží několik typů opravných algoritmů, které kontrolují a případně opraví propojení chybné struktury progresivních rozdělovačů a jejich hierarchii propojení. Opravené chromozomy jsou ohodnoceny pomocí fitness funkce, viz (7.17). Poté jsou dílčí populace podrobené selekci. V programu je implementována turnajová selekce a její princip byl popsán v kap. 7.1.4.

Následně jsou jedinci dílčích populací s pravděpodobností P_m mutováni. Nad každým genem chromozomu je proveden náhodný pokus a s výše uvedenou pravděpodobností je gen mutován. Mutací mohou být vytvořeni chybní jedinci, proto jsou programem opět použity opravné algoritmy, které naleznou případné chyby a ty opraví. Opravené chromozomy jsou dále vyhodnoceny.

Protože není algoritmem selekce zaručeno, že do nových generací postoupí nejlepší jedinci z dílčích populací a mutací mohou být tito nejlepší jedinci ztraceni, je v programu dále implementován tzv. elitismus. Nejlepší jedinci jsou z populací před selekci vyhledáni a automaticky zkopírováni do nové generace, nichž by se podrobovali turnajové selekci a rekombinačním změnám, tj. mutaci.

Nyní je v sekvenčních GA běžícími nad dolními dílčími populacemi, tj. $ostrov_{v_i}$ až $n-1$, posuzována podmínka, zda má být provedena migrace. Není-li podmínka splněna, tj. neproběhl předepsaný počet cyklů, k migraci nedojde. Smyčky v algoritmu dolních dílčích populací a také u té horní ukazují, kam se chod programu přesune. Naopak, je-li podmínka migrace splněna, tj. proběhl předepsaný počet cyklů, migrace proběhne. V dolních dílčích populacích je vyhledán určitý počet nejlepších jedinců a jejich kopie nahradí v horní nadřazené populaci ty nejhorší jedince. Dolní dílčí populace se migrací nijak nezmění, jak je patrné z návratové smyčky ve vývojovém diagramu. Naproti tomu u horní nadřazené populace dojde ke změnám. Populace je obohacena o nový genetický materiál.

Chod optimalizačního programu probíhá tak dlouho, dokud není splněna ukončovací podmínka (cyklus FOR), tj. pevně zadaný počet iterací (počet generací ve vývojovém procesu). Jakmile je tato podmínka splněna, dojde ke grafickému zobrazení statistických veličin na obrazovku počítače, tj. průměrná hodnota fitness, rozptyl fitness, nejlepší fitness, součet nejlepších fitness u dílčích populací. Dále je možné tato vypočítaná data uložit do souborů. To se také týká kódů (chromozómů) nejlepších nalezených řešení progresivních systémů.

7.2.4 Způsob zakódování progresivních systémů

Kódování progresivních systémů je provedeno celočíselně a je rozšířením toho, jak byly reprezentovány rozdělovače, viz kap. 7.1.2. Část kódu progresivního systému reprezentuje konstrukční struktury rozdělovačů ZP-A až ZP-D. Další část kódu

v sobě zahrnuje informace o potrubí progresivního systému, tj. o průměrech, délkách, použitém materiálu a způsobu zapojení rozdělovačů v obvodu. Má-li progresivní rozdělovač 3 sekce, bude mít jeho chromozóm délku 18-ti číslic. Na každé potrubí připadají 3 číslice a zapojení hlavního a vedlejších rozdělovačů lze provést řadou celých čísel, jejichž počet odpovídá právě počtu vedlejších rozdělovačů v progresivním systému. Význam genů v chromozómu je vysvětlen v tab. 7.4.

Tab. 7.4 Chromozómy progresivních systémů s rozdělovači ZP-A až ZP-D (dvouúrovňová struktura)

SKUPINA	PROGRESIVNÍ ROZDĚLOVAČE				POTRUBÍ			
	hlavní	1-ní vedlejší	i-tý vedlejší	n-tý vedlejší	materiál	D	I	zapojení
gen	$A_5B_5C_5D_5E_5F_5$	$A_5B_5C_5D_5E_5F_5$	$A_5B_5C_5D_5E_5F_5$	$A_5B_5C_5D_5E_5F_5$	G_{PS}	H_{PS}	I_{PS}	J_{PS}

Tvar a délka chromozómu progresivního systému s jedním hlavním rozdělovačem a dvěma vedlejšími rozdělovači dle obr. 2.1, viz kap. 2.1.1, bude následující:

1. konstrukční provedení progresivních rozdělovačů

- hlavní rozdělovač se 3-mi sekcemi ($3 \times 6 = 18$ číslic),
- vedlejší rozdělovač se 3-mi sekcemi ($3 \times 6 = 18$ číslic),
- vedlejší rozdělovače se 4-mi sekcemi ($4 \times 6 = 24$ číslic).

2. údaje o potrubí

- přívodní potrubí k hlavnímu rozdělovači ($1 \times 3 = 3$ číslice),
- přívodní potrubí k vedlejším rozdělovačům ($2 \times 3 = 6$ číslic),
- potrubí k mazacím místům ($15 \times 3 = 45$ číslic).

3. hierarchie zapojení progresivních rozdělovačů

- vedlejší rozdělovač se 3-mi sekcemi ($1 \times 1 = 1$ číslice),
- vedlejší rozdělovač se 4-mi sekcemi ($1 \times 1 = 1$ číslice).

4. délka chromozómu progresivního systému

- progresivní rozdělovače (60 číslic),
- potrubí (54 číslic),
- hierarchie (2 číslice),
- celková délka chromozómu progresivního systému (**116 číslic**).

Kódování uvedeným způsobem je nejvhodnější pro progresivní systémy s jedinou větvenou strukturou, viz obr. 2.1. Pro systémy dle obr. 2.2 a 2.3 je výpočet zapotřebí provést pro všechny nezávislé větve zvlášť nebo navrhnout jiný způsob kódování.

7.2.5

7.2.5 Hodnotící funkce (fitness) a selekce

K určení kvality jedinců v podpopulacích (progresivních systémů představujících možné řešení optimalizačního problému), byla navržena hodnotící funkce ve tvaru

$$HF = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\{ V_1 H(VV_{ij} - VP_{ij}) + V_2 [1 - H(VV_{ij} - VP_{ij})] \right\} abs(VV_{ij} - VP_{ij}), \quad (7.17)$$

kde: VP_{ij} – je požadovaný objem maziva, který má být vytlačený z i -tého rozdělovače a jeho j -tého vývodu během jedné pracovní fáze progresivního systému do prostoru mazacího místa [$\text{cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$], VV_{ij} – vypočítaný objem maziva, který bude vytlačen z i -tého rozdělovače a jeho j -tého vývodu během jedné pracovní fáze progresivního systému do prostoru mazacího místa [$\text{cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$], i je počet rozdělovačů, které přímo dopravují mazivo do mazacích míst a j je počet vývodů

určitého rozdělovače, kterými je mazivo přímo distribuováno; $i \in \langle 1;n \rangle$ a $j \in \langle 1;m \rangle$. Funkce H ve vztahu (7.17) je Heavisidova skoková funkce. Pro $VV_{ij}-VP_{ij} > 0$ bude mít tato funkce hodnotu 1. V případě, že $VV_{ij}-VP_{ij} > 0$, bude mít Heavisidova funkce nulovou hodnotu. Veličina V_1 označuje váhu, kterou jsou násobeny všechny kladné rozdíly $VV_{ij}-VP_{ij}$ a veličina V_2 je váha, kterou jsou násobeny záporné rozdíly objemů maziva $VV_{ij}-VP_{ij}$.

Zavedený tvar účelové funkce zajišťuje vhodný způsob hodnocení jedinců ve všech dílčích populacích. V případě, že zvolíme hodnotu vah o velikostech $V_1 > V_2$, zajistíme „mírné“ hodnocení jedinců populací, kteří budou dodávat k jednotlivým místům větší množství maziva a „přísné“ hodnocení jedinců, kteří naopak budou poskytovat nedostatečnou dodávku maziva. Takový způsob nastavení vah je vyhovující a bude při výpočtech používán (vlastní výpočty byly provedeny s nastavením vah $V_1 = 10V_2$). V programu je zavedena turnajová selekce, která byla popsána v kap. 7.1.4.

7.2.6 Rekombinační operátor (mutace)

7.2.6

V optimalizačním programu je implementován jediný rekombinační (genetický) operátor a tím je mutace. Nad každým genem chromozomu je proveden náhodný pokus a s pravděpodobností P_m . Pro dolní dílčí populace a horní populaci lze nastavit různé hodnoty P_m . Je-li pokus úspěšný, je provedena mutace genu. Pro geny na pozicích B_S až F_S je provedena inverze genu, tj. z $0 \rightarrow 1$ nebo z $1 \rightarrow 0$. Pro geny na pozici A_S je náhodně vygenerováno číslo v rozsahu, který odpovídá počtu velikostí sekcí určitého typu rozdělovače. Např. pro rozdělovače ZP-A existují čtyři velikosti sekcí, viz kap. 2.1.2.

Geny na pozicích G_{PS} , H_{PS} a I_{PS} nejsou podrobovány mutaci, protože simulace v programu není dosud implementována a tudíž tyto geny prozatím nemají význam. Mutace genů na pozicích J_{PS} je provedena novým vygenerováním této části chromozómu. Hodnoty genů J_{PS} jsou v rozsahu, který je dán počtem vedlejších rozdělovačů. Během mutace mohou být vygenerovány chybné chromozómy, proto je zapotřebí provést jejich opravu.

7.2.7 Migrace

7.2.7

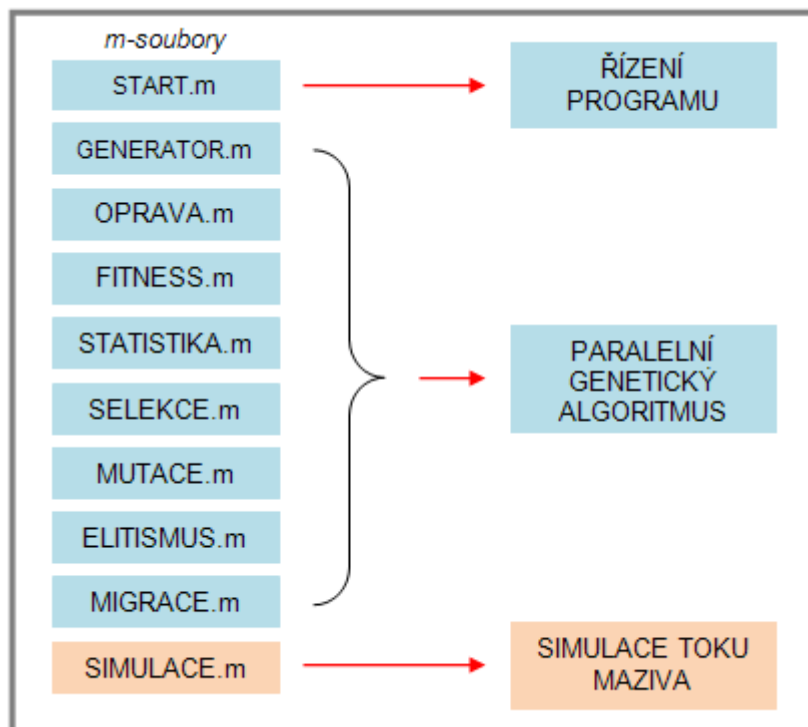
Migraci jsou nahrazení nejhorší jedinci v horní podpopulaci nejlepšími jedinci z dolních podpopulací. Migraci lze v programu nastavit pomocí dvou parametrů: (a) počet jedinců migrujících z každé dolní populace do horní nadřazené populace P_{MJ} a (b) migrační interval, tj. počet cyklů programu mezi jednotlivými migracemi MI .

7.2.8 Struktura optimalizačního programu

7.2.8

Na obr. 7.8 je znázorněna struktura optimalizačního programu, který byl vytvořen v prostředí MATLAB. Program je strukturován do 10-ti tzv. M-souborů. Pomocí M-souboru START je řízen chod celého programu a je zde také zdrojový kód grafického uživatelského rozhraní (GUI), které bylo vytvořeno tzv. metodou Switched board programming [10]. M-soubor GENERATOR provádí tvorbu dílčích populací po spuštění programu. M-soubor OPRAVA slouží k opravě populace

jedinců po inicializaci nové populace nebo po mutaci. M-soubor FITNESS ohodnotí jedince v dílčích populacích. V M-souboru STATISTIKA je proveden výpočet průměru a rozptylu hodnot fitness ve všech populacích a jsou zde také nalezeny hodnoty nejlepších fitness a je určen jejich počet. Prostřednictvím M-souboru SELEKCE je provedena turnajová selekce jedinců ve všech populacích. M-soubor MUTACE odpovídá za provedení mutace jedinců. Pomocí M-souboru ELITISMUS jsou vybráni nejlepší jedinci z předcházející generace a ti jsou poté zkopírováni do nových populací. V M-souboru MIGRACE je provedeno rozhodnutí, zda má být provedena migrace a kolik jedinců bude z dolních podpopulací migrovat do horní nadřazené populace. M-soubor SIMULACE nebyl prozatím vytvořen.



Obr. 43 Vnitřní struktura optimalizačního programu (hlavní M-soubory) v MATLABu

7.2.9

7.2.9 Optimalizace progresivního systému s rozdělovači ZP-A

Pomocí optimalizačního programu byl proveden návrh progresivního systému s jedním hlavním rozdělovačem a třemi vedlejšími rozdělovači. Jedná se o menší progresivní systém s dvouúrovňovou strukturou. Vstupní data programu jsou:

1. požadavky na progresivní systém

- typ všech progresivních rozdělovačů je ZP-A,
- hierarchie uspořádání progresivního systému (1 hlavní rozdělovač a 3 vedlejší rozdělovače),
- počet sekcí hlavního rozdělovače (3 sekce), počet sekcí vedlejších rozdělovačů (6, 6 a 3 sekce),
- počet mazacích míst (16 míst),

2. požadavky mazacích míst

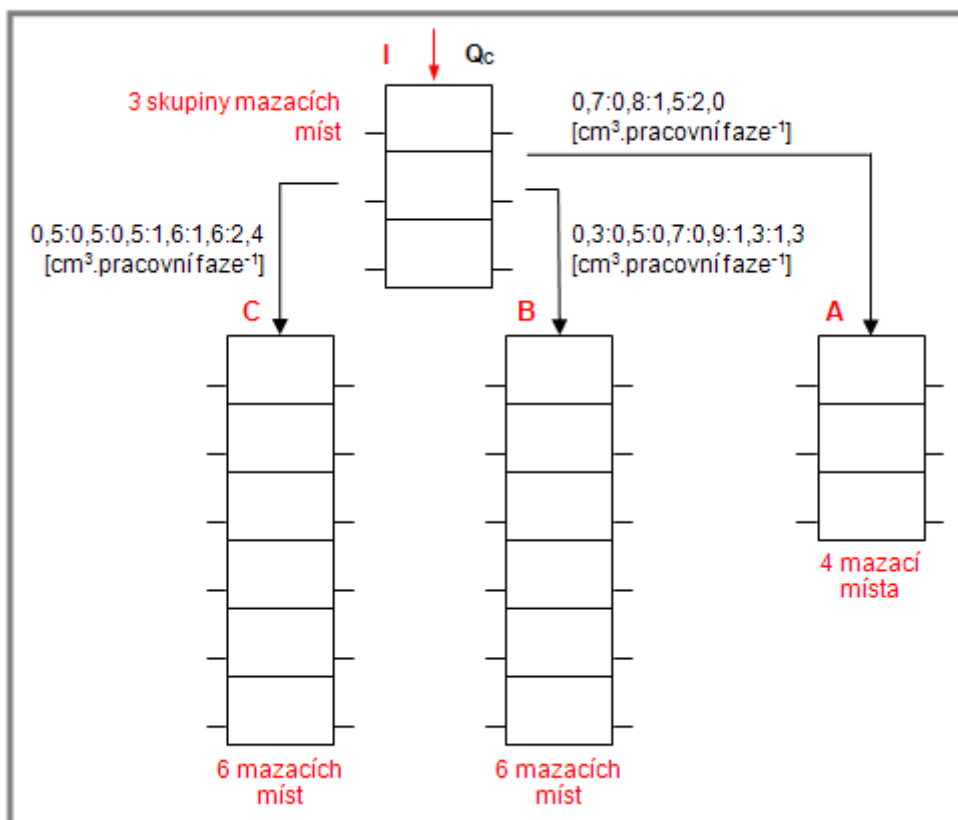
- výstupní potrubí rozdělovače A ($0,7 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $0,8 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $1,5 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$ a $2,0 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$),

- b. výstupní potrubí rozdělovače B ($0,3 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $0,5 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $0,7 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $0,9 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $1,3 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$ a $1,3 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$),
- c. výstupní potrubí rozdělovače C ($0,5 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $0,5 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $0,5 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $1,6 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$; $1,6 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$ a $2,4 \text{ cm}^3 \cdot \text{fáze}^{-1}$).

3. parametry paralelního genetického algoritmu (PGA)

- a. parametry dílčích populací spodní úrovně
 - i. velikost dolních podpopulací ($5 \times N_{di} = 50$ jedinců),
 - ii. selekční tlak $t_{Tdi} = 2$,
 - iii. Pravděpodobnost mutace $P_{mdi} = 35$.
- b. parametry nadřazené populace
 - i. velikost populace $N_h = 50$ jedinců,
 - ii. selekční tlak $t_{Th} = 2$,
 - iii. pravděpodobnost mutace $P_{mh} = 35$.
- c. společné parametry
 - i. počet iterací paralelního genetického algoritmu $PI = 50$,
 - ii. počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5 \times 1$,
 - iii. migrační interval $MI = 1$ cyklus PGA.
 - iv. součinitel přemazaní = $1,05$.

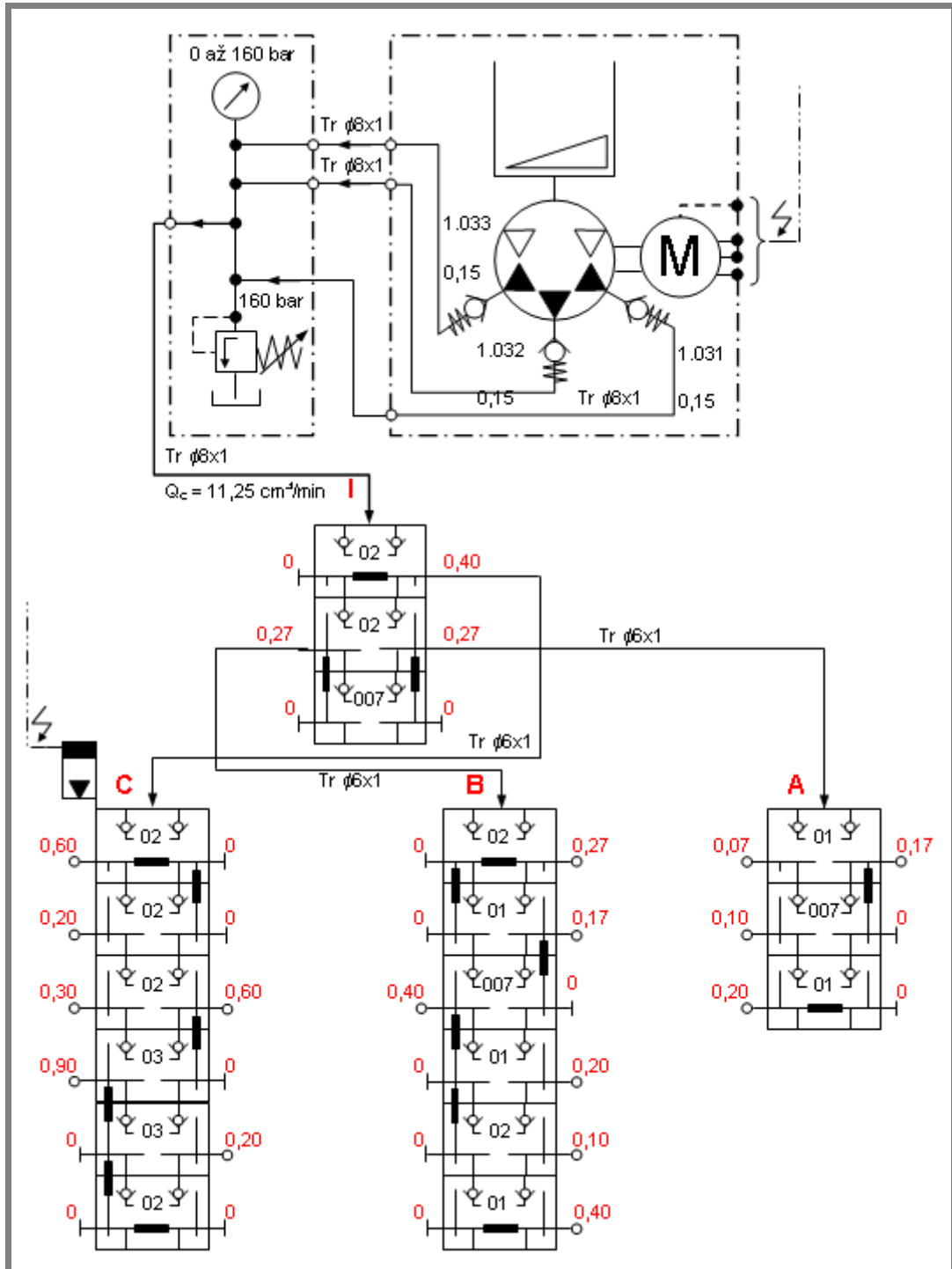
Na obr. 7.9 je na základě požadavků zobrazena základní podoba progresivního systému. Jedno z nejlepších nalezených řešení je zobrazeno na obr. 7.10. Hodnota fitness je pro zobrazený progresivní systém $HF = 1,7$ dle funkce (7.17).



Obr. 44 Základní podoba navrhovaného progresivního systému se čtyřmi rozdělovači ZP-A [47]

Jak je patrné z obr. 7.10, jsou splněny všechny požadavky mazacích míst (k mazacím místům bude buď dodáno potřebné množství maziva, nebo bude nanejvýš do 15-ti %

přemazáno). Kód jednoho z nejlepších progresivních systémů, který je zobrazen na obr. 7.10, je: 31000130111110000020011110001021001031100120010110101020100130000121000131011030001030011140101040100131000011111111111111111188888888888888885555555555555555321.

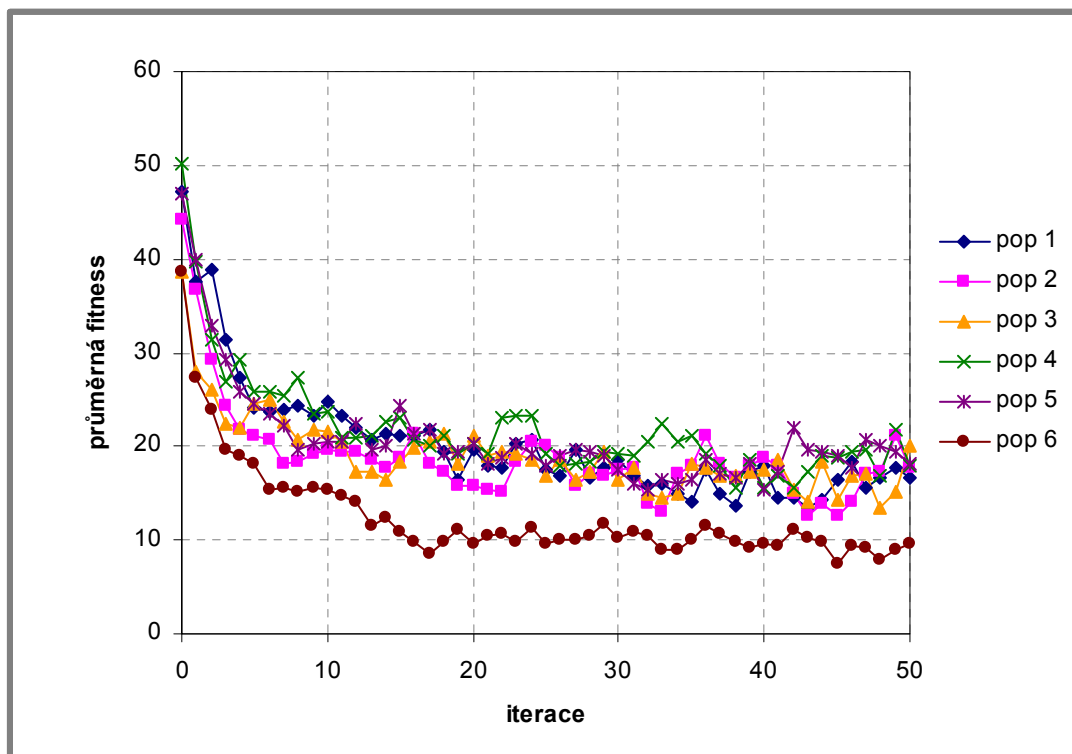


Obr. 45 Schéma progresivního systému s jedním hlavním rozdělovačem a třemi vedlejšími rozdělovači, jedna z nejlepších variant vyhovující vstupním požadavkům programu [47]

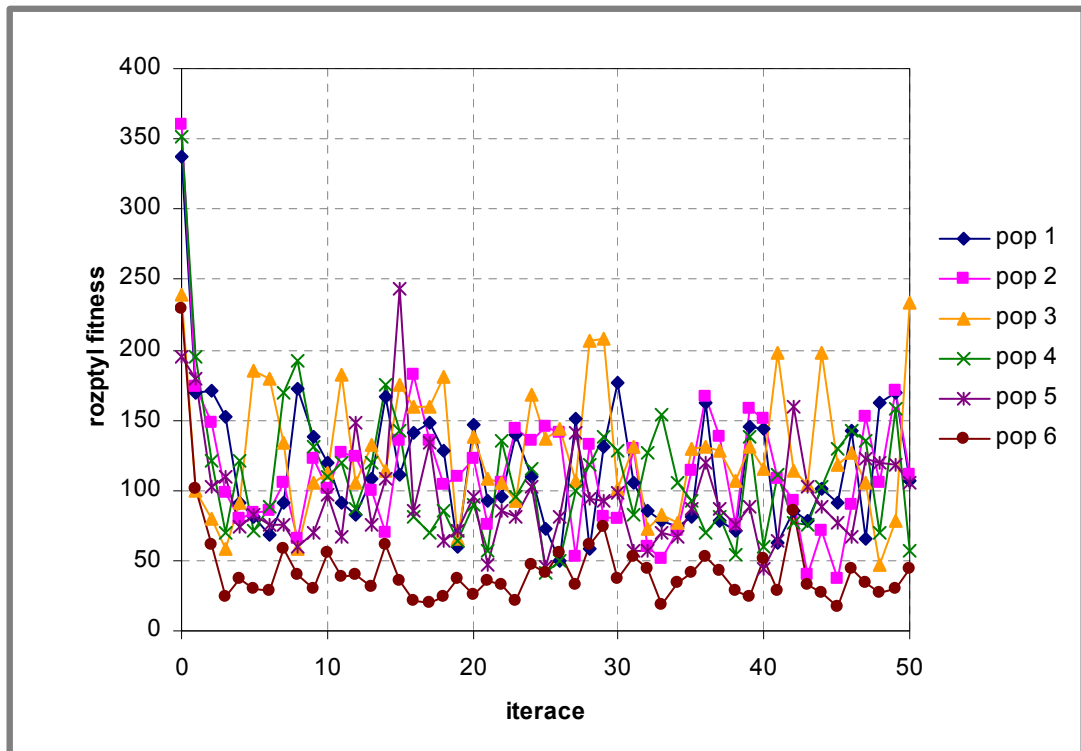
Na obr. 7.11-7.14 jsou znázorněna statistická data získaná během výpočtu programu (během simulovaného evolučního procesu). Jedná se o průměrnou hodnotu fitness, viz obr. 7.11, rozptyl fitness, obr. 7.12, nejlepší hodnotu fitness, obr. 7.13 a součet nejlepších hodnot fitness, viz obr. 7.14, pro všechny dílčí populace. Populace 1 až 5 označují dolní populace a populace 6 označuje horní nadřazenou populaci.

Jak je patrné z obr. 7.11-7.14, evoluční proces v horní nadřazené populaci konverguje rychleji a k lepším výsledkům, než je tomu v případě dolních dílčích populací. Je to díky migraci, která obohacuje horní nadřazenou populaci o nový genetický materiál. Dílčí populace o velikosti 50-ti jedinců jsou dostatečně velké k dosažení kvalitních výsledků.

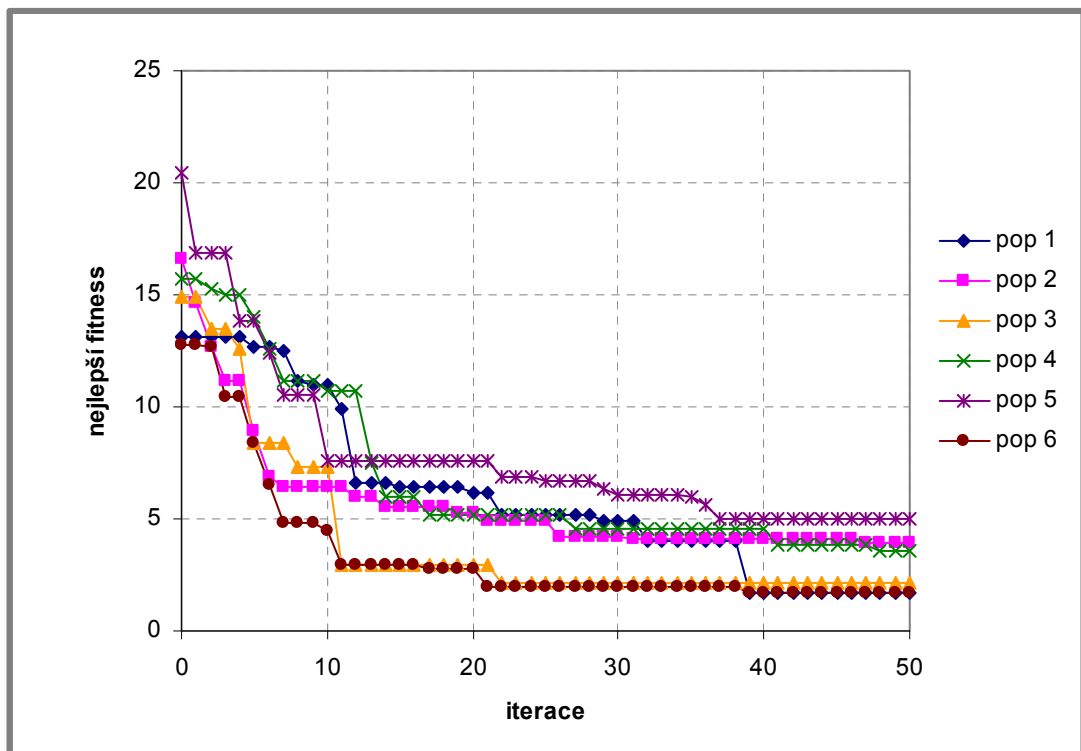
Samotný výpočet, dle zadaných vstupních požadavků, trval optimalizačnímu programu cca 1min (program MATLAB, verze 2006b a hardwarova konfigurace počítače: procesor Intel(R) Core(TM) 2 CPU 6300 @ 1,86 GHz, paměť (RAM) 1,00 GB). Doba výpočtu se prodlouží v závislosti na tom, jak velký progresivní systém bude navrhován.



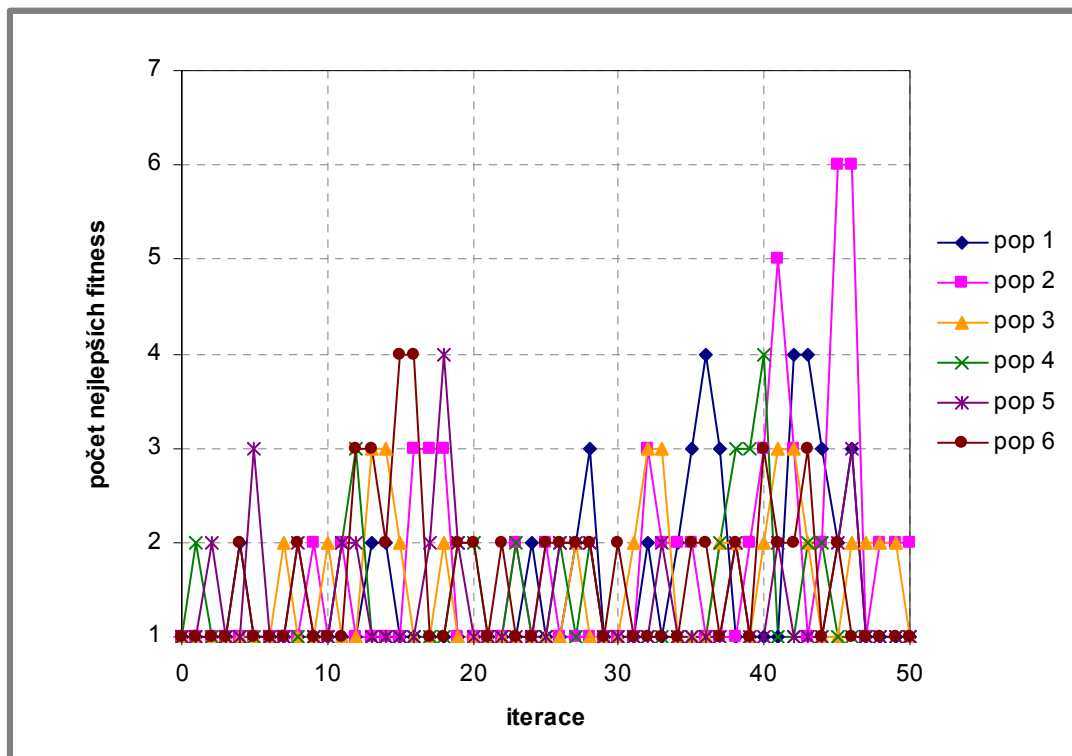
Obr. 46 Průměrná hodnota fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MI} = 5$, migrační interval $MI = 1$)



Obr. 47 Rozptyl hodnot fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)



Obr. 48 Nejlepší hodnota fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)



Obr. 49 Součet nejlepších hodnot fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)

Parametry paralelního genetického algoritmu (PGA) nebyly v optimalizačním programu stanoveny náhodně. Za účelem určení jejich vzájemně vhodných hodnot byla provedena řada opakovaných výpočtů (při výše uvedených vstupních požadavcích na progresivní systém a mazací místa) o následujících parametrech PGA:

1. velikosti dílčích populací

- a. horní podpopulace $N_h = 50$ jedinců,
- b. dolní podpopulace $N_{di} = 50$ jedinců.

2. selekční tlak

- a. horní podpopulace $t_{Th} = 2$,
- b. dolní podpopulace $t_{Tdi} = 2$.

3. společné parametry

- a. počet iterací PGA (počet generací evolučního procesu) $PI = 20$,
- b. počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 1$ z každé dolní podpopulace do horní podpopulace, tj. dohromady 5 jedinců,
- c. série = 50 (počet opakování výpočtů).

Měněny byly ostatní parametry (paralelního genetického algoritmu) PGA, tj. pravděpodobnost mutace a parametry migrace. Výpočty byly provedeny v rozsahu hodnot:

1. pravděpodobnost mutace

- a. horní populace $P_{mh} = 1/10, 1/20, 1/30, 1/40, 1/60, 1/80, 1/100, 1/175$ a $1/250$,

- b. dolní populace $P_{\text{mdi}} = 1/10, 1/20, 1/30, 1/40, 1/60, 1/80, 1/100, 1/175$ a $1/250$.

2. migrace

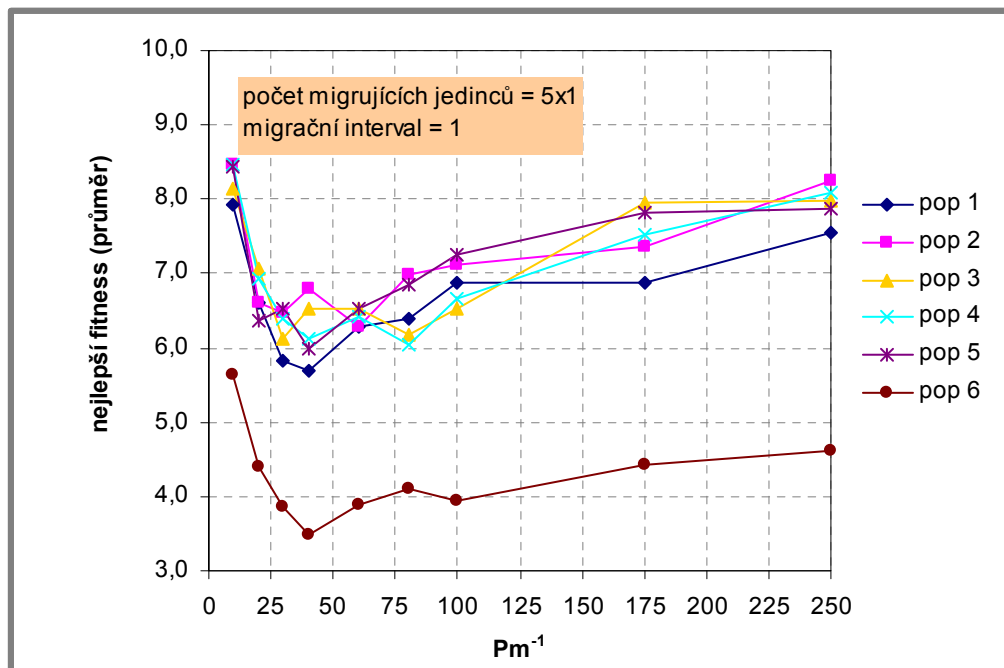
- a. migrační interval $MI = 1, 3$ a 5 .
 b. počet migrujících jedinců $P_{\text{MJ}} = 5 \times 1$.

Dohromady bylo provedeno 27 sérií výpočtů. Každá série v sobě zahrnuje 50 opakovaných výpočtů pro určité nastavení parametrů PGA. Sledovány byly tyto statistické parametry: (a) průměrná hodnota fitness nejlepších jedinců v populaci a (b) průměrný počet nejlepších jedinců v populaci, viz obr. 7.15-7.16 a obr. D.1 až D.4 v příloze D. Čísly 1 až 5 jsou označeny dolní dílčí populace. Populace č. 6 označuje horní nadřazenou populaci.

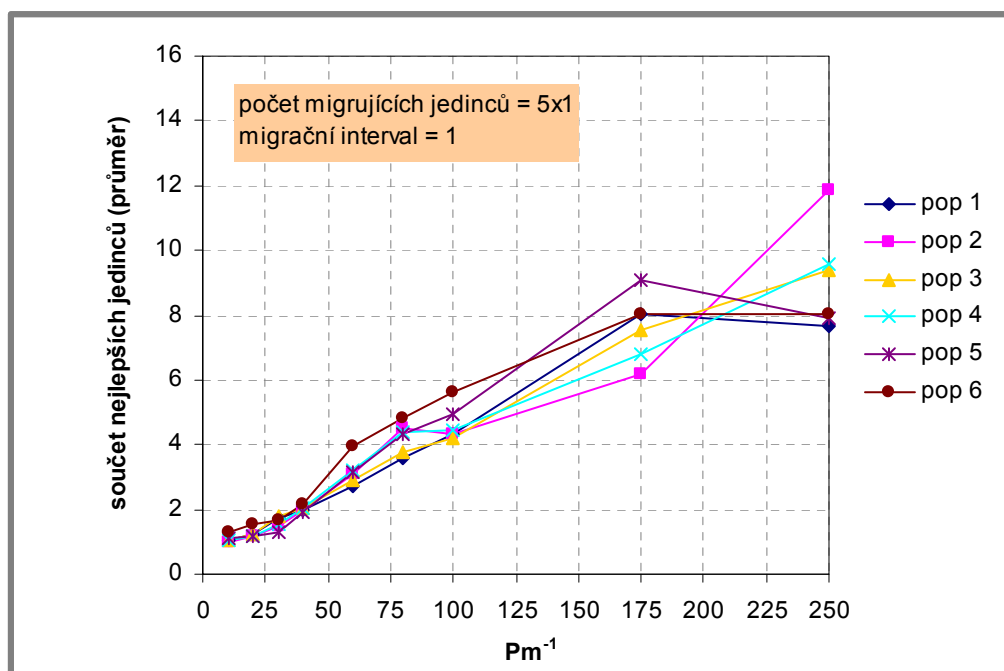
Z obr. 7.15, D.1 a D.3 je patrné, že nejlepších výsledků, tj. v průměru nejlepších hodnot fitness nejlepších jedinců, bylo dosaženo s pravděpodobností mutace $P_{\text{m}} = 1/40$ a s migrací o parametrech: počet migrujících jedinců $P_{\text{MJ}} = 1 \times 5$, migrační interval $MI = 1$. Je zřejmý rozdíl v kvalitě nalezených řešení u dolních dílčích populací a v horní nadřazené populaci. Na obr. 7.16 jsou znázorněny odpovídající průběhy počtu nejlepších jedinců v populacích pro výše uvedené parametry. Jedná se opět o průměrné hodnoty stanovené z 50-ti opakovaných výpočtů.

S narůstající délkou migračního intervalu klesá frekvence přísunu nového genetického materiálu do horní populace a tím také bude méně pravděpodobné, že budou v horní nadřazené populaci nalezena nejlepší řešení. Výsledky s migrací o parametrech: (a) počet migrujících jedinců $P_{\text{MJ}} = 1 \times 5$, migrační interval $MI = 3$ a (b) počet migrujících jedinců $P_{\text{MJ}} = 1 \times 5$, migrační interval $MI = 5$ jsou proto horší, než výsledky o parametrech migrace: $P_{\text{MJ}} = 1 \times 5$, migrační interval $MI = 1$. Na druhou stranu bude zajisté existovat druhý extrém, v případě, že bude migrace příliš silná, tj. počet migrujících jedinců P_{MJ} bude příliš velký vzhledem k velikosti horní nadřazené populace. V takovém případě mohou být nalezena řešení opět horší než ta, která jsou zde prezentována. Tato hranice byla hledána a přibližně stanovena. S migrací o parametrech: počet migrujících jedinců $P_{\text{MJ}} = 5 \times 2$ a migrační interval $MI = 1, 3$ a 5 byla nalezena horší řešení, než ta, která jsou zde uvedena.

Pro praktické použití optimalizačního programu, s implementovaným paralelním genetickým algoritmem, k návrhu progresivních systémů s rozdělovači ZP-A až ZP-D dle požadavků projektanta je důležité zvolit takovéto nastavení migrace, tj. $P_{\text{MJ}} = 1 \times 5$ a $MI = 1$, vzhledem k ostatním parametrům, kterými jsou: velikosti dílčích populací ($N_{\text{h}} = 50, N_{\text{di}} = 50$), selekční tlak ($t_{\text{Th}} = 2, t_{\text{Tdi}} = 2$) a pravděpodobnost mutace ($P_{\text{mh}} = 1/40, P_{\text{mdi}} = 1/40$).



Obr. 50 Průměrná hodnota fitness funkcí nejlepších jedinců stanovená z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace v rozpětí $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)



Obr. 51 Průměrný počet nejlepších jedinců stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace v rozpětí $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)

8 ZÁVĚR

Tato disertační práce shrnuje výsledky vývoje nových softwarových programů, určených pro návrh konstrukce progresivních rozdělovačů a progresivních mazacích systémů. První program, ve kterém je implementován genetický algoritmus, slouží k návrhu progresivních rozdělovačů. Druhý program, jehož součástí je paralelní genetický algoritmus, byl vyvinut k návrhu progresivních systémů. Dále jsou zde prezentovány výsledky teoretického a početního řešení toku plastických maziv v časovém prostoru. Byly odvozeny vztahy k početnímu (numerickému) řešení neustáleného toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny. K řešení byla použita numerická metoda Lax-Wendroff. Byla provedena experimentální měření s ekologickým plastickým mazivem Plantogel 2S zejména za účelem stanovení rychlosti zvuku [64]. Dále byly využity výsledky reometrických měření tohoto maziva. Rychlost zvuku byla v plastickém mazivu Plantogel 2S stanovena početně prostřednictvím metody přenosových matic [19], [61] a [64]. Dále byly (stručně) analyzovány možnosti využití metody přenosových matic k řešení toku visko-plastických kapalin ve frekvenční oblasti. Početně byl řešen problém neustáleného toku plastického maziva Plantogel 2S, jako visko-elasticko-plastické kapaliny s jediným elastickým parametrem, mezi rovnoběžnými deskami. K numerickému řešení tohoto problému byla použita metoda konečných diferencí.

Přínos disertační práce lze shrnout do několika následujících bodů:

- Prokázalo se, že program k návrhu konstrukce progresivních rozdělovačů, ve kterém je implementován genetický algoritmus (GA), je vhodným nástrojem k optimalizaci konstrukce progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D (Delimon) a má přínos pro praxi, viz kap. 7.1. Program je schopen v poměrně krátkém čase, vzhledem k robustnosti genetického algoritmu, nalézt dle určitých požadavků ta nejlepší řešení konstrukcí výše jmenovaných rozdělovačů z celkového počtu všech možných provedení, viz kap. 7.1.2. Požadavky jsou míněny: typ a počet sekcí rozdělovačů, počet otevřených vývodů a poměr dělení maziva mezi těmito vývody. Nejlepší řešení progresivních rozdělovačů jsou zejména ta, která umožňují dosáhnout úspory ve spotřebě maziva. Parametry genetického algoritmu, tj. selekční tlak t_T a pravděpodobnost mutace P_m , nebyly v návrhovém (optimalizačním) programu stanoveny náhodně. Za účelem určení jejich vzájemně vhodných hodnot byla provedena řada opakovaných výpočtů, viz kap. 7.1.6.
- Z výsledků uvedených v kap. 7.2 je zřejmé, že program určený k návrhu progresivních systémů, ve kterém je implementován paralelní genetický algoritmus (PGA) typu ostrovní model, je užitečný softwarový nástroj k optimalizaci progresivních systémů s progresivními rozdělovači ZP-A až ZP-D (Delimon), viz kap. 7.2. Tento program má přínos pro projekční praxi, neboť umožňuje velmi rychle nalézt nejlepší možná řešení progresivních systémů dle určitých požadavků, kterými jsou: hierarchie uspořádání progresivního systému, typ a počet sekcí rozdělovačů, počet mazacích míst a požadavky mazacích míst na velikost dodávky maziva. Nejlepší řešení progresivních systémů jsou, tak jak v případě rozdělovačů, zejména ta, která umožňují dosáhnout zejména úspory ve spotřebě maziv. Protože je při samotném návrhu celkový počet všech možných řešení progresivních systémů značně vysoký, byl právě v programu implementován robustnější typ

algoritmu, jakým je paralelní genetický algoritmus. Parametry paralelního genetického algoritmu, tj. pravděpodobnost mutace P_m , selekční tlak t_T , migrační interval a počet migrujících jedinců, byly v programu vyladěny. V současné praxi se při návrhu progresivních systémů příliš nedbá na přesné určení distribuce maziva, proto je také z tohoto důvodu program velmi užitečný.

- Oba návrhové programy jsou příspěvkem k praktické aplikaci GA a PGA v oblasti konstrukce, projektování vysokotlakých hydraulických prvků a hydraulických systémů a jsou inspirací pro jejich další aplikaci v uvedené oblasti.
- Poprvé byla stanovena rychlost zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S [64] a její hodnota je užitečná při numerické simulaci neustáleného toku maziv třídy NLGI 2, viz příloha A. Jak je patrné, rychlost zvuku má v tomto plastickém mazivu poměrně nízkou hodnotu, což je dáno velkým tlumením kapaliny, a její možná závislost na statickém tlaku v trubici je spekulativní.
- V kap. 4.1.1 bylo uvedeno odvození pohybové rovnice visko-plastické kapaliny. Tato rovnice byla s rovnicí kontinuity použita k odvození vztahů za účelem numerického řešení toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny. K tomu byla aplikována numerická metoda Lax-Wendroff. Tyto výpočetní vztahy měly být použity k simulaci toku plastického maziva Plantogel 2S, jehož reologické vlastnosti jsou popsány v kap. 2.2.5 a příloze B. Do odvozených vztahů byla dosazena vypočítaná hodnota rychlosti zvuku. Vzhledem k malým průměrům trubice, velmi nízkým průtokům a vysokým hodnotám meze toku τ_0 , nebyla simulace, odpovídající podmínkám experimentálního měření toku maziva Plantogel 2S, numericky stabilní. Z tohoto důvodu byla simulace provedena jen pro mezní konstanty numerického modelu, viz kap. 6.2.
- Stručná analýza vztahů uvedených v [30] ukazuje, že existuje možnost využití metody přenosových matic k řešení toku visko-plastických látek ve frekvenční oblasti. To bude mít velký přínos v oblasti dynamiky kapalin tohoto typu.
- Program vytvořený, v prostředí Matlab, k numerické simulaci toku visko-elasticko-plastických kapalin s jediným elastickým parametrem, je užitečný ke studiu neustáleného toku plastických maziv. V kap. 6.3 jsou zobrazeny výsledky simulace pro ekologické plastické mazivo Plantogel 2S. Základem numerického modelu jsou vztahy uvedené v kap. 2.3.1 a reologické konstanty jmenovaného plastického maziva, viz kap. 2.2.5 a příloha B. K vlastnímu provedení simulace byla použita metoda konečných diferencí. Numerická simulace vykazovala dobrou numerickou stabilitu, ale pro velmi jemný časový krok.

Doporučení dalšího postupu jsou následující. K praktickému využití a snadnému ovládání programů k návrhu rozdělovačů a progresivních systémů by bylo zapotřebí přinejmenším vytvořit uživatelská grafická rozhraní, tzv. GUI.

Ve druhém návrhovém programu, který slouží k návrhu progresivních systémů, by měla být dokončena část sloužící k simulaci toku plastického maziva, viz kap. 7.2. Tím by byl upřesněn výpočet mazačích dávek u navrhovaných progresivních systémů, což by vedlo ještě k lepším výsledkům optimalizace.

Zlepšení programu k návrhu progresivních systémů je možné, pokud bude např. zvolena jiná komunikační topologie paralelního genetického algoritmu mezi dílčími populacemi jedinců, než je hierarchická struktura se dvěma úrovněmi dle obr. 7.6, viz kap. 7.2.2. V ideálním případě by vzájemná výměna jedinců měla probíhat mezi všemi dílčími populacemi, protože tím by bylo možné v každé podpopulaci dosáhnout takových kvalit hodnotící funkce fitness, jak je tomu nyní v případě horní nadřazené populace algoritmu, viz kap. 7.2.9, obr. 7.11 a příloha D, obr. D.1 a D.3. Upřednostněna by měla být strategie migrace zvaná „emigration“, při které dochází k výměně jedinců mezi dílčími populacemi, namísto použité strategie „imigration“.

Za úvahu stojí přepsání obou programů v platformě JAVA, protože vzhledem k pořizovacím nákladům produktu Matlab, jsou tyto programy dostupné jen pro úzkou skupinu potenciálních uživatelů. K eliminaci chyb nově vyvíjeného software se také v poslední době stává nezbytné jeho testování.

K odstranění problémů s numerickou nestabilitou, při velkém rozptylu konstant simulačního modelu sloužícího k výpočtu nestacionárního toku stlačitelné visko-plastické kapaliny, by měly být odzkoušeny následující úpravy: odvození výpočtových vztahů v bezrozměrném tvaru, namísto explicitního schématu metody Lax-Wendroff stojí za úvahu použít implicitní schéma, což povede k řešení soustavy rovnic v každém časovém kroku. Jednou z možností je také aplikace numerické metody Runge-Kutta 4. řádu.

Vzhledem k tomu, že v programu F-A_char bylo při stanovení rychlosti zvuku v plastickém mazivu Plangotel 2S počítáno s modelem newtonské kapaliny, viz kap. 6.1, by měly být dále hlouběji analyzovány možnosti, jak využít metodu přenosových matic také pro řešení toku visko-plastické binghamské kapaliny ve frekvenční oblasti, viz kap. 4.2.1.

9 SUMMARY

This doctoral thesis describes the results of the development of two software programs for the design of progressive distributors and progressive lubricant systems. One of the programs implements a genetic algorithm and it is used to design progressive distributors. The other implements a parallel genetic algorithm of the island model and it is intended to design progressive systems. The thesis further focuses on analytical and computational solutions of the flow of compressible greases seen as viscoplastic fluids. Equations for the numerical solution of the non-steady flow of compressible viscoplastic Bingham fluids were derived and solved by the Lax-Wendroff method in Matlab. Several experiments were conducted with the ecological grease Plantogel 2S, mainly to determine the sound velocity. The sound velocity was calculated based on the experimental results by applying Fourier transformation and the transition matrix method. The rheological measurements of the grease were also utilised. Since a Newton fluid was assumed when calculating the sound velocity, the possibilities of using the transition matrix method for viscoplastic fluids in a frequency spectrum were then considered. Because it emerged that greases have a significant elastic stress factor, the problem of the non-steady flow of elastic-viscoplastic fluids was solved numerically between two infinite parallel plates by applying the finite difference method (FDM). The computation was done in Matlab.

The benefits of the thesis can be summarised as follows:

- It has been proved that the program with a genetic algorithm is a suitable tool for the design of progressive distributors of the ZP-A to ZP-D types and therefore has a valuable contribution to the designing practice. Thanks to the robustness of the genetic algorithm, the program can find best design solutions out of all possible design solutions of the above mentioned types of progressive distributors in a relatively short time and according to specified requirements. The best solutions of progressive distributors are mainly those that reduce grease consumption.
- The second program with a parallel genetic algorithm has demonstrated that it is suitable for the design of progressive systems consisting of ZP-A to ZP-D progressive distributors. Like the first program, it facilitates the designing practice by finding the best design solutions of progressive systems very quickly and according to specified requirements such as the type of distributors, the number of sections in distributors, the hierarchical structure of the progressive system, the number of lubrication points and the required volume of grease for the lubrication points. Since not much attention is given to determining the exact distribution of grease today, the program brings a significant contribution.
- Experiments with the ecological grease Plantogel 2 S have been conducted to determine the sound velocity in this grease. The velocity was calculated by the F-A char program, which leverages the transition matrix method for Newton fluids. The velocity in the grease is quite low, which is caused by high fluid damping, and its dependence on static pressure is speculative. The accuracy of the obtained acoustic velocity could be improved by conducting experiments with a higher frequency of flow rates at the input of the pipe and with the application of the transition matrix method for visco-plastic fluids.

- A motion equation for visco-plastic Bingham fluids was derived. Together with the continuity equation it was used to derive expressions suitable for a numerical solution of the non-steady flow of compressible visco-plastic Bingham fluids. The numerical solution was accomplished by the Lax-Wendroff method. Having introduced the calculated sound velocity into the equations, the final numerical model was used to simulate the flow of the grease Plantogel 2S. Due to small diameters of the pipes, very low flow rates and a high yield limit, the simulation was numerically unstable. For this reason, the simulation was only done for the boundary values of the numerical model.
- It was shown that the transition matrix method can be used to solve the flow of viscoplastic fluids in a frequency spectrum, which will have a significant contribution to the area of the fluid dynamics of this type.
- Another topic investigated in this thesis was the non-steady flow of the ecological grease Plantogel 2S, considered as a visco-elasto-plastic fluid, through horizontal channel bounded to infinite parallel plates under the exertion of periodic longitudinal pressure gradient. For the purpose of numerical simulation, a program using the finite difference method (FDM) was developed and the rheological constants of Plantogel 2S were supplied. The numerical simulation was stable, but only for tiny time intervals. The program can be used as a tool to study the flow of grease with elastic stress.

For practical use of both design programs a graphical user interface (GUI) at least will need to be developed. In the program for the design of progressive systems, the part simulating the grease flow will be completed to achieve better optimisation results. Another possible improvement could be conversion of both programs into the Java language to reach a wider audience of users.

Further improvements of the program for the design of progressive lubricant systems can be achieved, for instance, by, choosing a different communication topology between individual populations instead of the two-layer hierarchical structure.

To eliminate the problem of the numerical instability with numerical constants of high variance in the numerical simulation model for the non-steady flow of viscoplastic fluids, the following modifications will be made: transformation of the numerical model into a non-dimensional form, replacing the explicit form of the Lax-Wendroff method with an implicit form, or an application of the 4th order Runge-Kutta numeric method.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

u [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]	- axiální rychlost kapaliny
t [s]	- čas
T [s]	- materiálový čas
z [m]	- axiální souřadnice (v trubici)
g_z [$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$]	- axiální část tíhového zrychlení
r_0 [m]	- poloměr pístové části toku visko-plastické kapaliny
R [m]	- vnitřní poloměr trubice
D [m]	- vnitřní průměr trubice
u_s [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]	- střední rychlost kapaliny v trubici
u_{s1} [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]	- střední rychlost kapaliny v okrajové části trubice
u_{s2} [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]	- střední rychlost kapaliny ve vnitřní části trubice
p [Pa]	- tlak
Q [$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$]	- průtok kapaliny v trubici
Q_1 [$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$]	- průtok kapaliny v okrajové části trubice
Q_2 [$\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$]	- průtok kapaliny ve střední části trubice
S [m^2]	- průřez potrubí
b [$\text{Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-3}$]	- tlumení na odporu
De	- Debořino číslo
G' [Pa]	- paměťový modul
G'' [Pa]	- ztrátový modul
G^* [Pa]	- komplexní elasticita
P_m	- pravděpodobnost mutace
t_r	- selekční tlak
l [m]	- délka trubice
v_0 [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$]	- rychlost zvuku v kapalině
K [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$]	- modul objemové pružnosti kapaliny
τ_z [Pa]	- smykové napětí v kapalině
ρ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$]	- měrná hmotnost kapaliny
τ_0 [Pa]	- mez toku visko-plastické kapaliny
η_B [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]	- viskozita binghamské kapaliny
λ_1 [s]	- relaxační čas
λ_2 [s]	- retardační čas
ω [s^{-1}]	- úhlová rychlost
ν [$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$]	- kinematická viskozita
$J_n(x)$	- Besselova funkce n -tého řádu
$H_n(x)$	- Struve funkce n -tého řádu
\mathbf{P}_T	- přenosová matice
η^* [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]	- komplexní viskozita

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] BRDIČKA, M. – SAMEK, L. – SOPKO, B. *Mechanika kontinua*. Vydání 2., opravené, 2000. Praha: Academia, nakladatelství AV ČR, c2000. 799 s. ISBN 80-200-0772-5
- [2] BARTSCH, H. J. *Matematické vzorce*. Vydání 3., revidované, 1996. Praha: Mladá fronta, c1996. 832 s. ISBN 80-204-0607-7
- [3] GIESEKUS, H. W. *Phänomenologische Rheologie, Eine Einführung*. Vydání 1., 1994. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, c1994. 659 s. ISBN 3-540-57513-8
- [4] MAŘÍK, V. – ŠTĚPÁNKOVÁ, O. – LAŽANSKÝ, J. a kol. *Umělá inteligence (3)*. Vydání 1, 2001. Praha: Academia, nakladatelství AV ČR, c2001. 328 s. ISBN 80-200-0472-6
- [5] ZELINKA, I. *Umělá inteligence v problémech globální optimalizace*. Vydání 1., 2002. Praha: Nakladatelství BEN – technická literatura, c2002. 189 s. ISBN 80-7300-069-5
- [6] GEN, M. – CHENG, R. *Genetic Algorithms & Engineering Design*. Vydání 1., 1997. New York: Nakladatelství John Wiley & Sons, Inc., c1997. 411 s. ISBN 0-471-12741-8
- [7] SPURK, J. H. – AKSEL, N. *Strömungslehre. Einführung in die Theorie der Strömungen*. Vydání 6., rozšířené, 2005. Berlin: Nakladatelství Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, c2005. 573 s. ISBN 3-540-26293-8
- [8] ZYMÁK, V. *Dynamika pulsujícího průtoku. Teorie, měření, aplikace a zkušenosti*. Vydání 1., 1994. Brno: PC-DIR spol. s r.o. – nakladatelství Brno, c1994. 210 s. ISBN 80-85895-00-5
- [9] ZHONG, L. – HALANG, A. W. – CHEN, G. *Integration of Fuzzy Logic and Chaos Theory*. Vydání 1., 2006. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, c2006. 625 s. ISBN 978-3-540-26899-4
- [10] ZAPLATÍLEK, K. – DOŇAR, B. *Matlab. Tvorba uživatelských aplikací*. Vydání 1., 2004. Praha: Nakladatelství BEN – technická literatura, c2004. 216 s. ISBN 80-7300-133-0
- [11] ZAPLATÍLEK, K. – DOŇAR, B. *Matlab. Začínáme se signály*. Vydání 1., 2006. Praha: Nakladatelství BEN – technická literatura, c2006. 272 s. ISBN 80-7300-200-0
- [12] KVASNICA, J. – HAVRÁNEK, A., LUKÁČ, P. – SPRUŠIL, B. *Mechanika*. Vydání 2., 2004. Praha: Academia, nakladatelství AV ČR, c2004. 476 s. ISBN 80-200-1268-0
- [13] HEROUT, P. *Java – bohatství knihoven*. Vydání 2., rozšířené a upravené, 2006. České Budějovice: Nakladatelství KOPP, c2006. 251 s. ISBN 80-7232-288-5
- [14] CZARNY, R. *Smary plastyczne*. Vydání 1., 2004. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, c2004. 287 s. ISBN 83-204-3020-8
- [15] WEIN, O. *Úvod do reologie*. Vydání 1., 1996. Brno: Malé Centrum, FCH VUT Brno, c1996. 84 s
- [16] HYNEK, J. *Genetické algoritmy a genetické programování*. Vydání 1., 2008. Praha: Grada Publishing, a. s., c2008. 200 s. ISBN 978-80-247-2695-3
- [17] KARKENAHALLI, S. – FLETCHER, C. A. J. *Computational Techniques for Fluid dynamics. A Solutions Manual*. Berlin: Springer-Verlag, c1992. 256 s. ISBN 3-540-54304-X

- [18] WENDT, J. F. Computational fluid dynamics: an introduction. Vydání 2., 1996. Berlin: Springer-Verlag, c1996. 301 s. ISBN 3-540-59471-X
- [19] HABÁN, V. *Tlumení tlakových a průtokových pulsací*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Odbor hydraulických strojů V. Kaplana, 1999. 57 s. Školitel Prof. Ing. František Pochylý, CSc. Disertační práce
- [20] KOYŠ, J. *Modelování tlakových pulsací v pružných potrubích*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Odbor fluidního inženýrství V. Kaplana, 2007. 58 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Vladimír Habán, Ph.D
- [21] OŠMERA, P. *Genetické algoritmy a jejich aplikace. Využití biologických a fyzikálně-informačně principů evoluce*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav automatizace a informatiky, 2001. 108 s. Habilitační práce
- [22] VEPŘEK, J. *Optimalizace průtokových poměrů v mazacích obvodech s progresivními rozdělovači pomocí genetických algoritmů*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav konstruování, 2006. 43 s. Školitel Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc. Pojednání ke státní doktorské zkoušce
- [23] DVOŘÁK, A. Větvené mazací systémy a jejich proudové poměry – tribologicko – hydraulické aspekty. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Ústav konstruování, 2006. 91 s. Školitel Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc. Disertační práce
- [24] FIALA, P. *Stanovení charakteristik vybraných hydraulických prvků mazacích obvodů a jejich simulace*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Odbor fluidního inženýrství V. Kaplana, 2006. 68 s. Vedoucí diplomové práce Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc
- [25] ZBOROVSKÁ, B. Tlakové ztráty při toku ekologických plastických maziv vybranými prvky centrálních mazacích systémů. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Odbor fluidního inženýrství V. Kaplana, 2004. 90 s. Vedoucí diplomové práce Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc
- [26] SCROFANI, G. *Numerical Basin Modeling and Tectonics*. Milano: Politecnico di Milano, 2007. 147 s. Školitel Prof. Fausto Saleri. Disertační práce
- [27] SOCHI, T. *Pore-Scale Modeling of Non-Newtonian Flow in Porous Media*. Londýn: Imperial College London. Department of Earth Science and Engineering, 2007. 165 s. Školitel Prof. Martin Blunt
- [28] NĚMEC, M. *Tok ekologického plastického maziva progresivním rozdělovačem*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Odbor fluidního inženýrství V. Kaplana, 2004. 114 s. Vedoucí diplomové práce Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc
- [29] NOVÁKOVÁ, M. *Analýza toku plastického maziva větveným centrálním mazacím systémem*. Brno: Vysoké učení technické v Brně. Fakulta strojního inženýrství. Odbor hydraulických strojů V. Kaplana, 1999. 72 s. Vedoucí diplomové práce Doc. RNDr. Ing. Josef Nevrlý, CSc
- [30] OSPINA, J. – VELEZ, M. Analytical Solution for Transient Flow of a Generalized Bingham Fluid with Memory in a Movable Tube Using Computer Algebra. In *Computer Algebra in Scientific Computing*. Springer Berlin/Heidelberg, 2007. s. 339-349. ISBN 978-3-540-75186-1

- [31] CHEDDADI, I. et al. Numerical modelling of foam Couette flows. *The European Physical Journal E: Soft Matter and Biological Physics*, April 2009, vol. 27, no. 2, s. 123-133. ISSN 1292-8941
- [32] WANG, Y. Time-dependent Poiseuille flows of visco-elasto-plastic fluids. *Acta Mechanica*, October 2006, vol. 186, no. 1-4, s. 187-201. ISSN 0001-5970
- [33] PRASAD, T. D. – PARK, N. S. Multiobjective Genetic Algorithms for Design of Water Distribution Networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, February 2004, vol. 130, no. 1, s. 73-82. ISSN 0733-9496
- [34] TOLSON, B. A. et al. Genetic Algorithms for Reliability-Based Optimization of Water Distribution System. *Journal of Water Resources Planning and Management*, February 2004, vol. 130, no. 1, s. 63-72. ISSN 0733-9496
- [35] DAPRA, I. – SCARPI, G. Start-up Flow of a Bingham Fluid in a Pipe. *Meccanica*, February 2004, vol. 40, no. 1, s. 49-63. ISSN 0025-6455
- [36] TAKHAR, P. S. Introduction to Rheology. [online]. citováno 5. 1. 2010]. Dostupné z URL <www.depts.ttu.edu/afs/home/ptakhar/.../IntroRheology_ptakhar.pps>
- [37] CHILTON, R. A. - STAINSBY, R. Pressure Loss Equations for Laminar and Turbulent Non-newtonian Pipe Flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, May 1998, vol. 124, no. 5, s. 522-529. ISSN 0733-9429
- [38] ROQUET, N. – SARAMITO, P. An Adaptive Finite Element Method for Viscoplastic Flows in a Square Pipe with Stick-Slip at the Wall. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, December 2008, vol. 155, no. 3, s. 101-115. ISSN 0377-0257
- [39] SARAMITO, P. A new constitutive equation for elastoviscoplastic fluid flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, August 2007, vol. 145, no. 1, s. 1-14. ISSN 0377-0257
- [40] SARAMITO, P. A new elastoviscoplastic model based on the Herschel-Bulkley viscoplastic model. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, May 2009, vol. 158, no. 1-3, s. 154-161. ISSN 0377-0257
- [41] BASOV, I. V. Existence of a Rigid Core in the Flow of a Compressible Bingham Fluid under the Action of a Homogeneous Force. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, November 2005, vol. 7, no. 4, s. 515-528. ISSN 1422-6928 (Print) 1422-6952 (Online)
- [42] CAZACU, O. – IONESCU, I. R. – PERROT, T. Steady-state flow of compressible rigid-viscoplastic media, *International Journal of Engineering Science*, September 2006, vol. 44, no. 15-16, s. 1082-1097. ISSN 0020-7225
- [43] VINAY, G. – WACHS, A. – AGASSANT, J.-F. Numerical Simulation of Weakly Compressible Bingham Flows: The restart of Pipeline Flows of Waxy Crude Oils, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, July 2006, vol. 136, no. 2-3, s. 93-105. ISSN 0377-0257
- [44] YANG, F. Exact Solution for Compressive Flow of Viscoplastic Fluids under perfect Slip Wall Boundary Conditions. *Rheologica acta*, 2008, vol. 37, no. 1, s. 68-72. ISSN 0036-4511
- [45] VINAY, G. – WACHS, A. – AGASSANT, J.-F. Numerical Simulation of Non-isothermal Viscoplastic Waxy Crude Oil Flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, July 2005, vol. 128, no. 2-3, s. 144-162. ISSN 0377-0257

- [46] ENGIN, T. et al. Effect of Wall Roughness on Laminar Flow of Bingham Plastic Fluids through Microtubes. *Journal of Fluids Engineering*, September 2004, vol. 126, no. 5, s. ISSN 0098-2202 (Print), eISSN 1528-901X
- [47] VEPŘEK, J. Design of progressive distributors in centralized lubrication systems by genetic algorithms. *Hydraulika i Pneumatika*, May 2008, no. 5, s. 21-27. ISSN 1505-3954
- [48] VEPŘEK, J. Určení mazacích dávek u progresivních rozdělovačů. *Acta hydraulica et pneumatica*, 2005, no. 2, s. 75-83. ISSN 1336-7536
- [49] NEVRLÝ, J. – ŠTERN, P. Measurement of the Basic Rheological Quantities of Biodegradable Greases for the Purpose of Modelling Their Flow. *Leaf Coppin*, April 2005, vol. 22, no. 1, s. 33-47. ISSN 0265-6582
- [50] ŠPAČEK, J. – PAVLOK, B. The Contribution to the Problems of Steady State Flow of Ecological Viscoplastic Grease MOGUL EKO L1. *Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava, Mechanical Series*, 2003, no. 1, part 2, s. 67-72. ISBN 80-248-0240-6
- [51] NEVRLÝ, J. – ZBOROVSKÁ, B. – VEPŘEK, J. Dynamika toku ekologického plastického maziva. *Hydraulika a pneumatika*, 2004, ročník VI, no. 3-4, s. 29-31. ISSN 1335-5171
- [52] NEVRLÝ, J. – NĚMEC, M. – DVOŘÁK, A. – VEPŘEK, J. Zpřesnění matematického modelu rozdělovače plastického maziva – místní ztráty. *Hydraulika a pneumatika*, 2004, ročník VI, no. 3-4, s. 64-66. ISSN 1335-5171
- [53] CAZACU, O. – IONESCU I. R., - PERROT, T. Penetration of a Rigid Body Into a Viscoplastic Compressible Fluid. In *European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering. ECCOMAS 2004. Jyväskylä, 24-28 July 2004*. P. Neittaanmaki, T. Rossi, K. Majava, and O. Pironneau (eds.) W. Rodi and P. Le Quéré (assoc. eds.). s. 1-18, 2004
- [54] VEPŘEK, J. Optimisation of Flow Rates in Lubrication Systems with Progressive Distributors by Genetic Algorithms. In *Proceedings of the Fifth international Conference on Soft Computing Applied in Computer and Economic Environment. ICSC 2007. 26 January, Kunovice, Czech Republic*. I. Rukovanský, P. Ošmera (eds.). Kunovice: EPI Kunovice, 2007. s. 71-79. ISBN 80-7314-108-6
- [55] VEPŘEK, J. – NEVRLÝ, J. Simulace toku plastických maziv. In *19. mezinárodní konference Hydraulika a pneumatika, Praha, 30.-31. 5. 2006*. Praha: Česká strojnická společnost, 2006. s. 276-285. ISBN 80-02-01809-5
- [56] NEVRLÝ, J. – NĚMEC, M. – DVOŘÁK, A. – VEPŘEK, J. Improved mathematical model results of grease distributor. In *Proceedings of the international scientific-technical conference Hydraulics and Pneumatics, Wroclaw, 17.-19. 5. 2005*. Wroclaw: Polish Society Mechanical Engineers and Technicians, 2005. s. 561-566. ISBN 83-87982-41-5
- [57] VEPŘEK, J. – NEVRLÝ, J. Determining Grease Dose in Progressive Lubricant Distributor. In *Proceedings of 9th International Conference Mechanical Engineering 2005 (Strojné inžinierstvo 2005), held at the Fakulty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, November 16th, 2005. SI 2005*. V. Geleta (eds.). Bratislava: Vydavateľstvo STU – Publishing House of the Slovak University of Technology in Bratislava, 2005. s. 141. ISBN 80-227-2314-2

- [58] VEPŘEK, J. Determining Genetic Algorithm Operators in the Program for Optimization of Progressive Distributors. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Soft Computing Applied in Computer and Economic Environments. ICSC 2008. 25 January, Kunovice, Czech Republic*. I. Rukovanský, P. Ošmera (eds.). Kunovice: EPI Kunovice, 2008. s. 183-190. ISBN 978-80-7314-134-9
- [59] VEPŘEK, J. Optimisation of Flow Rates in Progressive Distributors by Genetic Algorithms. In *Proceedings of International Scientific-Technical Conference Hydraulics and Pneumatics '2007 (Napędy i Sterowania hydrauliczne i pneumatyczne '2007). Domestic branch and challenges of competitiveness. Wrocław, 10-12 October 2007*. Wrocław: Ośrodek Doskonalenia Kadr SIMP we Wrocławiu, 2007. s. 64-73. ISBN 978-83-87982-27-0
- [60] AUSTIN, A. S. An Analytical Solution for the Unsteady Flow of a Bingham Plastic Fluid in a Circular Tube. NUWC-NPT Technical Report 11,011. 19951122 013. Submarine Sonar Department. Rhode Island, Newport, 1995. 26s
- [61] HABÁN, V. - KOUTNÍK, J. - POCHYLÝ, F.: Popis k programu „F-ACHAR“. Program pro řešení pulsací ve větvených hydraulických obvodech metodou přenosových matic, rozšířený o výpočet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitů. Výzkumná zpráva Odboru hydraulických strojů V. Kaplana. VUT v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 1999. 30 s. VUT-EU-QR-49-99
- [62] NEVRLÝ, J. – PAVLOK, B. Metodika návrhu větvených mazacích obvodů s podporou moderních výpočetních systémů. Výzkumná zpráva Odboru hydraulických strojů V. Kaplana. VUT v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2000. 267 s. GAČR 101/98/0946
- [63] ŠTERN, P. – NEVRLÝ, J. – PAVLOK, B. Tokové křivky a viskoelastické charakteristiky vybraných ekologických maziv. Dílčí výzkumná zpráva ke grantovému úkolu GAČR 101/02/0605. Česká akademie věd v Praze, Ústav pro hydrodynamiku, 2004. 20 s.
- [64] HABÁN, V. – VEPŘEK, J. Početní stanovení rychlosti zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S. Experimentální měření toku plastického maziva Plantogel 2S. Výzkumná zpráva Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana. VUT v Brně. Fakulta strojního inženýrství, 2008. 25 s
- [65] *Aral Lubricants CR, s.r.o. - Produktové listy* [online]. [citováno 5. 1. 2010]. Dostupné z URL <<http://www.aral.cz/katalogove-listy.php>>
- [66] *Bijur Delimon Automatic Lubrication Systems* [online]. [citováno 5. 1. 2010]. Dostupné z URL <<http://www.bijurdelimon.com>>
- [67] *Lincoln Industrial Lubrication Systems, Grease Guns, Pumps, and Technical Service* [online]. [citováno 5. 1. 2010]. Dostupné z URL < <http://www.lincolnindustrial.com/home.asp>>
- [68] *TriboTec – Centrální mazání*. [online]. [citováno 17. 1. 2010]. Dostupné z URL < <http://www.tribotec.cz/tribotec/cz/index.htm> >
- [69] *Špondr CMS*. [online]. [citováno 10. 1. 2010]. Dostupné z URL <<http://www.spondrcms.cz/prep/prepc05.htm>>
- [70] *Fuchs oil.cz* [online]. [citováno 6. 1. 2010]. Dostupné z URL <<http://www.fuchs-oil.cz/index.php/produkty/produktove-rady/planto>>

- [71] *Verbrauchsschmierung – SKF lubricationsolutions/Produkte/Zentralschmiersysteme* [online]. [citováno 10. 1. 2010]. Dostupné z URL <http://www.skf.com/portal/skf_lub/home/products?contentId=873201&lang=de>
- [72] ŠPONDR-CMS. Centrální mazací systémy. [CD-ROM]. Catalogue-X10-X35e-Multi-Progressive. Katalogový list. 189 s. 2004, Brno
- [73] Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9. [online]. [citováno 10. 1. 2010]. Dostupné z URL <<http://www.olejservis.cz/klasmaziva.htm>>

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 2.1 Progresivní systém s jedním hlavním rozdělovačem a dvěma vedlejšími rozdělovači obsahující jedinou větvenou strukturu [72].....	14
Obr. 2.2 Progresivní systém s dvěma (hlavními) rozdělovači obsahující dvě nezávislé větvené struktury [72].....	15
Obr. 2.3 Progresivní systém se čtyřmi rozdělovači obsahující dvě nezávislé větvené struktury samostatně připojitelné (odpojitelné) od hlavního potrubí [72].....	15
Obr. 2.4 Progresivní rozdělovač ZP-A se třemi sekcemi, tj. vstupní, pracovní a koncová sekce [72]	16
Obr. 2.5 Princip činnosti progresivních rozdělovačů; zjednodušený řez progresivním rozdělovačem ZP-A se třemi sekcemi [24].....	17
Obr. 2.6 Princip distribuce maziva v progresivních rozdělovačích ZP-A, ZP-B, ZP-C a ZP-D.....	18
Obr. 2.7 Pneumatický řízený mazací přístroj [72].....	19
Obr. 2.8 Vnitřní struktura plastických maziv pod mikroskopem, (a) tvar vláken lithného maziva ve zvětšení 30 000 x pod skenovacím mikroskopem SEM, (b) bentonitová hlínka ve zvětšení 20 000 x pod skenovacím mikroskopem SEM [14].	21
Obr. 2.9 Visko-elasticko-plastický model [31].....	26
Obr. 2.10 Dynamické testy, tj. odezva materiálu na harmonický vzruch [36]	29
Obr. 2.11 Napěťová odezva materiálu při kinematicky buzených oscilacích: V – newtonská kapalina, E – hookovský materiál, VE – viskoelastický materiál, δ – ztrátový úhel mezi 0 a $\pi/2$ [15].....	30
Obr. 2.12 Tokové křivky ekologického plastického maziva Plantogel 2S, $t = 10,6-10,7^\circ\text{C}$; prohnětené mazivo [63].....	33
Obr. 2.13 Tokové křivky ekologického plastického maziva Plantogel 2S, $t = 20-20,1^\circ\text{C}$; N – neprohnětené mazivo, P – prohnětené mazivo [63]	33
Obr. 2.14 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 2S; závislost paměťového modulu G' , ztrátového modulu G'' a komplexní viskozity $ \eta^* $ na frekvenci oscilačních změn napětí [63].....	35
Obr. 2.15 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 2S; závislost paměťového modulu G' , ztrátového modulu G'' a komplexní viskozity $ \eta^* $ na smykovém napětí při frekvenci oscilačních změn 1 Hz [63]	35
Obr. 2.16 Neustálený tok visko-elasticko-plastické kapaliny mezi dvěma rovnoběžnými deskami	38
Obr. 2.17 Základní struktura genetického algoritmu (GA) – binární reprezentace jedinců v populaci [6]	44
Obr. 4.1 Silové poměry na pístovém elementu binghamské kapaliny.....	49
Obr. 4.2 Schéma metody Lax-Wendroff, (a) krok řešení počátečního uzlu, (b) krok řešení vnitřního uzlu, (c) krok řešení koncového uzlu [20].....	53
Obr. 4.3 Schéma numerického řešení toku visko-elasticko-plastické kapaliny, metoda konečných diferencí – explicitní schéma, řešení vnitřního bodu sítě	62
Obr. 5.1 Schéma experimentálního zařízení (HV – hydraulický válec se snímačem polohy, G – zátěž na pístnici, p_1-p_3 – snímače tlaku, ACF 02 – mazací přístroj (Tribotec), KV – kulový ventil, Tr 6x1 a Tr 8x1 jsou pozinkované experimentální trubky	66

Obr. 5.2 Tlaky p_1 , p_2 , p_3 měřené na vstupu, uprostřed a na konci trubice; tok ekologického plastického maziva Plantogel 2S, ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 111 V	68
Obr. 5.3 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 111 V	68
Obr. 5.4 Detailní zobrazení tlaků měřených na vstupu, uprostřed a na konci trubice; tok ekologického plastického maziva Plantogel 2S, ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 111 V	69
Obr. 5.5 Střední hodnoty ustáleného periodického průběhu tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu, uprostřed a na konci trubice Tr $\phi 6 \times 1$ pro zátěž 1-7 na měřicím přípravku, vzestupný nárůst zátěže, soubory RV 111 V až RV 111 VS.....	69
Obr. 5.6 Střední hodnoty ustáleného periodického průběhu tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu, uprostřed a na konci trubice Tr $\phi 6 \times 1$ pro zátěž 7-1 na měřicím přípravku, sestupný pokles zátěže, soubory RV 117 VS až RV 111 S.....	70
Obr. 5.7 Střední hodnoty ustálených periodických průběhů tlaků p_1 , p_2 a p_3 na vstupu, uprostřed a na konci trubice Tr $\phi 6 \times 1$ pro zátěž 1-7 a 7-1 na měřicím přípravku, vzestup a pokles zátěže, soubory RV 111 V až RV 117 VS a RV 117VS až RV 111 S.....	70
Obr. 6.1 Rychlost zvuku v plastickém mazivu Plantogel 2S a kinematická viskozita v závislosti na středních hodnotách tlaků na vstupu do trubice, mezi nimi a na jejich konci, trubice 2 x Tr $6 \times 1-4000$ mm [64]	72
Obr. 6.2 Algoritmus programu navrženého k numerickému řešení neustáleného toku stlačitelné visko-plastické binghamské kapaliny.....	73
Obr. 6.3 Časové průběhy simulovaných průtoků Q_1 na vstupu, Q_2 uprostřed a Q_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – rampová funkce ($Q_{\min} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $Q_{\max} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2$ s, trvání minimálního průtoku $t_{\min} = 1$ s, nárůst (pokles) průtoku z Q_{\min} na Q_{\max} a obráceně $t_p = 0,15$ s) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100$ kPa)	75
Obr. 6.4 Časové průběhy simulovaných tlaků p_1 na vstupu, p_2 uprostřed a p_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – rampová funkce ($Q_{\min} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $Q_{\max} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2$ s, trvání minimálního průtoku $t_{\min} = 1$ s, nárůst (pokles) průtoku z Q_{\min} na Q_{\max} a obráceně $t_p = 0,15$ s) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100$ kPa)	75
Obr. 6.5 Časové průběhy simulovaných průtoků Q_1 na vstupu, Q_2 uprostřed a Q_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – funkce sinus (amplituda $Q_A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, posunutí $Q_p = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2$ s) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100$ kPa)	76
Obr. 6.6 Časové průběhy simulovaných tlaků p_1 na vstupu, p_2 uprostřed a p_3 na konci trubice; okrajové podmínky: průtok na vstupu do trubice – funkce sinus (amplituda $Q_A = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, posunutí $Q_p = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, perioda $T = 2$ s) a tlak na výstupu z trubice je konstantní ($p = 100$ kPa)	76
Obr. 6.7 Simulace neustáleného toku visko-elasticko-plastické kapaliny mezi rovnoběžnými deskami; bezrozměrný rychlostní profil kapaliny; konstanty numerické simulace: $\tau_0 = 297$ Pa, $\eta_B = 4,7$ Pa.s, $G = 2600$ Pa, $\omega = 3,14$ rad.s ⁻¹ , $h = 0,008$ m, $\lambda_1 = 0,002$ s, $\rho = 900$ kg.m ⁻³ , pokles tlakového spádu během periody tlakového buzení)	78
Obr. 6.8 Simulace neustáleného toku visko-elasticko-plastické kapaliny mezi rovnoběžnými deskami; bezrozměrný rychlostní profil kapaliny; konstanty	

numerické simulace: $\tau_0 = 297$ Pa, $\eta_B = 4,7$ Pa.s, $G = 2600$ Pa, $\omega = 3,14$ rad.s ⁻¹ , $h = 0,008$ m, $\lambda_1 = 0,002$ s, $\rho = 900$ kg.m ⁻³ , vzestup tlakového spádu během periody tlakového buzení	78
Obr. 7.1 Vývojový diagram programu na optimalizaci progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D s implementovaným genetickým algoritmem	81
Obr. 7.2 Tok maziva sekcemi progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D	84
Obr. 7.3 Návrh progresivního rozdělovače ZP-A (DELIMON) se 6-ti sekcemi a 6-ti otevřenými vývody pomocí optimalizačního programu; (a) vstupní požadavky na rozdělovač ZP-A, tj. počet sekcí, počet otevřených vývodů a poměr dělení maziva mezi vývody, (b) výsledné konstrukční provedení rozdělovače ZP-A (jedno z nejlepších řešení).....	87
Obr. 7.4 Statistické výsledky výpočtů optimalizačního programu - návrh progresivního rozdělovače ZP-A se šesti sekcemi a šesti otevřenými vývody (parametry GA: populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 3$, pravděpodobnost mutace $P_m = 1/30$ a počet iterací $PI = 200$): (a) průměrná hodnota fitness v populaci, (b) rozptyl fitness v populaci, nejlepší hodnota fitness v populaci a počet nejlepších jedinců v populaci [47].....	88
Obr. 7.5 Ladění parametrů optimalizačního programu s parametry GA: populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 2$, pravděpodobnost mutace $P_m = 1/10-1/150$ a počet iterací $PI = 200$: (a) průměrný počet generací s nejlepšími jedinci, (b) počet výpočtů bez nejlepších jedinců a ladění parametrů optimalizačního programu s parametry GA: populace $N = 500$, selekční tlak $t_T = 3$, pravděpodobnost mutace $P_m = 1/10-1/150$ a počet iterací $PI = 200$: (c) průměrný počet generací s nejlepšími jedinci a (d) počet výpočtů bez nejlepších jedinců [58]	89
Obr. 7.6 Hierarchická struktura PGA v optimalizačním programu určeném k návrhu progresivních systémů [21].....	91
Obr. 7.7 Vývojový diagram optimalizačního programu s PGA (návrh progresivních systémů).....	92
Obr. 7.8 Vnitřní struktura optimalizačního programu (hlavní M-soubory) v MATLABu.....	96
Obr. 7.9 Základní podoba navrhovaného progresivního systému se čtyřmi rozdělovači ZP-A [47].....	97
Obr. 7.10 Schéma progresivního systému s jedním hlavním rozdělovačem a třemi vedlejšími rozdělovači, jedna z nejlepších variant vyhovující vstupním požadavkům programu [47]	98
Obr. 7.11 Průměrná hodnota fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)	99
Obr. 7.12 Rozptyl hodnot fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)	100
Obr. 7.13 Nejlepší hodnota fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)	100

Obr. 7.14 Součet nejlepších hodnot fitness funkcí v populacích během výpočtu (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/35$, $P_{mh} = 1/35$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 50$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$)	101
Obr. 7.15 Průměrná hodnota fitness funkcí nejlepších jedinců stanovená z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace v rozpětí $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$).....	103
Obr. 7.16 Průměrný počet nejlepších jedinců stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace v rozpětí $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací (generací) výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 1$).....	103
Obr. B.1 Tokové křivky plastického maziva Aralub BAB RC1, neprohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 362,55$ Pa, $\eta_B = 19,11$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 360,05$ Pa, $K = 23,65$ Pa.s ⁿ , $n = 0,93$) [25]	125
Obr. B.2 Tokové křivky plastického maziva Aralub BAB RC1, prohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 345,34$ Pa, $\eta_B = 7,71$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 345,3$ Pa, $K = 13,02$ Pa.s ⁿ , $n = 0,80$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 366,88$ Pa, $\eta_B = 7,42$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 365,20$ Pa, $K = 12,58$ Pa.s ⁿ , $n = 0,81$) [25].....	125
Obr. B.3 Tokové křivky plastického maziva Mogul EKO L1, neprohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 531,86$ Pa, $\eta_B = 10,77$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 530,11$ Pa, $K = 10,37$ Pa.s ⁿ , $n = 1,02$) [25]	126
Obr. B.4 Tokové křivky plastického maziva Mogul EKO L1, prohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 210,62$ Pa, $\eta_B = 2,91$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 210,62$ Pa, $K = 5,65$ Pa.s ⁿ , $n = 0,75$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 193,32$ Pa, $\eta_B = 2,71$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 192,98$ Pa, $K = 3,85$ Pa.s ⁿ , $n = 0,88$) [25]	126
Obr. B.5 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 000S, neprohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 34,84$ Pa, $\eta_B = 1,55$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 34,68$ Pa, $K = 2,03$ Pa.s ⁿ , $n = 0,90$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 26,04$ Pa, $\eta_B = 1,92$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 26,04$ Pa, $K = 2,19$ Pa.s ⁿ , $n = 0,95$) [25]	127
Obr. B.6 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 000S, prohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 25,02$ Pa, $\eta_B = 1,56$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 24,93$ Pa, $K = 1,85$ Pa.s ⁿ , $n = 0,94$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 24,12$ Pa, $\eta_B = 1,60$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 24,12$ Pa, $K = 1,87$ Pa.s ⁿ , $n = 0,94$) [25]	127

Obr. B.7 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 2S, neprohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 394,93 \text{ Pa}$, $\eta_B = 16,90 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 394,93 \text{ Pa}$, $K = 15,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 1,04$) [25]	128
Obr. B.8 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 2S, prohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 297,54 \text{ Pa}$, $\eta_B = 4,70 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 297,54 \text{ Pa}$, $K = 10,33 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,71$); aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 222,38 \text{ Pa}$, $\eta_B = 7,08 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 221,47 \text{ Pa}$, $K = 7,57 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,98$) [25]	128
Obr. B.9 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 000S, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]	129
Obr. B.10 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 000S, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]	129
Obr. B.11 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Mogul EKO L1, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]	130
Obr. B.12 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Mogul EKO L1, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]	130
Obr. B.13 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Aralub BAB RC 1, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]	131
Obr. C.1 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 112 V	132
Obr. C.2 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 112 V	132
Obr. C.3 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 113 V	133
Obr. C.4 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 113 V	133
Obr. C.5 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 114 V	134
Obr. C.6 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 114 V	134
Obr. C.7 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 115 V	135
Obr. C.8 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 115 V	135
Obr. C.9 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000 \text{ mm}$, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 116 V	136

Obr. C.10 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 116 V	136
Obr. C.11 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 117 VS.....	137
Obr. C.12 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^{\circ}\text{C}$, soubor RV 117 VS	137
Obr. D.1 Průměrná hodnota fitness funkcí nejlepších jedinců stanovená z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 3$)	138
Obr. D.2 Průměrný počet nejlepších jedinců stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 3$)	138
Obr. D.3 Průměrná hodnota fitness funkcí nejlepších jedinců stanovená z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 5$)	139
Obr. D.4 Průměrný počet nejlepších jedinců stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 5$)	139
Obr. E.1 Progresivní rozdělovač ZP-A - Delimon: (1) přípojovací šroubení pro potrubí o průměru $\phi 6$ nebo $\phi 8$ mm, (2) podložka A10 x 13,5 DIN 7603-Cu, (3) šroubení vývodů rozdělovače z mosazi nebo oceli o průměru $\phi 6$ mm, (4) koncový spínač, (5) spojovací můstek vývodů, (8) elektronické PNP, (9) ochranné víčko (makrolon IPC) [72]	140
Obr. E.2 Progresivní rozdělovač PRA – Tribotec, (1) přívodní sekce, (2) pracovní sekce, (3) závěrná sekce, (4) kotevní otvory, (5) zátka rozváděcího pístu; počet pracovních sekcí 3-10, max. pracovní tlak 230 bar, pracovní tlak 160 bar, max. průtok maziva $0,5 \text{ dm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$, objem maziva vytlačený z vývodů sekcí (A1 – $0,08 \text{ cm}^3$, A1,5 – 12 cm^3 , A2 – $0,16 \text{ cm}^3$, A2,5 – $0,2 \text{ cm}^3$, A3 – $0,24 \text{ cm}^3$, A4 – $0,3 \text{ cm}^3$) [68]	141
Obr. E.3 Řez pracovní sekcí progresivního rozdělovače řady PRA - Tribotec [68]	141

SEZNAM TABULEK

Tab. 2.1 Hodnoty meze toku stanovené v režimu CR (Controlled Rate) pro ekologická plastická maziva Mogul Eko-L1, Plantogel 1A a Aralub BAB RC 1 [63]	31
Tab. 2.2 Hodnoty meze toku stanovené v režimu CR (Controlled Rate) pro ekologická plastická maziva Aralub BAB RC 1, Mogul EKO L-1, Plantogel 2S, Plantogel 000S [63]	32
Tab. 2.3 Hodnoty meze toku stanovené v režimu CS (Controlled Stress) pro ekologická plastická maziva Aralub BAB RC 1, Mogul EKO L-1, Plantogel 2S, Plantogel 000S [63]	32
Tab. 2.4 Hodnoty paměťového modulu G' , komplexního modulu elasticity $ G^* $ a komplexní viskozity $ \eta^* $ na hranici viskoelasticity [63]	34
Tab. 7.1 Chromozóm n-sekčního progresivního rozdělovače ZP-A až ZP-D (střídání genů A_S až F_S v chromozómu).....	81
Tab. 7.2 Význam genů v chromozomech progresivních rozdělovačů ZP-A až ZP-D	82
Tab. 7.3 Počet konstrukčních provedení progresivních rozdělovačů ZP-A a ZP-B v závislosti na počtu sekcí a otevřených vývodech [58].....	82
Tab. 7.4 Chromozomy progresivních systémů s rozdělovači ZP-A až ZP-D (dvouúrovňová struktura)	94
Tab. A.1 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 1. část [73]	124
Tab. A.2 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 2. část [73]	124
Tab. A.3 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 3. část [73]	124
Tab. A.4 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 4. část [73]	124
Tab. A.5 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 5. část [73]	124
Tab. A.6 Konzistence plastického maziv dle NLGI [73].....	124

PUBLIKACE AUTORA K DANÉ PROBLEMATICE

Články v časopisech

VEPŘEK, J. Design of progressive distributors in centralized lubrication systems by genetic algorithms. *Hydraulika i Pneumatika*, May 2008, no. 5, s. 21-27. ISSN 1505-3954

VEPŘEK, J. Určení mazacích dávek u progresivních rozdělovačů. *Acta hydraulica et pneumatica*, 2005, no. 2, s. 75-83. ISSN 1336-7536

NEVRLÝ, J. – ZBOROVSKÁ, B. – VEPŘEK, J. Dynamika toku ekologického plastického maziva. *Hydraulika a pneumatika*, 2004, ročník VI, no. 3-4, s. 29-31. ISSN 1335-5171

NEVRLÝ, J. – NĚMEC, M. – DVOŘÁK, A. – VEPŘEK, J. Zpřesnění matematického modelu rozdělovače plastického maziva – místní ztráty. *Hydraulika a pneumatika*, 2004, ročník VI, no. 3-4, s. 64-66. ISSN 1335-5171

Články ve sbornících

VEPŘEK, J. Determining Genetic Algorithm Operators in the Program for Optimization of Progressive Distributors. In *Proceedings of the Sixth International Conference on Soft Computing Applied in Computer and Economic Environments. ICSC 2008. 25 January, Kunovice, Czech Republic*. I. Rukovanský, P. Ošmera (eds.). Kunovice: EPI Kunovice, 2008. s. 183-190. ISBN 978-80-7314-134-9

VEPŘEK, J. Optimisation of Flow Rates in Progressive Distributors by Genetic Algorithms. In *Proceedings of International Scientific-Technical Conference Hydraulics and Pneumatics '2007 (Napędy i Sterowania hydrauliczne i pneumatyczne '2007). Domestic branch and challenges of competitiveness. Wrocław, 10-12 October 2007*. Wrocław: Ośrodek Doskonalenia Kadr SIMP we Wrocławiu, 2007. s. 64-73. ISBN 978-83-87982-27-0

VEPŘEK, J. Optimisation of Flow Rates in Lubrication Systems with Progressive Distributors by Genetic Algorithms. In *Proceedings of the Fifth international Conference on Soft Computing Applied in Computer and Economic Environment. ICSC 2007. 26 January, Kunovice, Czech Republic*. I. Rukovanský, P. Ošmera (eds.). Kunovice: EPI Kunovice, 2007. s. 71-79. ISBN 80-7314-108-6

VEPŘEK, J. – NEVRLÝ, J. Simulace toku plastických maziv. In *19. mezinárodní konference Hydraulika a pneumatika, Praha, 30.-31. 5. 2006*. Praha: Česká strojnická společnost, 2006. s. 276-285. ISBN 80-02-01809-5

NEVRLÝ, J. – NĚMEC, M. – DVOŘÁK, A. – VEPŘEK, J. Improved mathematical model results of grease distributor. In *Proceedings of the international scientific-technical conference Hydraulics and Pneumatics, Wrocław, 17.-19. 5. 2005*. Wrocław: Polish Society Mechanical Engineers and Technicians, 2005. s. 561-566. ISBN 83-87982-41-5

VEPŘEK, J. – NEVRLÝ, J. Determining Grease Dose in Progressive Lubricant Distributor. In *Proceedings of 9th International Conference Mechanical Engineering 2005 (Strojné inžinierstvo 2005), held at the Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology in Bratislava, November 16th, 2005. SI 2005*. V. Geleta (eds.). Bratislava: Vydavateľstvo STU – Publishing House of the Slovak University of Technology in Bratislava, 2005. s. 141. ISBN 80-227-2314-2

PŘÍLOHA A: KLASIFIKACE PLASTICKÝCH MAZIV DLE NORMY ISO 6743/9100

Tab. A.1 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 1. část [73]

označení			pracovní teplota °C		odolnost proti vodě a rezivění	vysokotlaké vlastnosti	konzistence NLGI
systém	třída	typ	min.	max.	-	-	-
ISO	L	X	symbol 1	symbol 2	symbol 3	symbol 4	číslo

Tab. A.2 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 2. část [73]

symbol 1	A	B	C	D	E
hodnota min. pracovní teploty °C	0	-20	-30	-40	<-40

Tab. A.3 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 3. část [73]

symbol 2	A	B	C	D	E	F	G
hodnota max. pracovní teploty °C	60	90	120	140	160	180	>180

Tab. A.4 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 4. část [73]

symbol 3	odolnost proti vodě	ochrana proti rezivění
A	pro suché prostředí	nechrání
B	pro suché prostředí	chrání v přítomnosti destilované vody
C	pro suché prostředí	chrání v přítomnosti slané vody
D	odolává statické vlhkosti	Nechrání
E	odolává statické vlhkosti	chrání v přítomnosti destilované vody
F	odolává statické vlhkosti	chrání v přítomnosti slané vody
G	odolává vypírání vodou	nechrání
H	odolává vypírání vodou	chrání v přítomnosti destilované vody
I	odolává vypírání vodou	chrání v přítomnosti slané vody

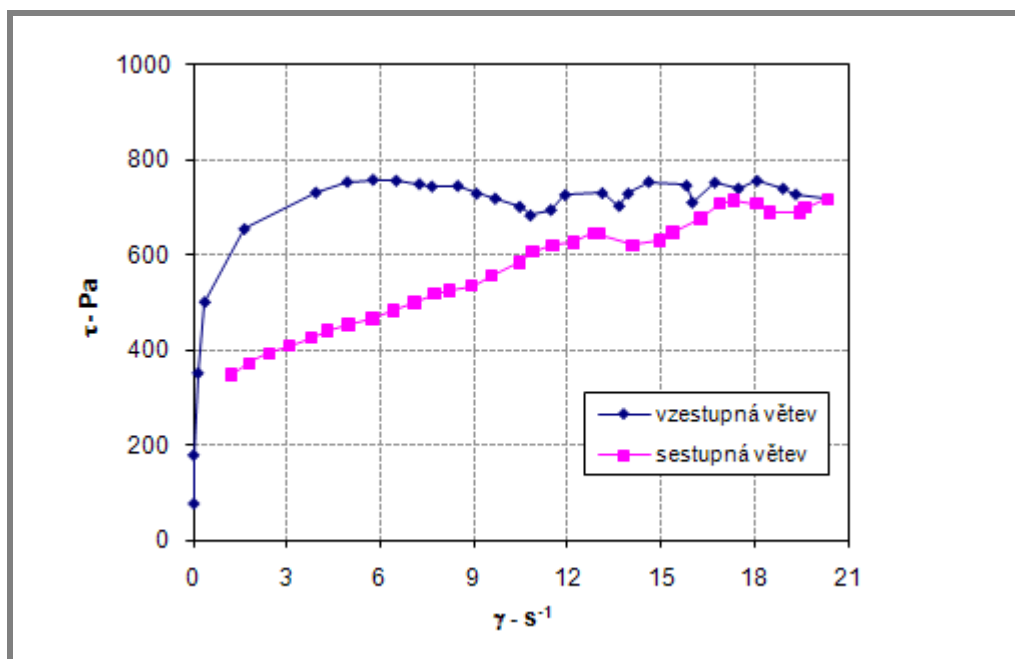
Tab. A.5 Klasifikace plastických maziv podle ISO 6743/9 – 5. část [73]

symbol 4	popis
A	nemá zlepšené vysokotlaké vlastnosti
B	má vysokotlaké (EP) vlastnosti – má zvýšenou ochrannou schopnost proti zadírání kluzných kovových ploch při působení vysokých tlaků

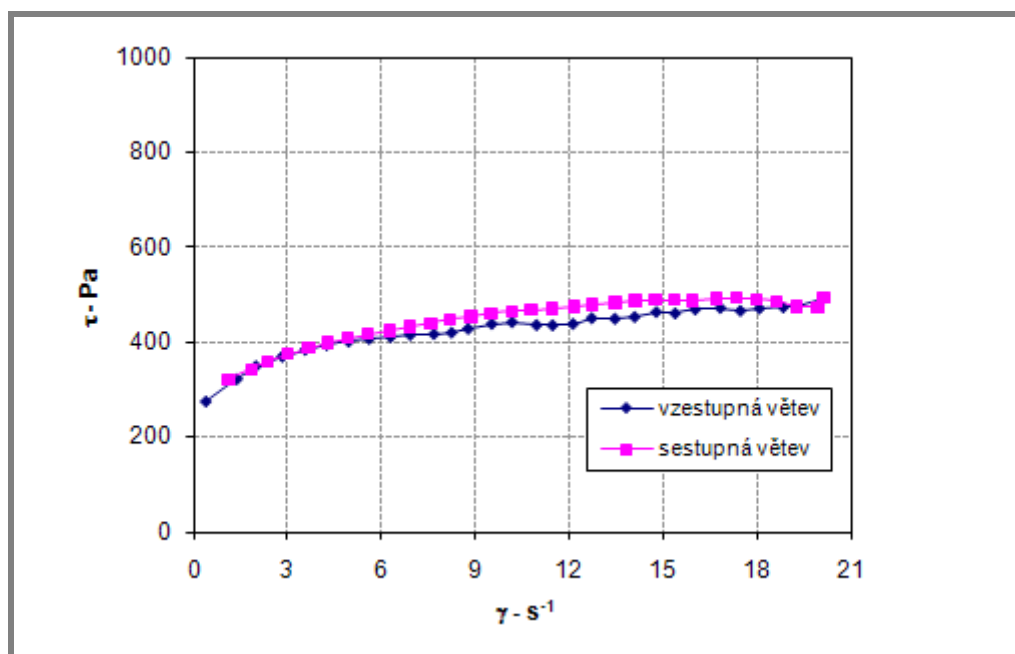
Tab. A.6 Konzistence plastického maziv dle NLGI [73]

stupeň konzistence dle DIN 51 816	penetrace dle DIN ISO 2137 [10^{-1} mm]
000	- 445 až 475
00	- 400 až 430
0	- 355 až 385
1	- 310 až 340
2	- 265 až 295
3	- 220 až 250
4	- 175 až 205
5	- 130 až 160
6	- 85 až 115 (klidová penetrace)

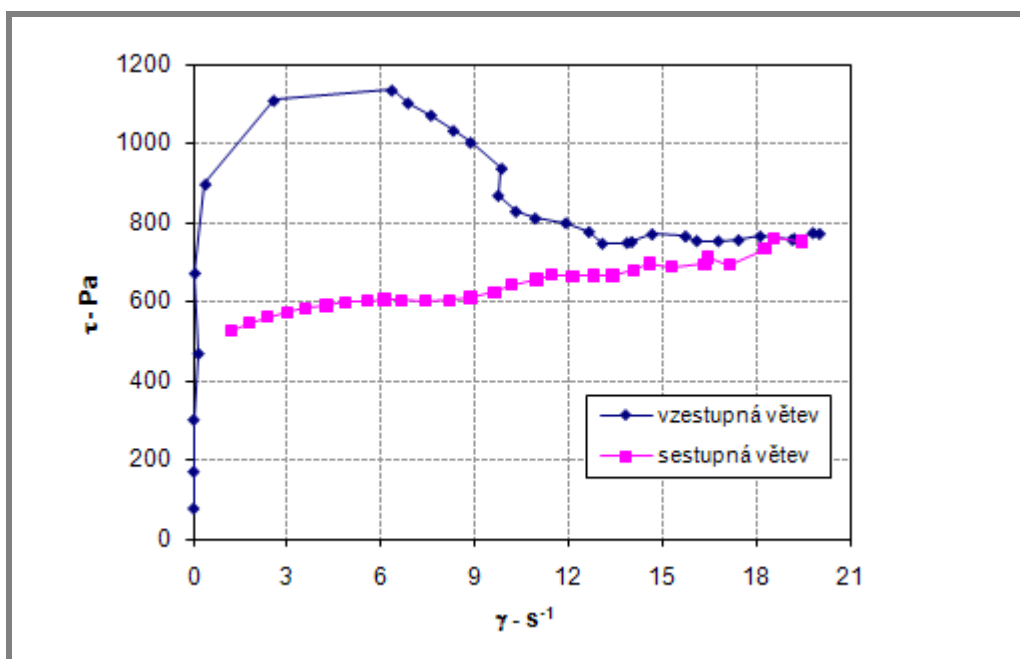
PŘÍLOHA B: REOGRAMY A VISKOELASTICKÉ CHARAKTERISTIKY PLASTICKÝCH MAZIV



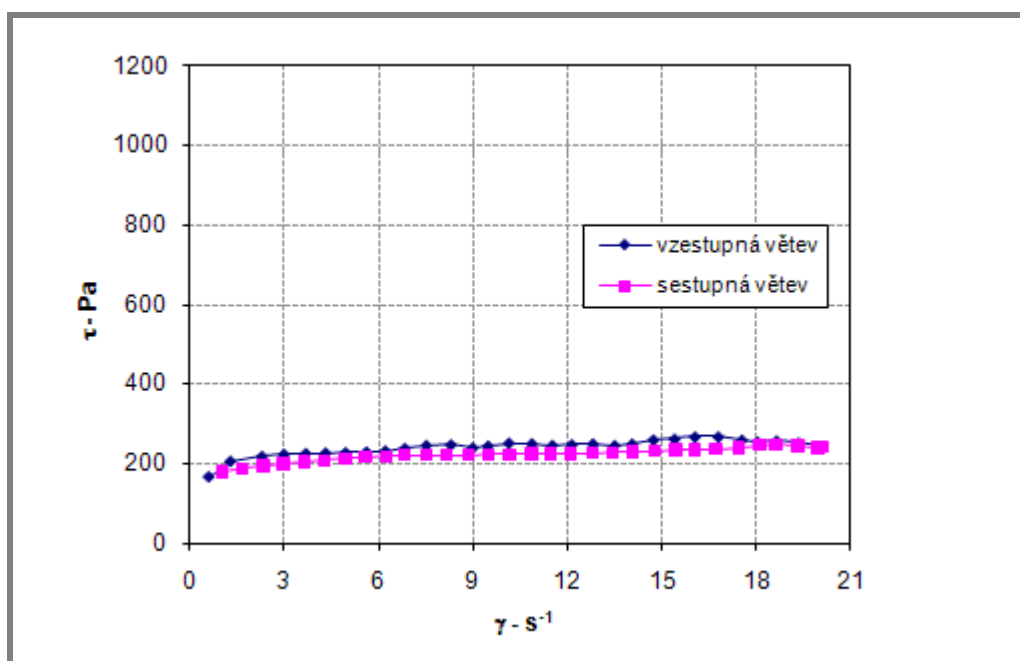
Obr. 52 Tokové křivky plastického maziva Aralub BAB RC1, neprohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 362,55$ Pa, $\eta_B = 19,11$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 360,05$ Pa, $K = 23,65$ Pa.s ^{n} , $n = 0,93$) [25]



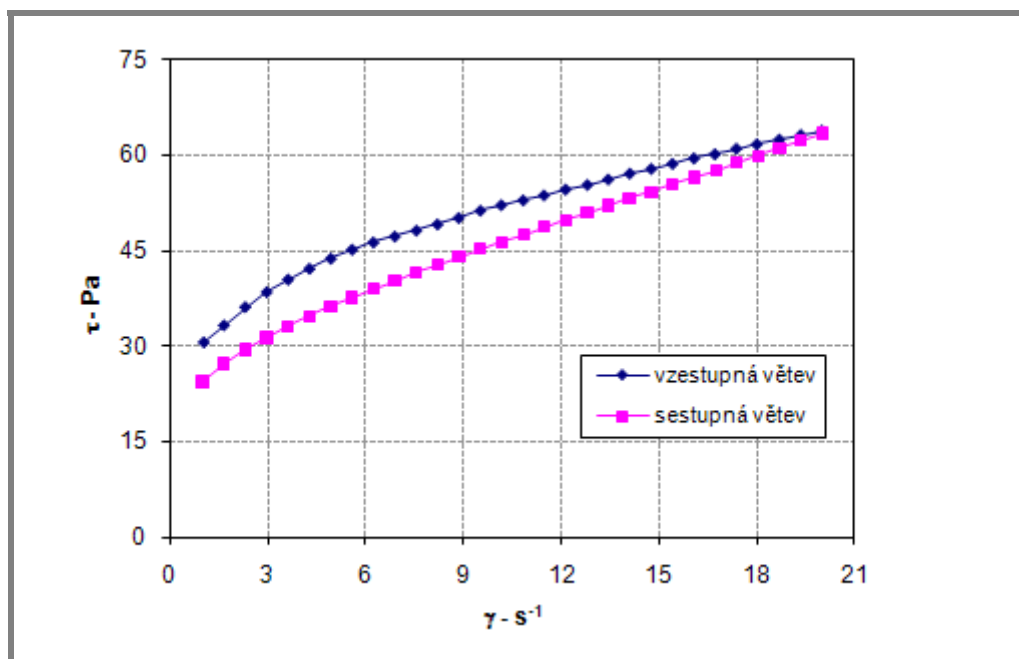
Obr. 53 Tokové křivky plastického maziva Aralub BAB RC1, prohněteno, $t = 20^\circ\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 345,34$ Pa, $\eta_B = 7,71$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 345,3$ Pa, $K = 13,02$ Pa.s ^{n} , $n = 0,80$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 366,88$ Pa, $\eta_B = 7,42$ Pa.s; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 365,20$ Pa, $K = 12,58$ Pa.s ^{n} , $n = 0,81$) [25]



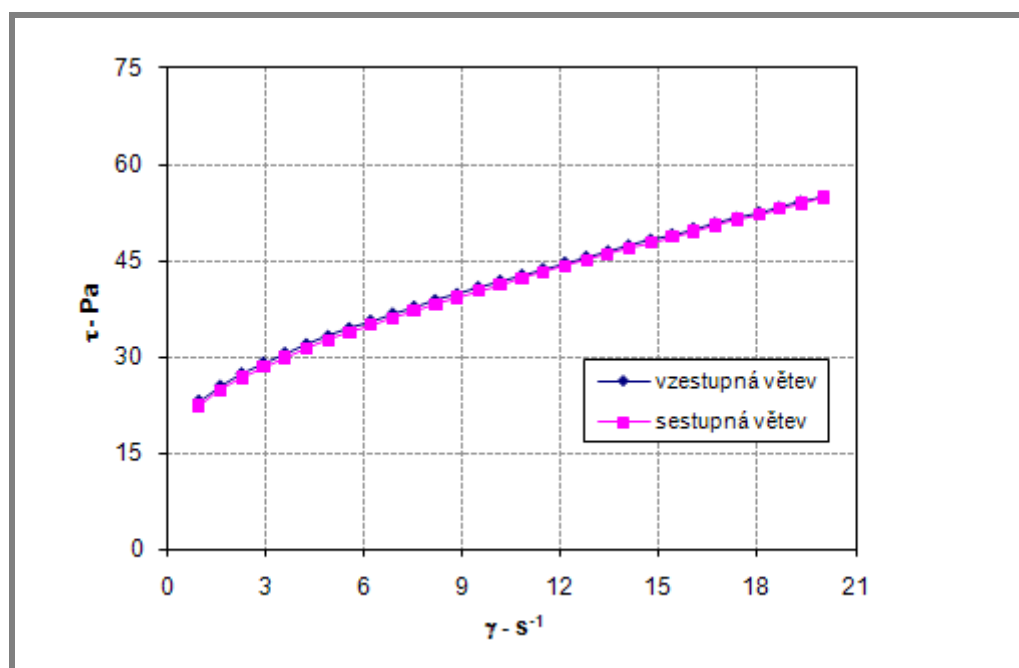
Obr. 54 Tokové křivky plastického maziva Mogul EKO L1, neprohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 531,86 \text{ Pa}$, $\eta_B = 10,77 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 530,11 \text{ Pa}$, $K = 10,37 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 1,02$) [25]



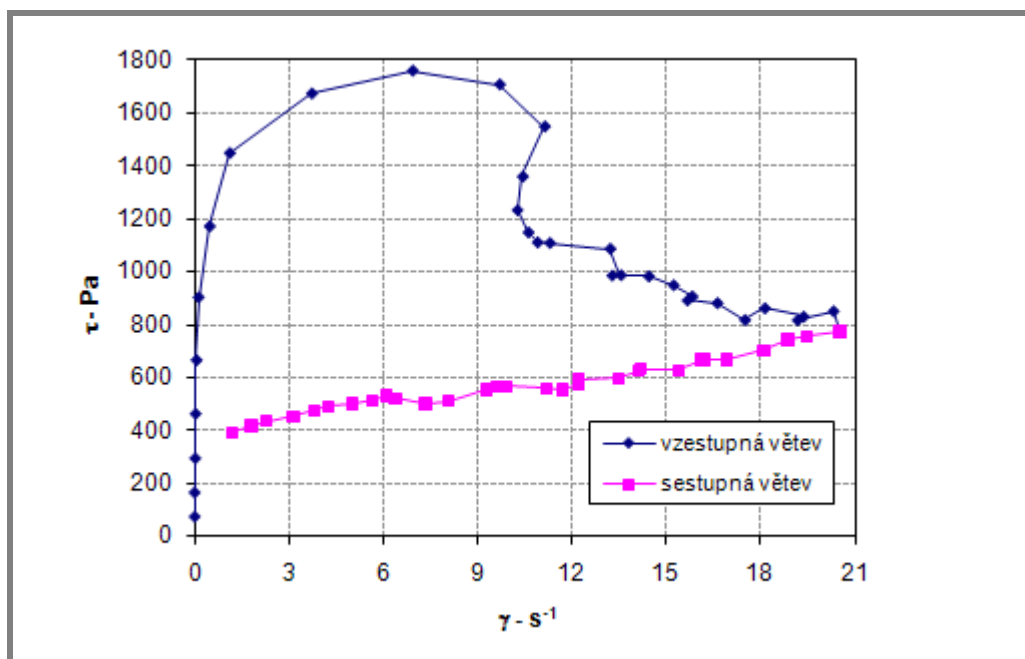
Obr. 55 Tokové křivky plastického maziva Mogul EKO L1, prohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 210,62 \text{ Pa}$, $\eta_B = 2,91 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 210,62 \text{ Pa}$, $K = 5,65 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,75$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 193,32 \text{ Pa}$, $\eta_B = 2,71 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 192,98 \text{ Pa}$, $K = 3,85 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,88$) [25]



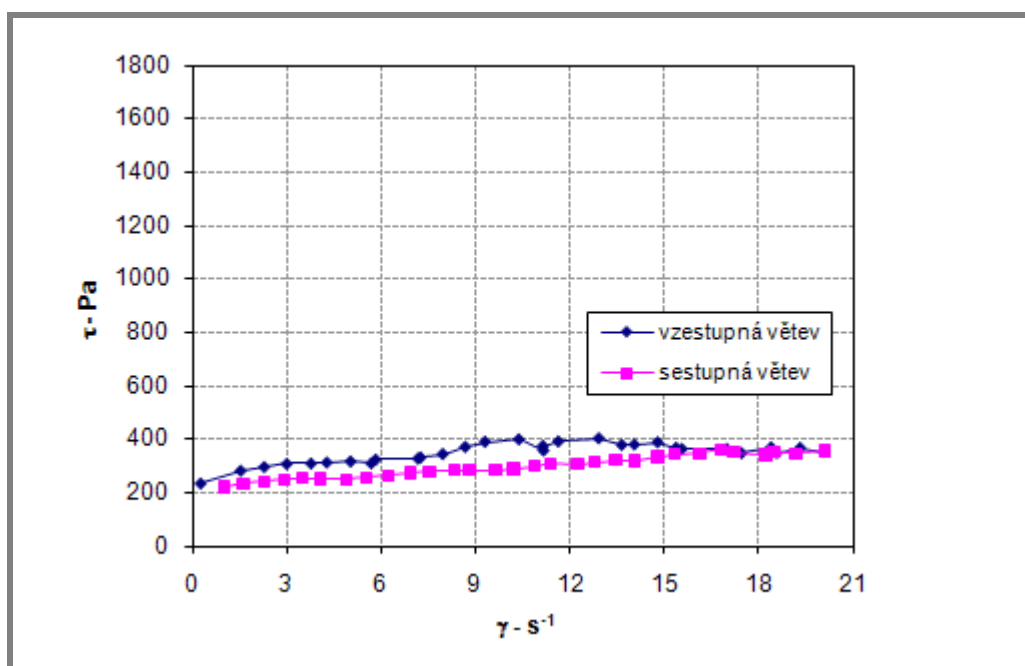
Obr. 56 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 000S, neprohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 34,84 \text{ Pa}$, $\eta_B = 1,55 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 34,68 \text{ Pa}$, $K = 2,03 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,90$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 26,04 \text{ Pa}$, $\eta_B = 1,92 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 26,04 \text{ Pa}$, $K = 2,19 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,95$) [25]



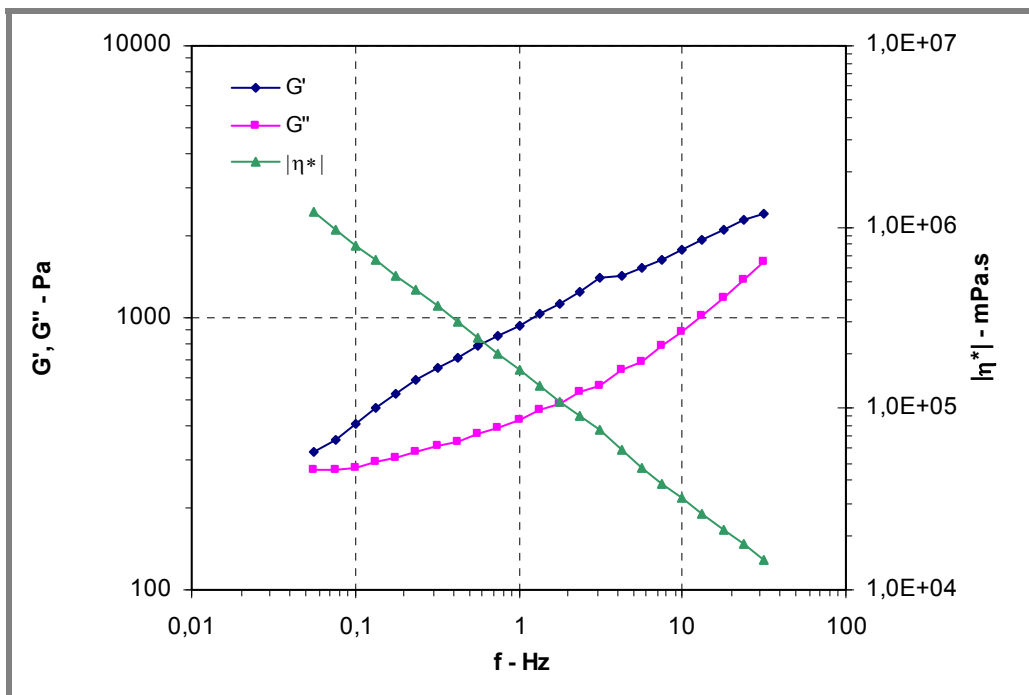
Obr. 57 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 000S, prohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 25,02 \text{ Pa}$, $\eta_B = 1,56 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 24,93 \text{ Pa}$, $K = 1,85 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,94$), aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 24,12 \text{ Pa}$, $\eta_B = 1,60 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 24,12 \text{ Pa}$, $K = 1,87 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,94$) [25]



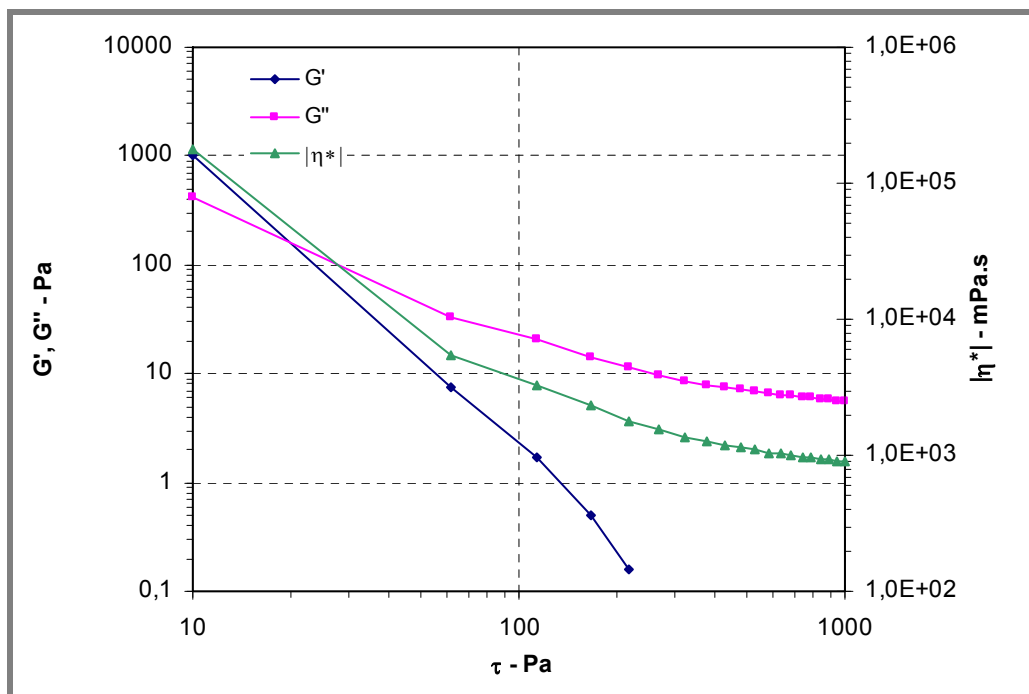
Obr. 58 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 2S, neprohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 394,93 \text{ Pa}$, $\eta_B = 16,90 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 394,93 \text{ Pa}$, $K = 15,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 1,04$) [25]



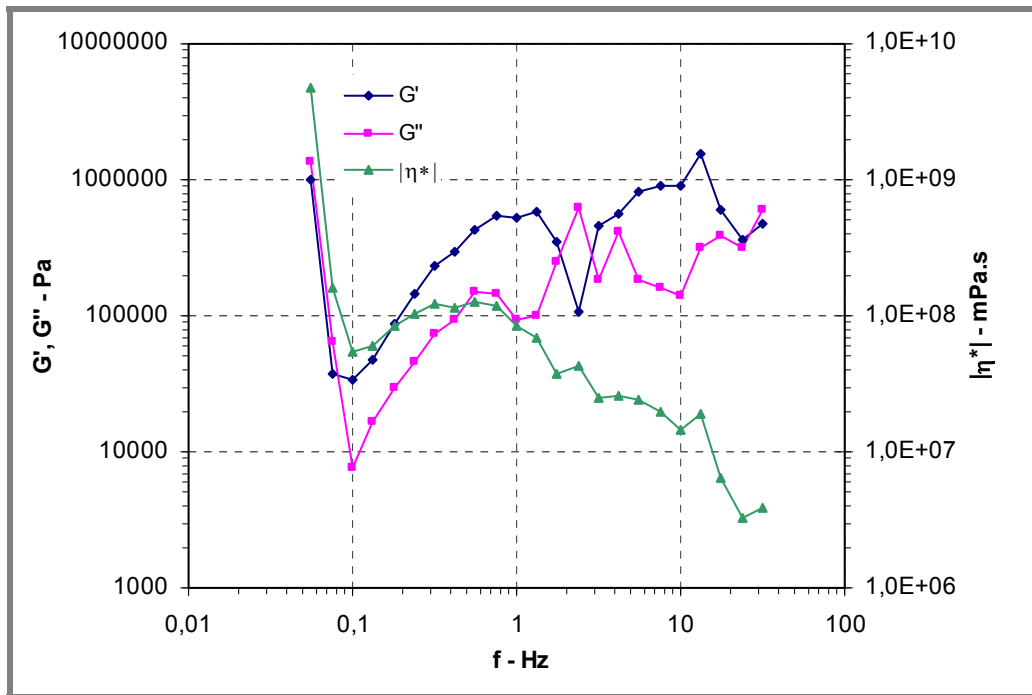
Obr. 59 Tokové křivky plastického maziva Plantogel 2S, prohněteno, $t = 20^{\circ}\text{C}$; aproximace sestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 297,54 \text{ Pa}$, $\eta_B = 4,70 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 297,54 \text{ Pa}$, $K = 10,33 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,71$); aproximace vzestupné větve (Binghamův visko-plastický model: $\tau_0 = 222,38 \text{ Pa}$, $\eta_B = 7,08 \text{ Pa}\cdot\text{s}$; Herschel-Bulkleyův visko-plastický model: $\tau_0 = 221,47 \text{ Pa}$, $K = 7,57 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,98$) [25]



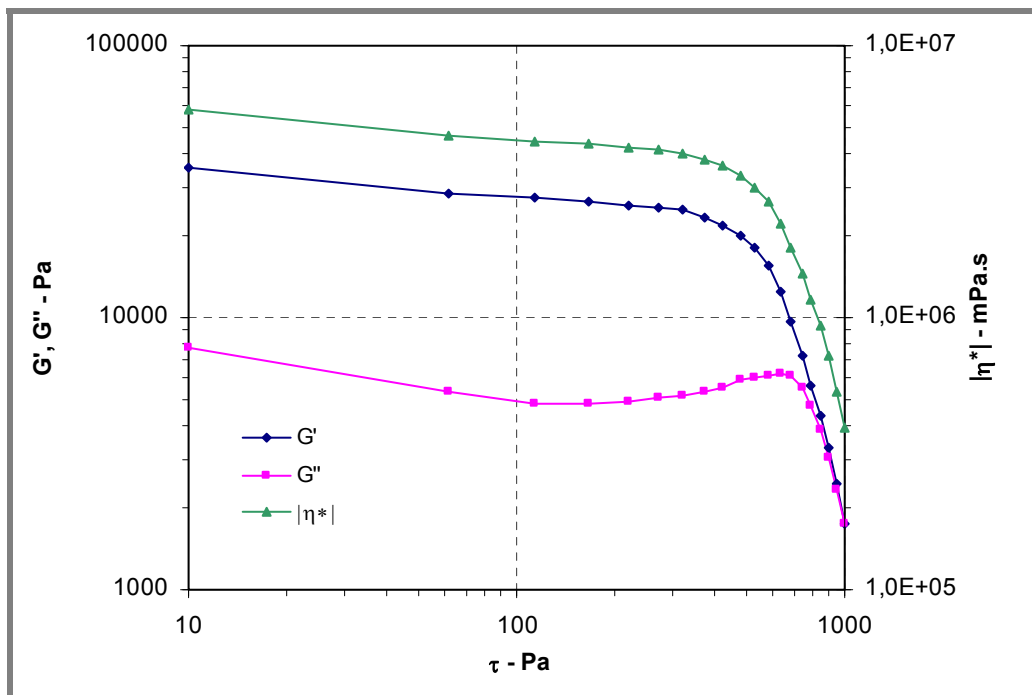
Obr. 60 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 000S, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]



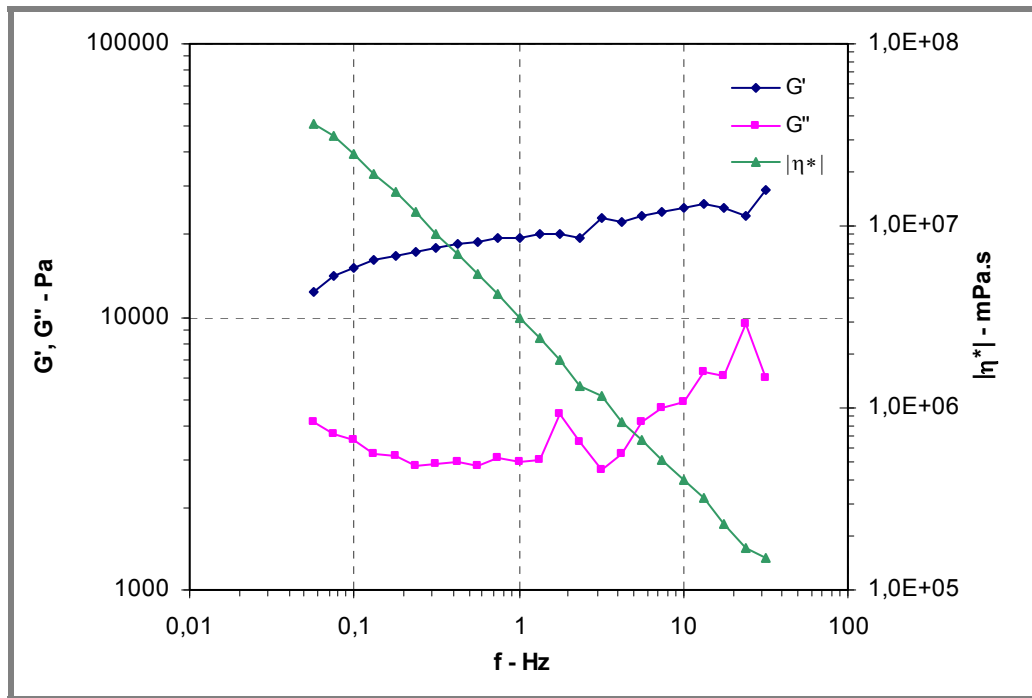
Obr. 61 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Plantogel 000S, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]



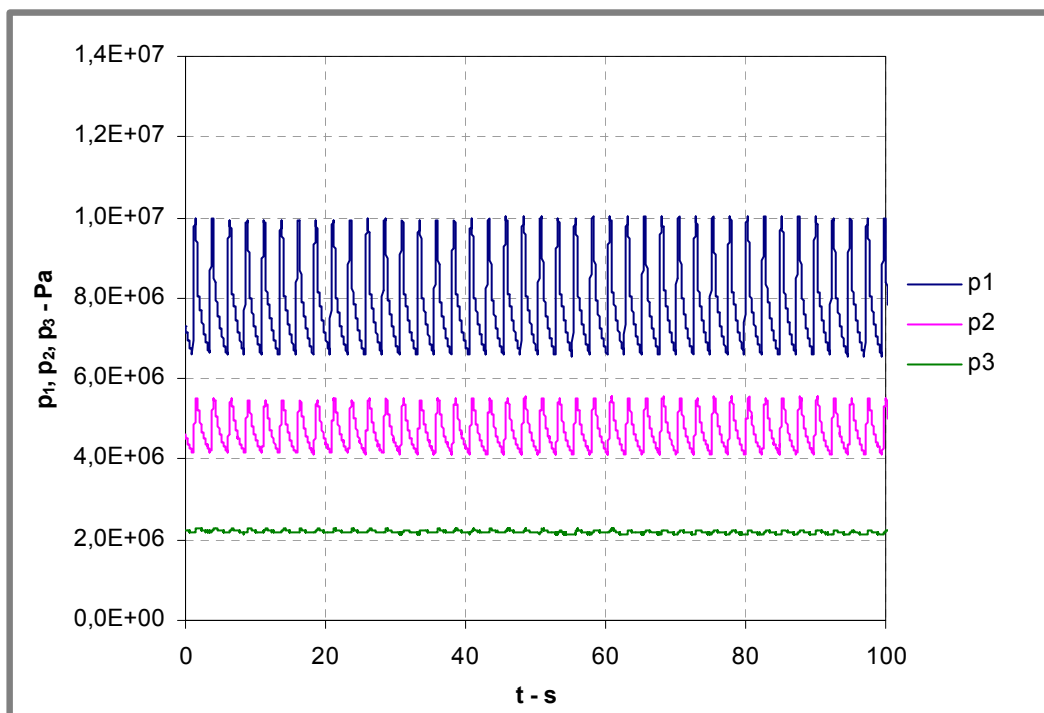
Obr. 62 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Mogul EKO L1, $t = 20^\circ\text{C}$ [63]



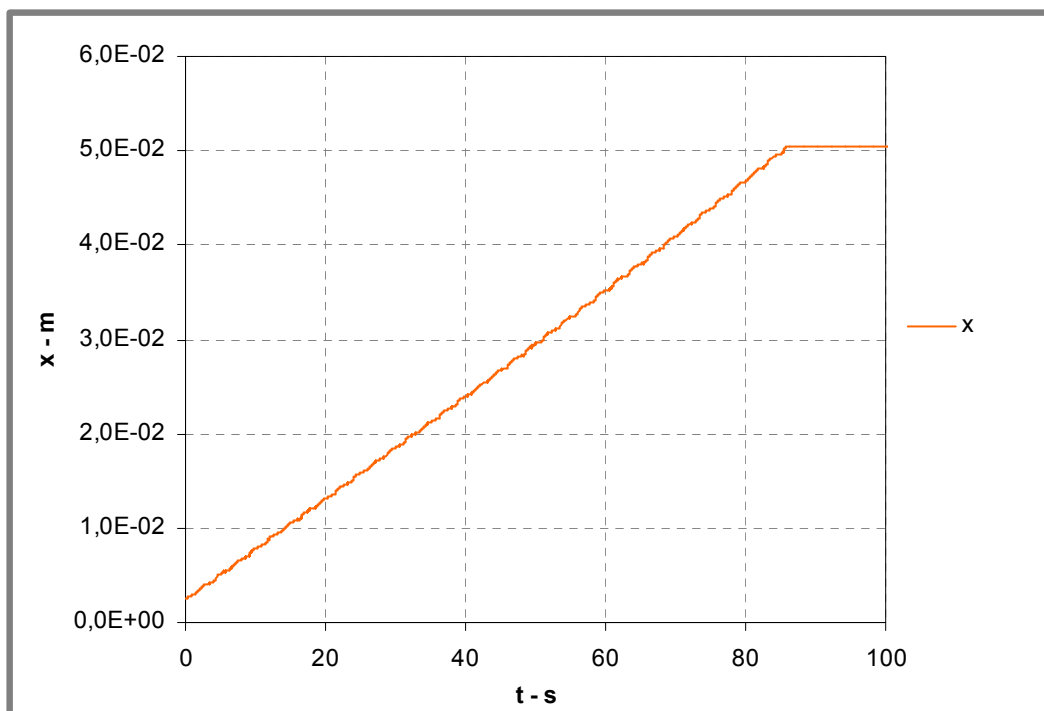
Obr. 63 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Mogul EKO L1, $t = 20^\circ\text{C}$ [63]



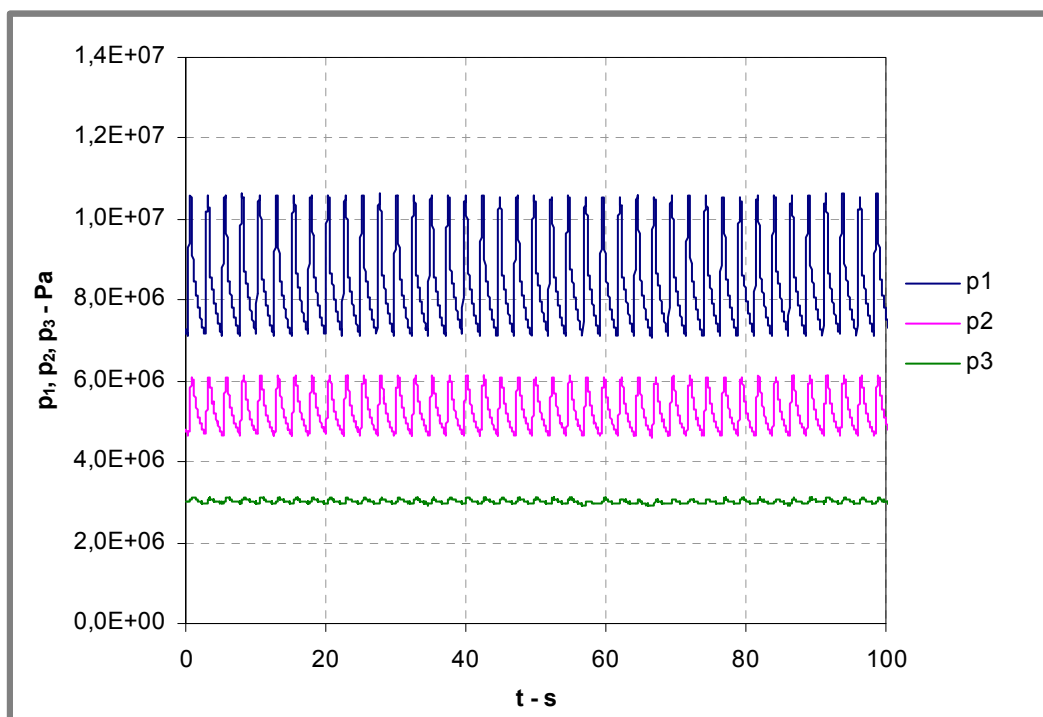
Obr. 64 Viskoelastické charakteristiky ekologického plastického maziva Aralub BAB RC 1, $t = 20^{\circ}\text{C}$ [63]

**PŘÍLOHA C: EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ TOKU
PLASTICKÉHO MAZIVA PLANTOGEL 2S**

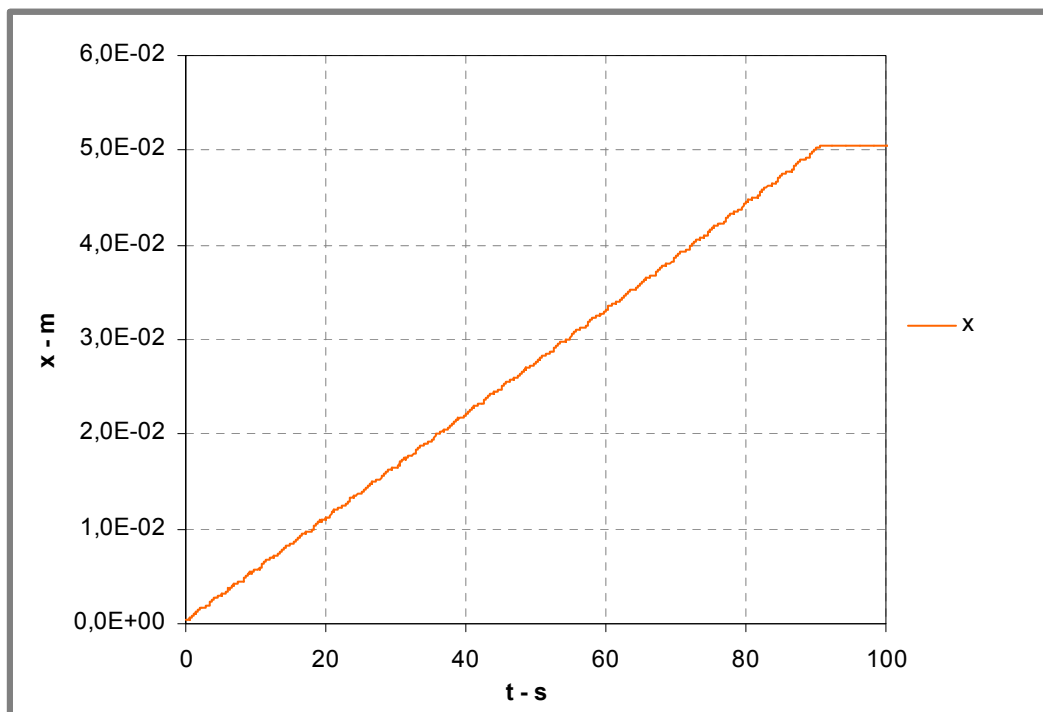
Obr. 65 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 112 V



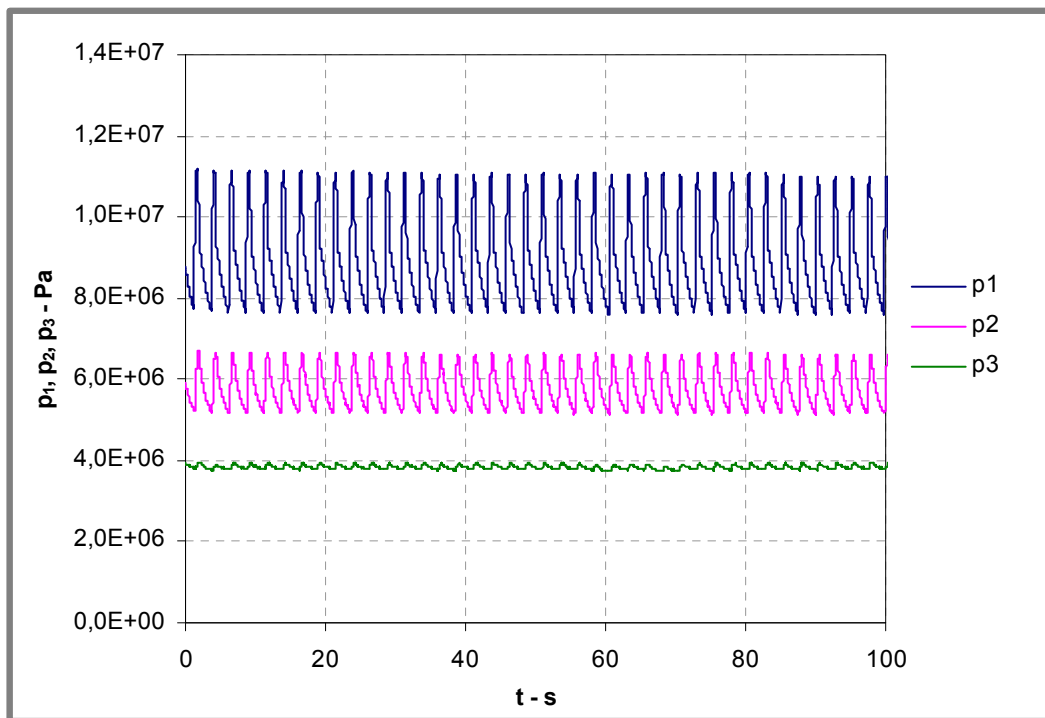
Obr. 66 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 112 V



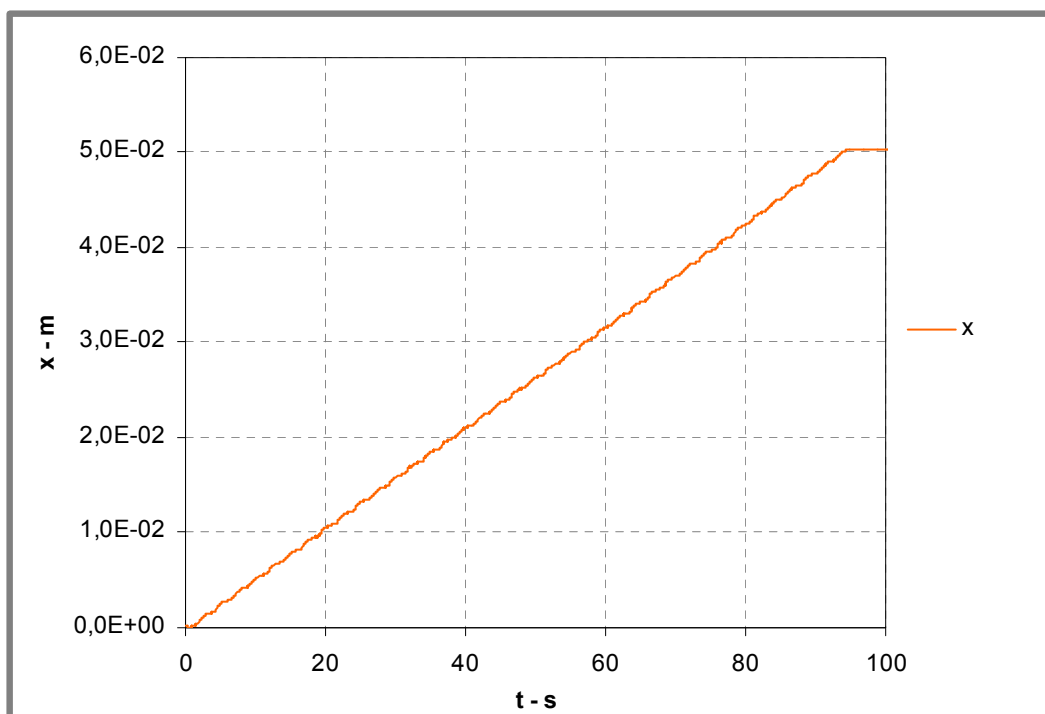
Obr. 67 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 113 V



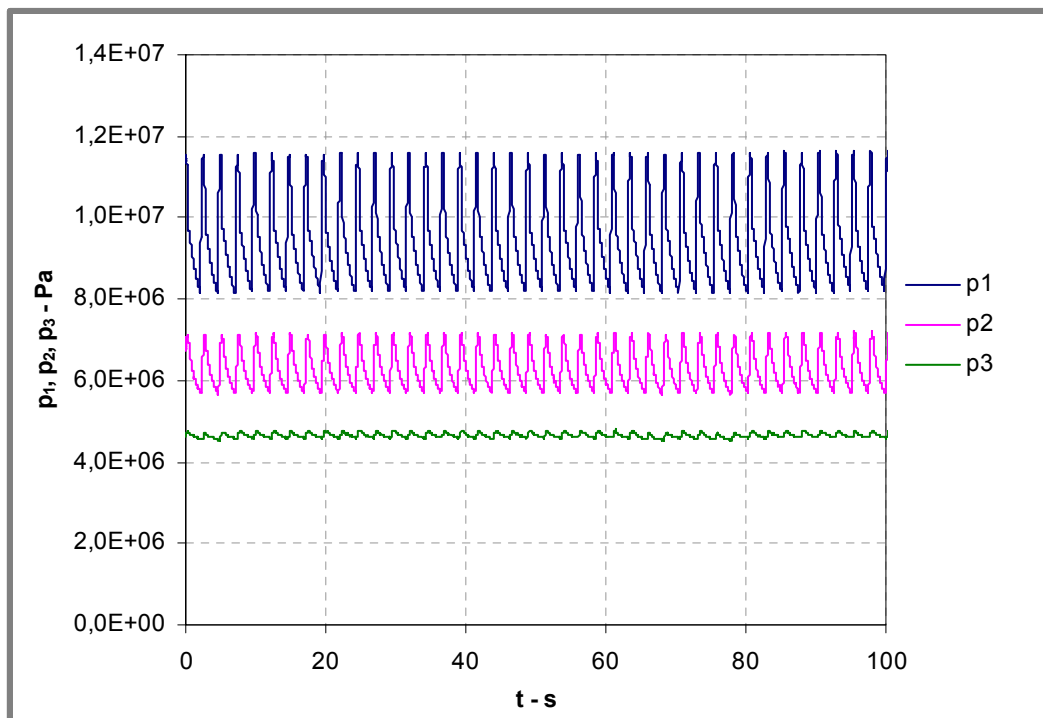
Obr. 68 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 113 V



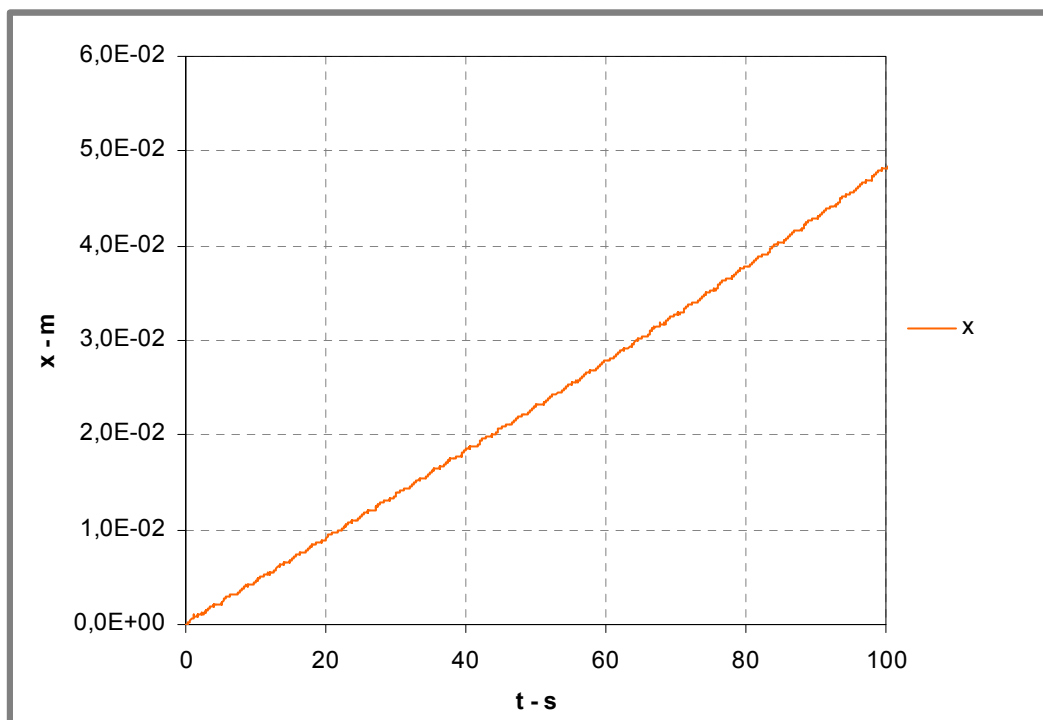
Obr. 69 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 114 V



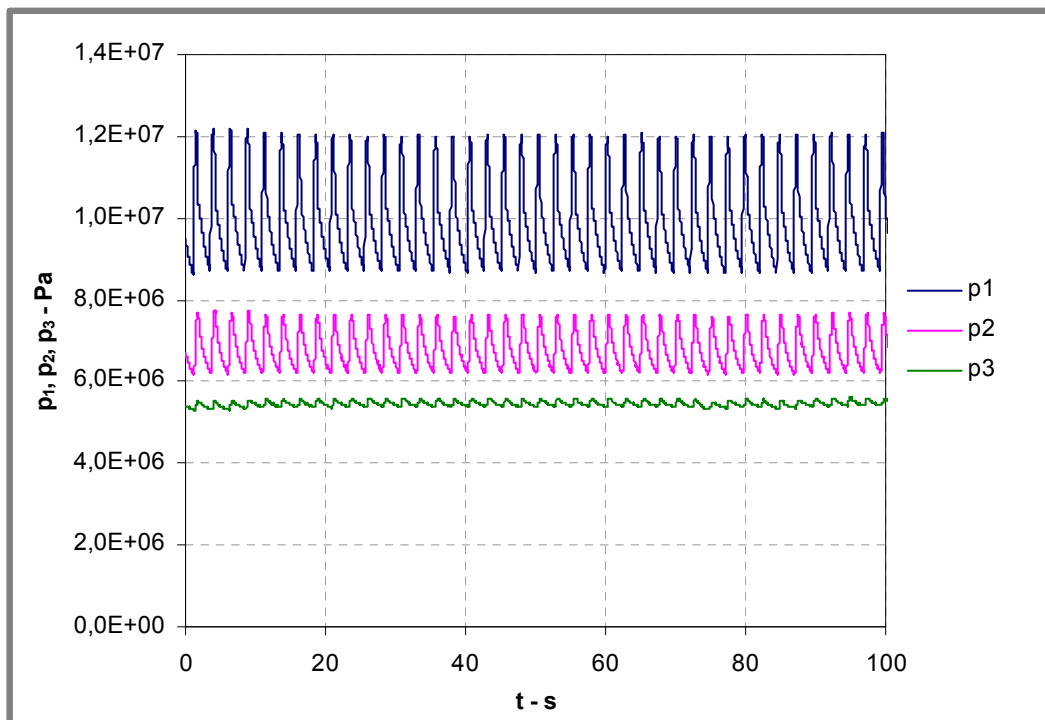
Obr. 70 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 114 V



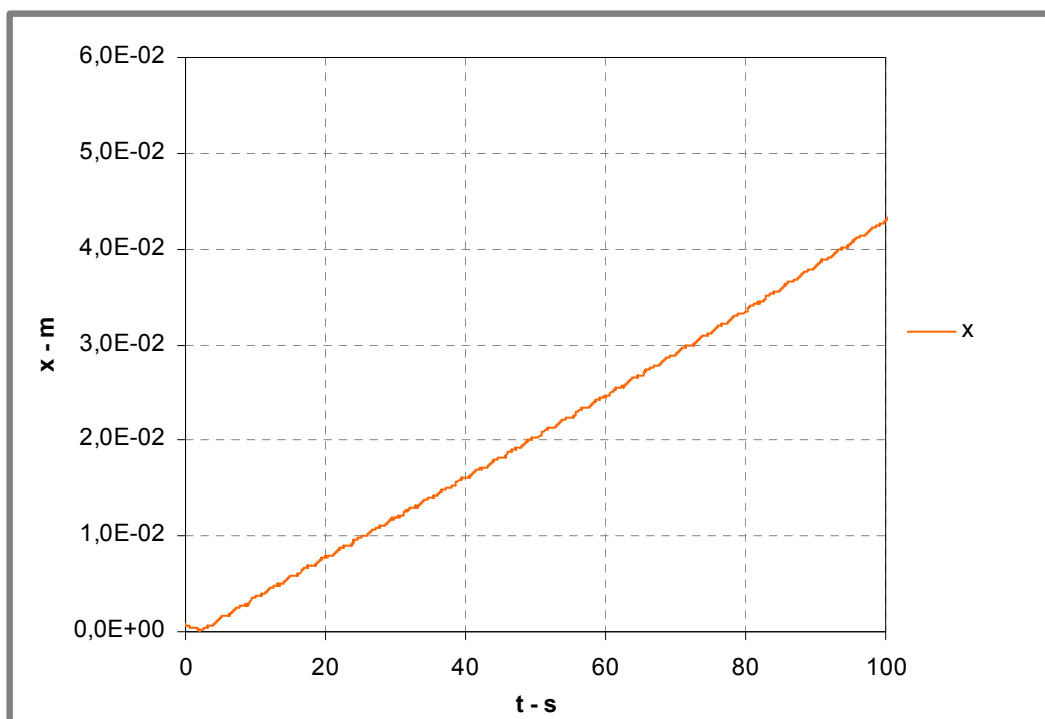
Obr. 71 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 115 V



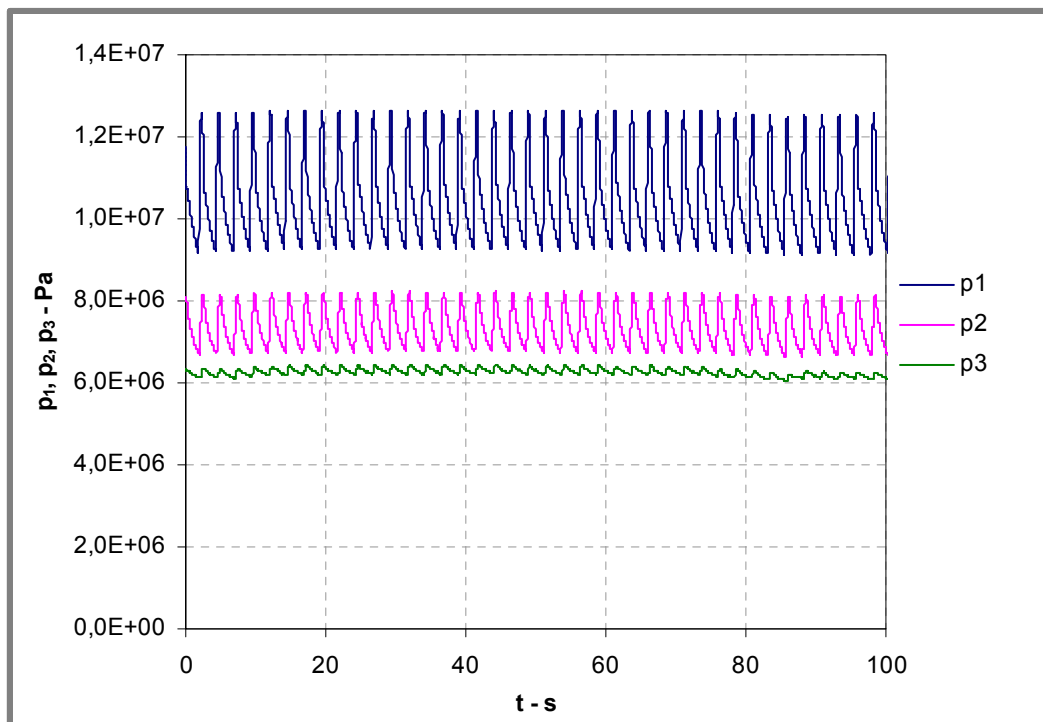
Obr. 72 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 115 V



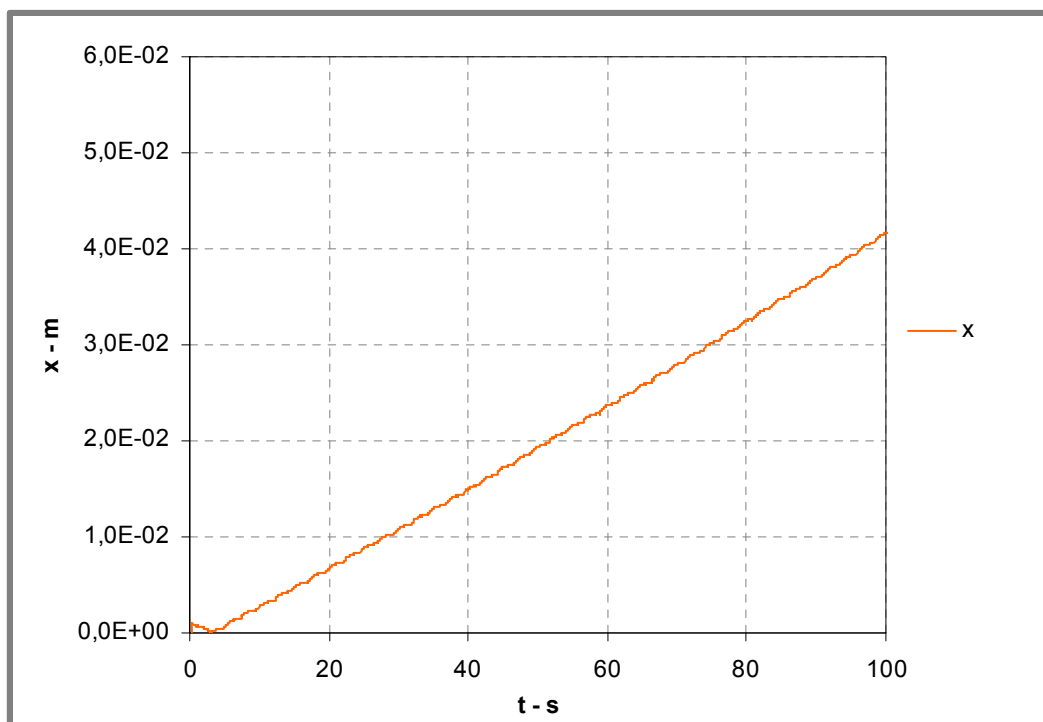
Obr. 73 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 116 V



Obr. 74 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 116 V

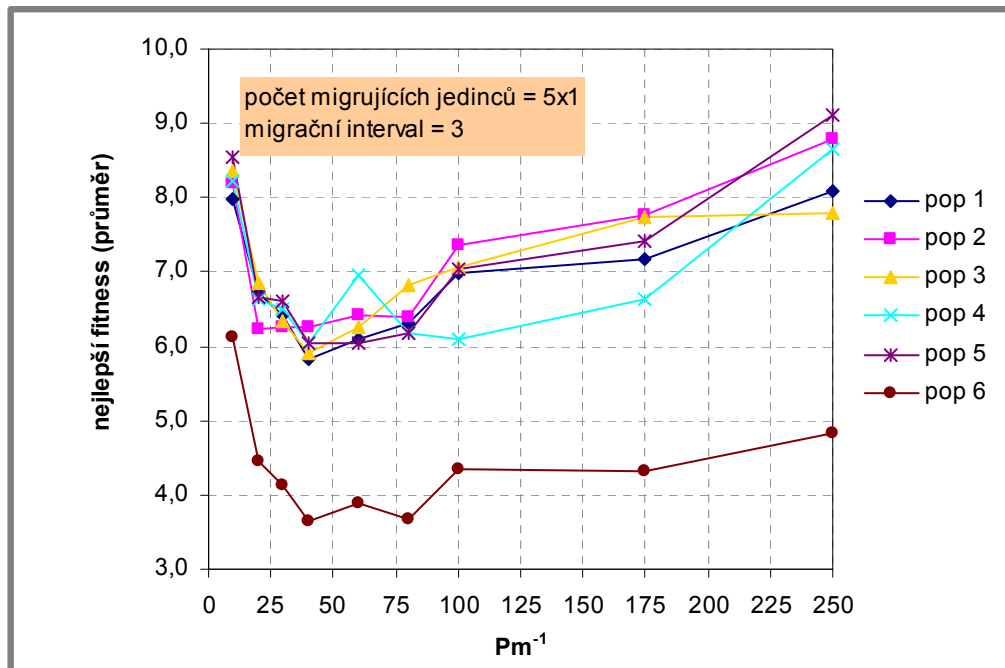


Obr. 75 Tlaky měřené na vstupu do trubice p_1 , tlak uprostřed trubice p_2 a tlak p_3 na výstupu z trubice; ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6 \times 1-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 117 VS

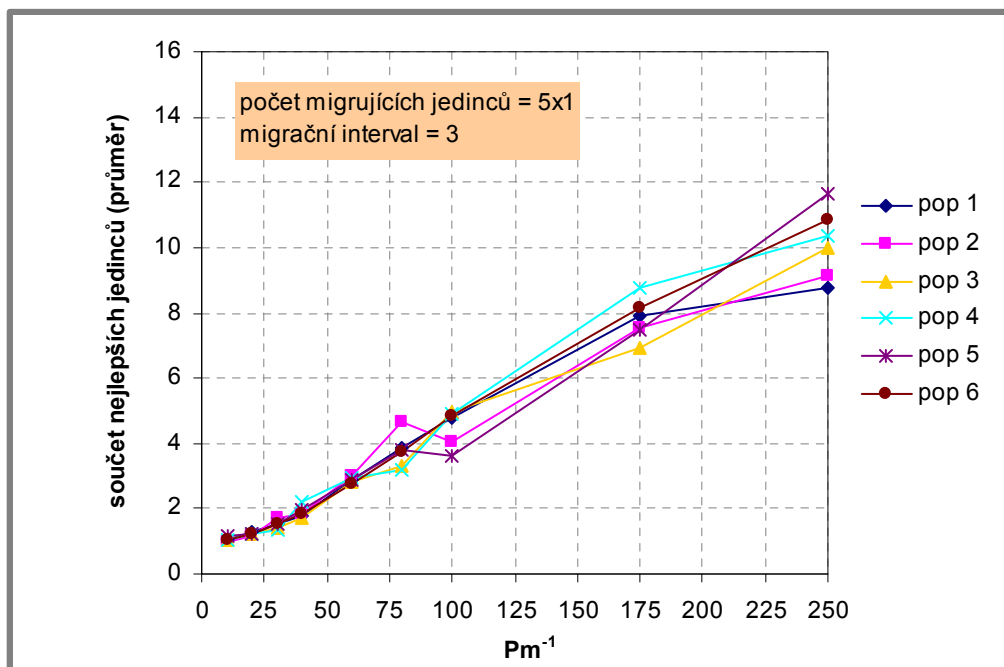


Obr. 76 Poloha pístu měřicího přípravku, ekologické plastické mazivo Plantogel 2S, dvě ocelové trubice $\phi 6-4000$ mm, teplota během měření $t = 25,2^\circ\text{C}$, soubor RV 117 VS

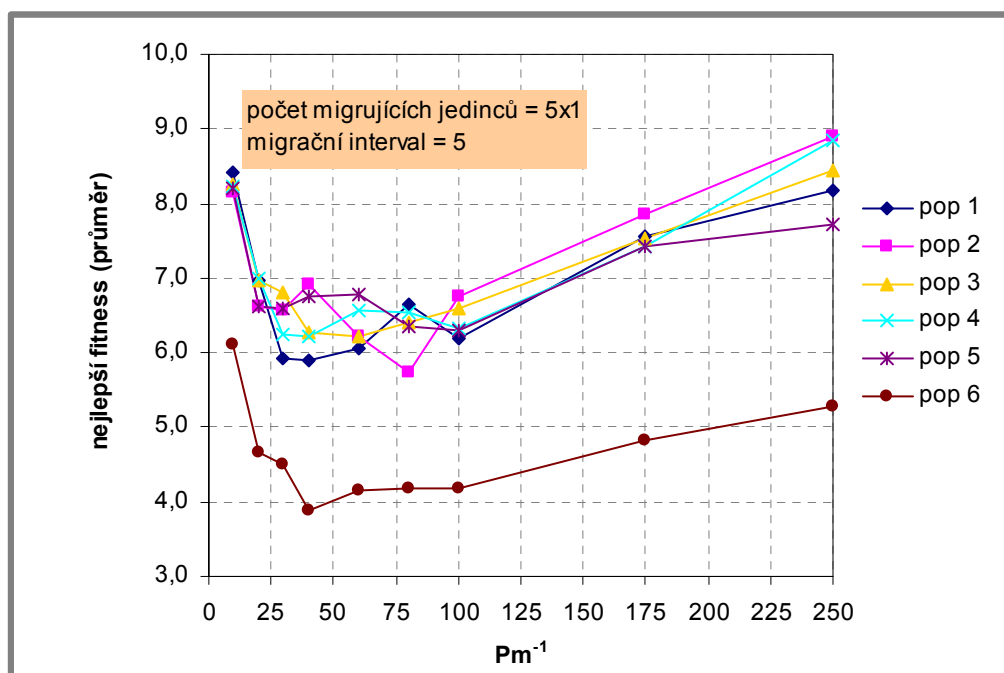
PŘÍLOHA D: LADĚNÍ PARAMETRŮ OPTIMALIZAČNÍHO PROGRAMU S IMPLEMENTOVANÝM PGA



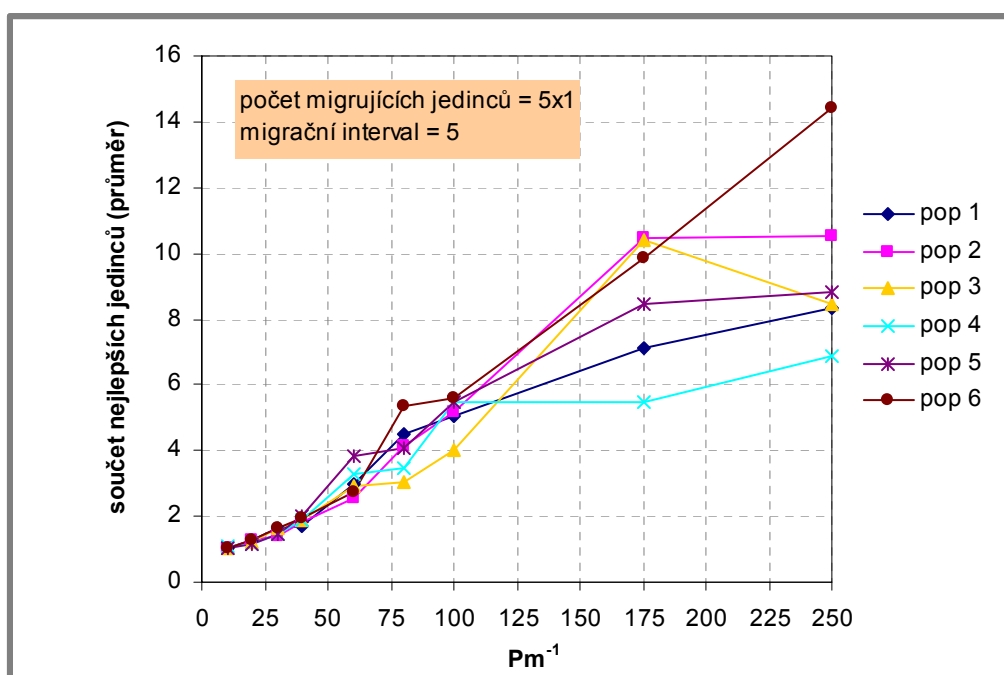
Obr. 77 Průměrná hodnota fitness funkcí nejlepších jedinců stanovená z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 3$)



Obr. 78 Průměrný počet nejlepších jedinců stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 3$)

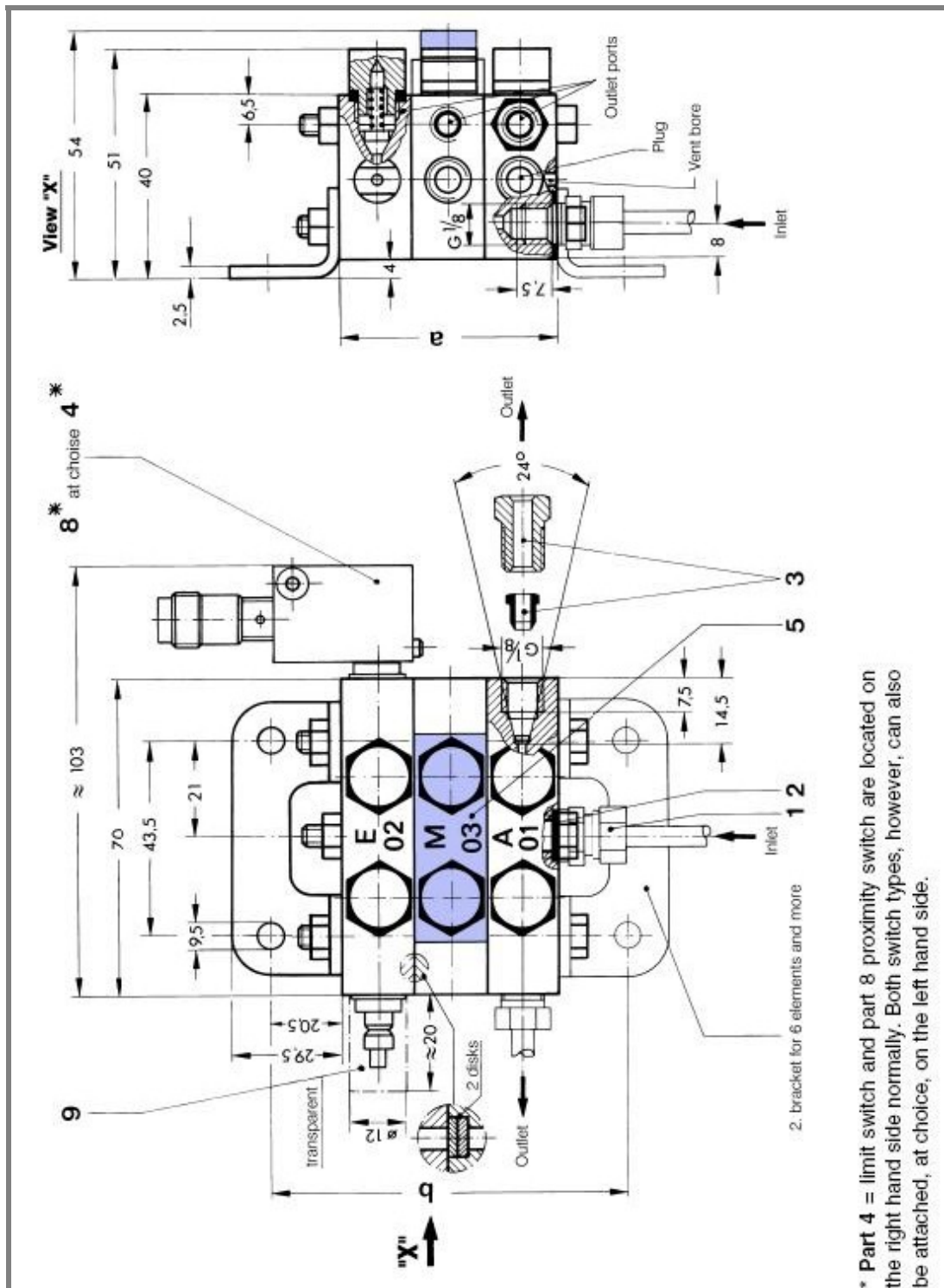


Obr. 79 Průměrná hodnota fitness funkcí nejlepších jedinců stanovená z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 5$)

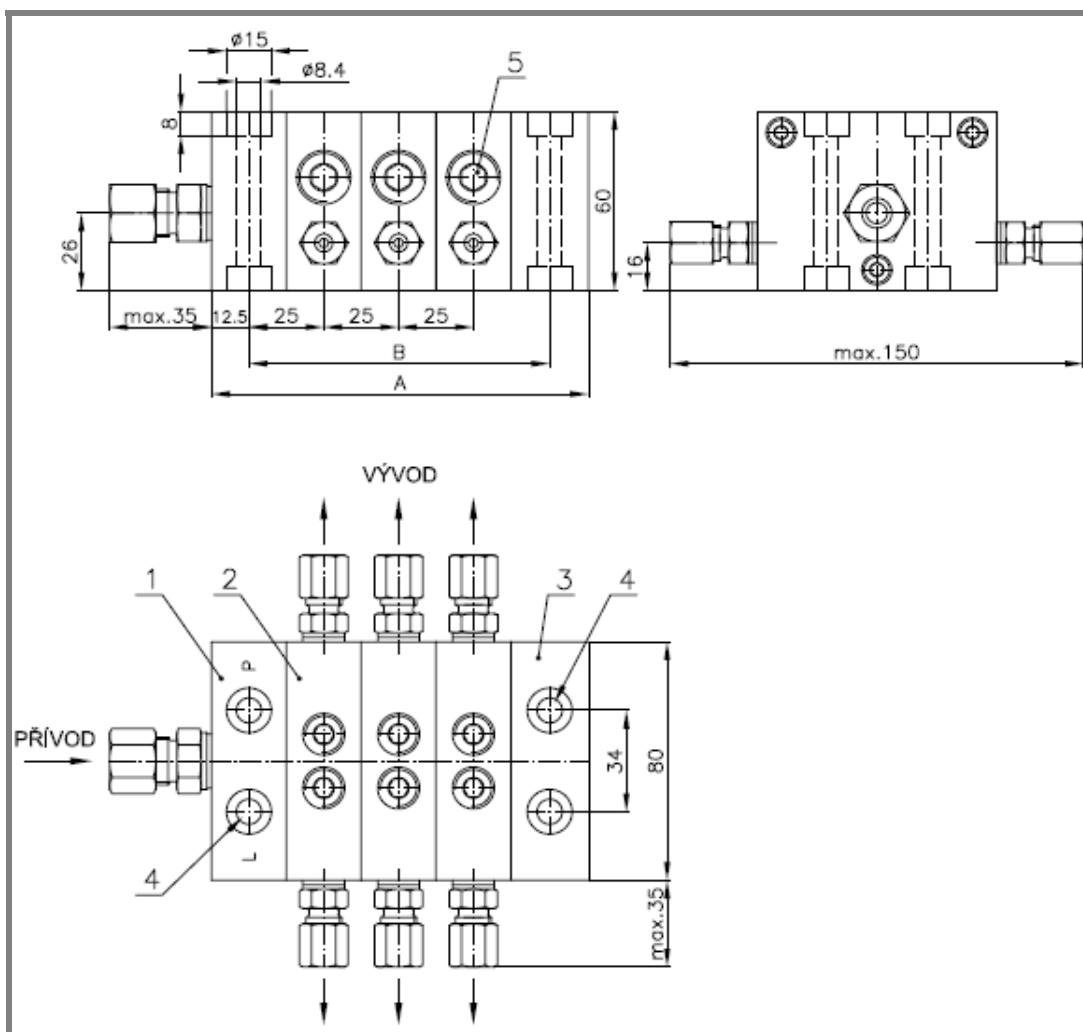


Obr. 80 Průměrný počet nejlepších jedinců stanovený z 50-ti opakovaných výpočtů (velikosti dílčích populací $N_{di} = 50$, $N_h = 50$; selekční tlak $t_{Tdi} = 2$, $t_{Th} = 2$; pravděpodobnosti mutace $P_{mdi} = 1/10-1/250$, $P_{mh} = 1/10-1/250$; počet iterací výpočtu $PI = 20$; počet migrujících jedinců $P_{MJ} = 5$, migrační interval $MI = 5$)

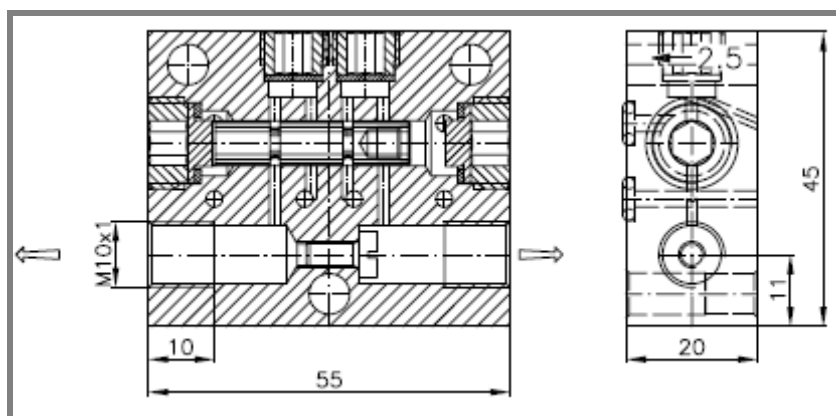
PŘÍLOHA E: TYPY PROGRESIVNÍCH ROZDĚLOVAČŮ VÝROBCŮ MAZACÍ TECHNIKY



Obr. 81 Progresivní rozdělovač ZP-A - Delimon: (1) přípojovací šroubení pro potrubí o průměru $\phi 6$ nebo $\phi 8$ mm, (2) podložka A10 x 13,5 DIN 7603-Cu, (3) šroubení vývodů rozdělovače z mosazi nebo oceli o průměru $\phi 6$ mm, (4) koncový spínač, (5) spojovací můstek vývodů, (8) elektronické PNP, (9) ochranné víčko (makrolon IPC) [72]



Obr. 82 Progressivní rozdělovač PRA – Tribotec, (1) přívodní sekce, (2) pracovní sekce, (3) závěrná sekce, (4) kotevní otvory, (5) zátka rozváděcího pístu; počet pracovních sekcí 3-10, max. pracovní tlak 230 bar, pracovní tlak 160 bar, max. průtok maziva $0,5 \text{ dm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$, objem maziva vytlačený z vývodů sekcí ($A1 - 0,08 \text{ cm}^3$, $A1,5 - 12 \text{ cm}^3$, $A2 - 0,16 \text{ cm}^3$, $A2,5 - 0,2 \text{ cm}^3$, $A3 - 0,24 \text{ cm}^3$, $A4 - 0,3 \text{ cm}^3$) [68]



Obr. 83 Řez pracovní sekcí progressivního rozdělovače řady PRA - Tribotec [68]